

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
Facultad de Estudios Superiores Cuautitlán
Secretaría General
Departamento de Matemáticas



Memorias del Congreso Internacional sobre la Enseñanza y Aplicación de las Matemáticas

A través de los programas de apoyo a proyectos
PAPIME PE101623 y PE108322

ISSN 2448 - 7945

Año 7 - Número 4 - Mayo 2023

Comité editorial

Dr. Jorge Altamira Ibarra
Dr. José Luz Hernández Castillo
L. S. C. Liana Lopez Pacheco

4 y 5 de mayo 2023



Departamento de
Matemáticas





CULTURA
SECRETARÍA DE CULTURA



INDAUTOR
INSTITUTO NACIONAL DEL DERECHO DE AUTOR

En atención a la solicitud número **04-2022-080109473800-30**, presentada electrónicamente, de conformidad con el artículo tercero del Acuerdo del 3 de abril de 2020 por el que se continúa con la suspensión de los plazos y términos legales en el Instituto Nacional del Derecho de Autor por causa de fuerza mayor, así como lo dispuesto en los Acuerdos por el que se reciben electrónicamente las solicitudes de renovaciones de las reservas de derechos al uso exclusivo, de manera temporal y por causa de fuerza mayor, ante el Instituto Nacional del Derecho de Autor de fecha 31 de julio de 2020 y su posterior modificación, este último de fecha 18 de noviembre de ese año, publicados en el Diario Oficial de la Federación el 17 de abril, 25 de agosto y 30 de noviembre, respectivamente, todos de 2020, y una vez realizado el estudio de la documentación exhibida, con fundamento en lo dispuesto por el artículo 191 de la Ley Federal del Derecho de Autor, el Instituto Nacional del Derecho de Autor otorga la presente constancia de:

RENOVACIÓN DE RESERVA DE DERECHOS AL USO EXCLUSIVO

NÚMERO: 04-2016-080508273200-203
TÍTULO: MEMORIAS DEL CONGRESO INTERNACIONAL SOBRE LA ENSEÑANZA Y APLICACIÓN DE LAS MATEMÁTICAS
GÉNERO: DIFUSIONES PERIÓDICAS
ESPECIE: DIFUSIÓN VÍA RED DE CÓMPUTO
TITULAR: UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO 100%
FECHA DE EXP: 5/VIII/2016
DOMICILIO: EDIFICIO "B" 3ER. PISO ZONA CULTURAL, CIUDAD UNIVERSITARIA UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO COYOACAN CP: 04510 CIUDAD DE MEXICO, MEXICO

En consecuencia, la vigencia de la citada reserva vencerá el **5 de agosto de 2023**, por lo que su próxima renovación deberá solicitarse dentro del periodo comprendido desde un mes antes, hasta un mes posterior al día de su vencimiento. En caso de no renovarse en los términos señalados, la reserva de derechos caducará, según lo establecido por los artículos 185 y 186 de la citada Ley y 79 de su Reglamento.





Memorias del Congreso Internacional sobre la Enseñanza y Aplicación de las Matemáticas
Universidad Nacional Autónoma de México
Facultad de Estudios Superiores Cuautitlán
4 y 5 de mayo del 2023, Cuautitlán, Estado de México
ISSN 2448 – 7945



Memorias del Congreso Internacional sobre la Enseñanza y Aplicación de las Matemáticas

MEMORIAS DEL

Memorias del Congreso Internacional Sobre la Enseñanza y Aplicación de las Matemáticas, Año 7, No. 4, agosto 2022 – agosto 2023, es una publicación anual editada por la Universidad Nacional Autónoma de México, Ciudad Universitaria, Delegación Coyoacán, Ciudad de México, C.P. 04510, a través de la Facultad de Estudios Superiores Cuautitlán, Carretera Cuautitlán – Teoloyucán km. 2.5, Col. San Sebastián Xhala, Cuautitlán Izcalli, Estado de México, C.P. 54714, Tel. (55)56231890 y (55)56231886, <http://congresomatematicas.cuautitlan2.unam.mx>, altamira@unam.mx Editor responsable Dr. Jorge Altamira Ibarra. Reserva de Derecho al uso Exclusivo No. 04- 2016-080508273200-203. Otorgado por el Instituto Nacional del derecho de Autor, ISSN 2448-7945, ambos otorgados por el Instituto Nacional del derecho de Autor. Responsable de la última actualización de este número, Departamento de Matemáticas de la Facultad de Estudios Superiores Cuautitlán, Carretera Cuautitlán – Teoloyucán km. 2.5, Col. San Sebastián Xhala, Cuautitlán Izcalli Estado de México, C.P. 54715, fecha de la última modificación, mayo 2023. Se autoriza la reproducción total o parcial de los textos aquí publicados siempre y cuando se cite la fuente completa y la dirección electrónica de la publicación.





Agradecimientos

A LA UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO, por brindar la oportunidad de desarrollar el pensamiento crítico, analítico, creativo e innovador.

A LA FACULTAD DE ESTUDIOS SUPERIORES CUAUTITLÁN, por todas las facilidades prestadas al buen desempeño del Congreso Internacional sobre la Enseñanza y Aplicación de las Matemáticas.

AL DIRECTOR, DR. David Quintanar Guerrero, Director de la FES-Cuautitlán, Dr. Benjamín Velasco Bejarano, Secretario General de la FES-Cuautitlán y a la Lic. Claudia Vanessa Joachin Bolaños Coordinación de Comunicación y Extensión Universitaria, por brindarnos su apoyo para la realización de este congreso.

AL COMITÉ ORGANIZADOR, por sus valiosas sugerencias y por su esfuerzo conjunto para el éxito del evento.

A todos aquellos profesionales que enviaron y presentaron sus trabajos académicos y científicos y al grupo de alumnos y profesores que participaron en la realización de este congreso.

COMITÉ ORGANIZADOR





Comité arbitral

Comité evaluador científico nacional

Dr. Aguilar Márquez Armando
Dr. Altamira Ibarra Jorge
Dra. Canabal Cáceres Silvia Guadalupe
FM. Castillo Padilla Juana
Dr. Contreras Espinosa José Juan
M. en C. Flores Pérez Judith Mayte
Dr. García León Omar
M en I. García Ruiz Juan José
Dr. Guzmán Tinajero Pedro
Dr. Hernández Castillo José Luz
Dr. Hernández Gómez Víctor Hugo
M en SI. Lara Martínez Maricela
Dra. León Rodríguez Frida María
LSC. López Pacheco Liana
Dr. López Salazar Leonel Gualberto
M en CE. Márquez Ortega Domingo
Dr. Mata Vargas Iván Noé
Dra. Mora Reyes Laura
Dr. Oropeza Legorreta Carlos
Dr. Osorio Galicia Ramón
M en I. Pineda Becerril Miguel de Nazareth
Ing. Rico Castro José Juan
Dra. Rigaud Téllez Nelly
Dr. Roldan Vázquez Valentín
M. en GTI. Rosas Fonseca Rosalba Nancy
Dr. Sánchez Barrera Julio Moisés
M en C. Sánchez Guerra José Isaac
Dr. Sánchez Nava Hugo
Dra. Urrutia Vargas Celina Elena
M en C. Vázquez Salazar María Guadalupe
M en I. Vázquez Suarez Vicente

Comité evaluador científico internacional

Dra. Crespo Crespo Cecilia (Argentina)
Dr. Gaitán Lozano Ricardo (Colombia)
Dra. López Iñesta Emilia (España)
Dra. Mota Villegas Dorenis Josefina (Venezuela)
Dra. Rendón Mesa Paula Andrea (Colombia)
Dra. Reyes Gasperini Daniela (Argentina)



Índice

1. Solución de un grafo dirigido aplicando el algoritmo de Floyd-Warshall y Graph
2. La clase de matemáticas I aplicando secuencias didácticas (una experiencia docente)
3. El desafío de fomentar el aprendizaje del álgebra superior en la nueva normalidad
4. Diseño y extracción de muestras complejas mediante el programa estadístico SPSS
5. Análisis matemático de preferencias declaradas en el transporte y su impacto en el medio ambiente
6. Propuesta metodológica para analizar libros de textos de ingeniería. Problemas aplicados de sistemas lineales
7. Experiencias en la creación y difusión de videos educativos de álgebra lineal en youtube
8. La educación en tiempos de pandemia o la generación perdida
9. Aplicación de sistemas numéricos para la configuración de redes y subredes de computadoras
10. Uso de ambientes virtuales como apoyo en los diseños factoriales
11. Curso propedéutico para alumnos de ingeniería civil con cas abierto
12. Robótica: una motivación para el aprendizaje
13. Prototipo sobrealimentador electrónico para motores a gasolina
14. Aplicación didáctica de Monty Hall
15. Estabilidad en la solución de sistemas de ecuaciones lineales y número de condición matricial
16. Exploración y cuantificación de habilidades blandas en universitarios de ciencias duras: un estudio de caso
17. Electromagnetismo y los números complejos
18. Desarrollo de biomodelo para análisis numérico con método del elemento finito
19. Una aplicación de la derivada aplicando el cálculo diferencial, usando software matemático
20. Modelización matemática de las articulaciones de un robot cartesiano ensamblador de modelos dentales 3d
21. Introducción a redes neuronales convolucionales
22. Movilidad laboral humana
23. Tecnología para la enseñanza y el aprendizaje
24. La derivación en relaciones vectoriales y en cocientes de expresiones algebraicas
25. El uso de los módulos como alternativa en el estudio de algunos problemas

26. Problema del lenguaje matemático y su equivalencia en expresiones en el campo de la informática
27. Modelo matemático en el secado alimentos
28. Aplicación de la inteligencia artificial en la enseñanza usando manuales interactivos
29. Uso de una red neuronal artificial para predecir el conocimiento de técnicas de seguridad informática
30. Análisis de datos cuantitativos con regresión lineal múltiple mediante una estrategia didáctica mediada con software
31. Recursos didácticos para promover el aprendizaje de los estudiantes en investigación de operaciones
32. Frijolarium en octave, para la enseñanza-aprendizaje de la modelación matemática del crecimiento e interacción poblacional
33. Comparación del cambio de frecuencia en un alambre sujeto a carga axial
34. Un método interactivo para resolver grandes sistemas de ecuaciones lineales
35. Diseño y ensamble de plataforma U-Care Health para detección de COVID-19
36. Retos de diseño y elaboración materiales didácticos para matemáticas en modelos híbridos
37. Enseñanza y aprendizaje de matemáticas al implementar tecnologías en la nueva modalidad
38. Evaluación de matemáticas II mediante las TIC
39. Clasificación de riesgo de feminicidio a través de redes neuronales
40. La aplicación de las matemáticas en la seguridad informática
41. Tecnología de impresión 3d en los procesos de enseñanza-aprendizaje para la asignatura de cálculo vectorial
42. Aprendizaje móvil en la resolución de problemas de matrices y determinantes
43. Trascendencia de la tangente en la enseñanza del cálculo diferencial
44. Tendencias e impresiones de la innovación en la práctica educativa matemática
45. Diseño e implementación de la UX en la enseñanza e-learning y sus estadísticas
46. Software matemático como medio para mejorar la visualización en geometría analítica
47. La importancia de la investigación en el aprendizaje de las matemáticas
48. Un cuaderno de trabajo con un enfoque híbrido para matemáticas IV en el CCH
49. Situación didáctica para abordar la función cuadrática empleando un cuaderno de trabajo con enfoque híbrido
50. Implementación del método unisoft mediante la plataforma educativa moodle
51. Análisis del conocimiento del profesor en función cuadrática usando MKT y cuarteto de conocimiento



-
- 52. Plataforma informática gamificada como apoyo al aprendizaje de estudiantes en el nivel universitario
 - 53. La paradoja Yule-Simpson, bueno para ellas y ellos, pero malo para todos
 - 54. Cachibol matemático, predeporte para potenciar el desarrollo del cálculo mental en alumnos de educación primaria

MEMORIAS DEL
Congreso Internacional
Sobre la Enseñanza y Aplicación de las Matemáticas



SOLUCIÓN DE UN GRAFO DIRIGIDO APLICANDO EL ALGORITMO DE FLOYD-WARSHALL Y GRAPH

Leonel Gualberto López Salazar^{1*}, Omar García León², Armando Aguilar Márquez³, Miguel de Nazareth Pineda Becerril⁴, José Juan Rico Castro⁵.
1, 2, 3, 4 y 5 *Facultad de Estudios Superiores Cuautitlán. Carretera Cuautitlán Teoloyucan s/n km. 2.5 Col. San Sebastián Xhala Cuautitlán Edo. De México cp. 54714.*

EN-POSM001

Resumen

El algoritmo de Floyd-Warshall descrito por Bernard Roy, nos permite conocer las distancias mínimas en el recorrido de un nodo a otro en un grafo dirigido ponderado, la ventaja que tiene este método en relación al algoritmo de Dijkstra es que no requiere de un nodo inicial y un nodo final, es decir encuentra de una sola vez las distancias mínimas de todos los nodos, es un proceso que se realiza mediante una serie de iteraciones hasta que se tienen las distancias o recorridos mínimos entre todos los pares de nodos que constituyen los posibles recorridos del grafo. Para poder aplicar el método de resolución es necesario tomar el valor de cada una de las aristas que unen los diferentes vértices y mediante estos valores construir una matriz que podemos llamar de distancias. Luego de esto procedemos a generar la matriz de secuencias en donde únicamente se construye mediante la inclusión de todos los nodos que constituyen el grafo, al finalizar el método es aquí donde podemos leer las distancias de los diferentes recorridos. En este trabajo se considera que este concepto puede ser mediado con el apoyo de las TIC's ya que el profesor puede apoyarse de una herramienta visual para obtener la matriz final de distancias y mostrar al alumno una manera diferente de resolver este problema. Al final se considera que los resultados en el aprendizaje del alumno dependerán en gran medida de la forma que se tenga al diseñar e implementar esta estrategia didáctica.

Palabras clave: Floyd, Warshall, grafo, algoritmo, graph

1. Introducción

La investigación de operaciones nos permite asignar recursos de una manera óptima mediante el uso del método científico y herramientas relacionadas con modelos matemáticos, estadísticos, probabilísticos, algoritmos y en general cualquier concepto o método que nos facilite la toma de decisiones (Maynard, 2010). Dentro de las aplicaciones podemos mencionar algunas:

- Problemas de asignación de recursos
- Procesos de planificación de personal y etapas de producción
- Administración de flujos en cadenas de suministros
- Determinar la ruta crítica en proyectos
- Planificación de trayectorias de oleoductos y/o redes de telecomunicaciones.
- Refinamiento y mezcla de sustancias o componentes

^{1*} Leonel G. López Salazar. E-mail: leonelguls@gmail.com Tel.55-73-62-75-46

44 Muchas de las herramientas características de la investigación de operaciones fueron
 45 desarrolladas casi por completo antes del término de la década de 1950, dentro de las
 46 cuales tenemos:

- 47 • Programación lineal
- 48 • Programación dinámica
- 49 • Líneas de espera
- 50 • Teoría de inventarios
- 51 • Modelos de transporte y teoría de grafos.

52 La teoría de grafos estudia las propiedades y las aplicaciones de los grafos. Un grafo
 53 es una pareja de conjuntos $G = (V, A)$, donde V es el conjunto de vértices (1, 2, 3, etc.)
 54 y A es el conjunto de aristas, este último es un conjunto de pares (u, v) de la forma tal
 55 que: $u, v \in V$ (Menéndez, 1998). Figura 1.

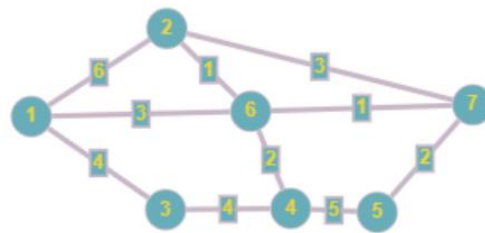


Figura 1. Grafo dirigido

67 Los grafos además de poder modelar diferentes tipos de redes mediante vértices,
 68 aristas y pesos de cada una de las aristas, los grafos pueden modelarse mediante el
 69 uso de matrices para poder aplicar los conceptos relacionados, como el de la matriz
 70 de adyacencia. La matriz de adyacencia será llamada posteriormente matriz de
 71 distancia para recabar los datos relacionados con el grafo en cuestión. Definimos la
 72 matriz de adyacencia A de la siguiente manera (Fernández, 2005):

74 Ecuación 1. $a_{ij} = \begin{cases} \text{Número de aristas en } i \text{ y } j, \text{ si } i \neq j \\ \text{Dos veces el número de aristas en } i \end{cases}$

76 Para el caso del algoritmo de Floyd tomaremos los valores correspondientes a las
 77 aristas y de esta manera le llamaremos matriz de distancias D figura 2.

79
$$D = \begin{pmatrix} 0 & 6 & 4 & 6 & 6 & 3 & 0 \\ 6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 3 \\ 4 & 0 & 0 & 4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 0 & 5 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 5 & 0 & 0 & 2 \\ 3 & 1 & 0 & 2 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 3 & 0 & 0 & 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Figura 2. Matriz de distancias

82 Mediante la matriz D de distancias podemos encontrar las distancias mínimas de todos
83 los nodos aplicando algún algoritmo que nos permita determinar estos resultados. Los
84 algoritmos más representativos son:

85

- 86 • Búsqueda en anchura (BFS)
- 87 • Búsqueda en profundidad (DFS)
- 88 • Del vecino más cercano
- 89 • Ordenación topológica de un grafo
- 90 • Cálculo de los componentes fuertemente conexos de un grafo
- 91 • De Dijkstra, de Prim, de Ford-Fulkerson, Kruskal y
- 92 • Algoritmo de Floyd-Warshall

93

94 El algoritmo de Floyd-Warshall nos permite determinar la distancia mínima entre
95 cualquier par de nodos que pertenezcan al grafo analizado. Se parte de un grafo
96 constituido por vértices y aristas figura 1, este grafo será el resultado de modelar un
97 problema de aplicación para este método, posteriormente modelaremos el grafo en
98 una matriz de distancias figura 2 y además se requiere una matriz de secuencias S
99 para determinar las trayectorias de un nodo origen a un destino figura 3.

100

101

$$S = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 \\ 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 \\ 5 & 5 & 5 & 5 & 5 & 5 & 5 \\ 6 & 6 & 6 & 6 & 6 & 6 & 6 \\ 7 & 7 & 7 & 7 & 7 & 7 & 7 \end{pmatrix}$$

102

103

104

Figura 3. Matriz de secuencias

105

106

107

108

109

110

111

112

Ecuación 2. **Operación triple** $d_{ik} + d_{kj} < d_{ij}$

113

114

115

116

117

118

119

120 **2. Metodología o desarrollo**

121

122 Partimos del planteamiento inicial del grafo y la matriz de distancia D y la matriz de

123 secuencia S en la figura 4.

124

125

126

127

128

129

130

131

132

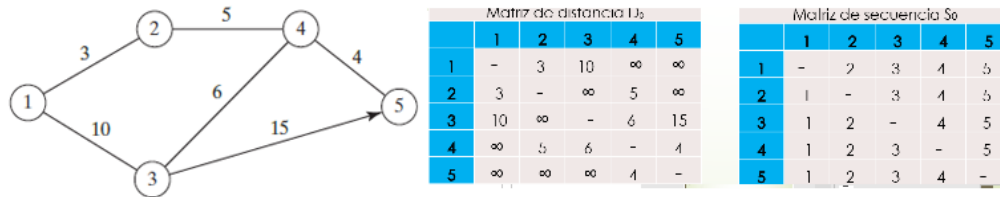


Figura 4. Planteamiento inicial del problema.

133 Cuando no tenemos una arista que conecte un par de vértices ponemos infinito como

134 valor en la matriz D. Iniciamos la primera iteración buscando los valores que mejoran

135 la ruta figura 5.

136

137

138

139

140

141

142

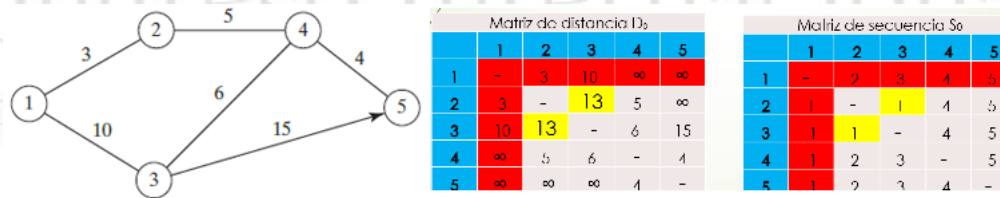


Figura 5. Primera iteración del algoritmo de Floyd

144 Aquí en este caso vemos que la operación triple mejora los resultados para las casillas

145 2,13 y 3,2 en la matriz de distancias, actualizamos los valores de la sumatoria ya que

146 13 es menor que infinito y para finalizar a la misma altura de las casillas actualizamos

147 el nodo pivote que esta en rojo que corresponde a la primera iteración en la matriz de

148 secuencias S, las casillas amarillas. De esta manera llegamos al final del algoritmo

149 figura 6.

150

151

152

153

154

155

156

157



Figura 6. Iteración 5 del método de Floyd

158 Al tomar como elemento pivote el vértice 5 observamos que mediante la operación

159 triple ya no podemos mejorar ninguna trayectoria, entonces podemos decir que hemos

160 terminado y esta es la solución.

161

162

163

164

165
166
167
168
169
170
171
172
173
174
175
176
177



Figura 7. Solución del grafo por el algoritmo de Floyd en Graph

3. Resultados y análisis

178
179
180
181
182
183
184
185
186

Para el caso de este ejemplo se ha encontrado la solución en 5 iteraciones mediante el método manual y gráficamente se han tenido que construir varios modelos ya que el modelo que se ha generado en la primera iteración no ha servido sino para poder construir la siguiente iteración y así sucesivamente. Para el caso de la herramienta de Graph únicamente se construyó el grafo y se seleccionó resolver mediante el algoritmo de Floyd, cuestión que resultó muy fácil para determinar la solución final.

187
188
189
190
191

Entonces mediante la matriz de distancias podemos saber cuál es la distancia mínima de un nodo a otro sea cualquier nodo y mediante la matriz de secuencias podemos conocer la trayectoria que debemos seguir de un nodo a otro cualquiera que sea siguiendo las distancias mínimas.

192
193

4. Conclusiones

194
195
196
197
198
199
200
201
202

Se concluye que el algoritmo de Floyd-Warshall nos proporciona las distancias mínimas entre todo par de vértices en un solo proceso mediante las dos matrices la matriz de distancias y la matriz de secuencias. Aunque realizar el método de manera manual es un poco engorroso por la necesidad de estar construyendo las dos matrices los cálculos necesarios mediante la operación triple son sencillos ya que la implementación del algoritmo puede llegar a ser muy visual además de que nos podemos apoyar con colores para identificar más claramente en que iteración vamos y cuáles son las casillas que mejoran la solución.

203
204
205
206
207
208
209

Por otra parte, al utilizar Graph podemos observar que únicamente nos proporciona el resultado final, que en determinado momento nos ahorra las iteraciones intermedias para poder encontrar la solución final del grafo. Si lo que nos interesa es mostrar al alumno los resultados es muy buena opción, pero para mostrar el desarrollo del algoritmo necesitamos otro tipo de herramientas que nos pudieran mostrar los resultados intermedios o iteraciones intermedias a manera que conocer la forma mediante la cual vamos obteniendo los resultados.

210 La interpretación de los resultados dependerá en gran medida del problema que
211 estemos modelando mediante el grafo y las matrices.

212

213 **Agradecimientos**

214

215 Trabajo realizado con el apoyo del programa UNAM-DGAPA-PAPIME PE108322

216

217 **5. Índice de referencias**

218

219 • Fernández, E. (2005). Gráficas y matrices de adyacencia. *Actas del VIII congreso*
220 *DR. Antonio A. R. Monteiro*, 8, 151-179.

221 • Maynard, K. (2010). *Investigación de operaciones*. Fondo editorial pontificia
222 universidad católica del Perú.

223 [https://repositorio.pucp.edu.pe/index/bitstream/handle/123456789/173119/Investi](https://repositorio.pucp.edu.pe/index/bitstream/handle/123456789/173119/Investigacion%20de%20operaciones.pdf?sequence=1)
224 [gacion%20de%20operaciones.pdf?sequence=1](https://repositorio.pucp.edu.pe/index/bitstream/handle/123456789/173119/Investigacion%20de%20operaciones.pdf?sequence=1)

225 • Menéndez, A. (1998). Una breve introducción a la teoría de grafos. *Revista*
226 *Suma*, 28, 11-26.

227 • Taha, H. (2012). *Investigación de operaciones*. Pearson educación.

Congreso Internacional
Sobre la Enseñanza y Aplicación de las Matemáticas

LA CLASE DE MATEMÁTICAS I APLICANDO SECUENCIAS DIDÁCTICAS (UNA EXPERIENCIA DOCENTE)

Urrutia Vargas Celina Elena^{1 *}, Aguilar Márquez Armando², Pineda Becerril Miguel de Nazareth³

¹ Carretera Cuautitlán-Teoloyucan Km. 2.5 Vista Hermosa y Av. Narciso Mendoza, Col. San Sebastián Xhala

ID-POSM002

Resumen

La clase de matemáticas en la educación superior tiene como propósito desarrollar en el estudiante las habilidades necesarias para el planteamiento y resolución de problemas. Este trabajo surge de la experiencia en el aula universitaria con alumnos que cursan Matemáticas I, en el primer semestre de la carrera de Química (en forma virtual), Facultad de Estudios Superiores Cuautitlán UNAM, en el cual se aplica la estructura de una secuencia didáctica que comprende: Inicio, Desarrollo y Cierre. En el primero se realiza un examen diagnóstico, se plantea el objetivo: al terminar la secuencia didáctica el alumno será capaz de comprender la utilidad del diagrama de Venn-Euler y su aplicación en la asignatura de Estadística para lograr una incorporación activa de los contenidos. En el Desarrollo se diseña la estrategia de aprendizaje la cual consiste en presentar a los alumnos un problema del tema de Probabilidad (que corresponde a la asignatura de Estadística que cursará en el cuarto semestre de su carrera), se destaca solamente el conocimiento matemático enfocado a la utilidad de los diagramas de Venn-Euler. En el Cierre se revisa la transferencia de aprendizaje con evaluación sumativa del tema (examen). Los resultados de la situación didáctica aplicada son óptimos (se presenta como evidencia comentarios de los alumnos). En conclusión, el alumno logra trabajar en forma colaborativa reflexiva y crítica, se demuestra que los conocimientos en matemáticas se abordan articuladamente para lograr los aprendizajes en otras asignaturas dando como resultado un estudiante motivado con un aprendizaje significativo a largo plazo.

Palabras clave: Secuencia, didáctica, aprendizaje, probabilidad, diagrama, Venn -Euler.

1. Introducción

El esfuerzo para mantener el interés de los alumnos en clase de matemáticas conduce a explorar nuevos caminos “La incapacidad del hombre moderno para entender las matemáticas y las ciencias no depende tanto de una atrofia de sus habilidades, cuanto de nuestro fracaso para saber cómo enseñar estas materias” (Bruner, 1988).

En la búsqueda del docente para encontrar nuevas formas de enseñar matemáticas que resulten atractivas al estudiante y que además sea éste el responsable de la apropiación de su conocimiento, el profesor encuentra la secuencia didáctica. “Se le

¹ Celina Elena Urrutia Vargas. E-mail: celinaelena@yahoo.com.mx Tel. 5556231927

45 llama secuencia didáctica a una serie de actividades que se deben realizar de manera
46 sucesiva, con el fin de alcanzar un objetivo de aprendizaje” (Zarzar, 2015). En el diseño
47 de la secuencia didáctica se lleva a cabo una serie de actividades de aprendizaje “la
48 estructura comprende: Inicio, Desarrollo y Cierre. En el primero se realiza un examen
49 diagnóstico, se plantea el objetivo, se observan las características de los alumnos, en
50 el Desarrollo se diseña la estrategia de aprendizaje y por último el Cierre se revisa y
51 se evalúa la transferencia de aprendizaje” (Aprendamos de todo,2021).

52 Se presenta una experiencia docente en el aula durante el curso de matemáticas I que
53 se imparte a los estudiantes de primer ingreso de la carrera de Química Facultad de
54 Estudios Superiores Cuautitlán. El semestre inició en línea y se terminó en presencial
55 (debido a problemáticas estudiantiles), en clase se les imparte a los alumnos la
56 construcción del diagrama de Venn-Euler y su aplicación en la asignatura de
57 Estadística mediante las plataformas Zoom y Classroom. El temario de la asignatura
58 presenta los conocimientos necesarios para iniciar la carrera además de servir como
59 base sólida para sustentar sus materias subsecuentes, en la unidad 1. Conjuntos, en
60 el apartado 1.4 muestra el tema Diagrama de Venn-Euler (Plan de Estudios de la
61 carrera de Química/2004. FESC, 2022). A continuación, se define

62 “El Diagrama de Venn-Euler, también se denomina como un diagrama lógico,
63 esto se debe, a que es utilizado en áreas donde la lógica hace acto de presencia,
64 como es el caso de la informática, la matemática, la estadística y la lingüística.
65 De hecho, se considera que, este esquema, fue catalogado como una de las
66 herramientas necesarias para el estudio de lo que comprende “La nueva
67 matemática”” (Microsoft Project,2022).

68 La vinculación de las matemáticas con otras materias es un factor importante para que
69 el estudiante se motive en aprender, además en la actualización del trabajo docente
70 en el aula el aprendizaje significativo exige la integración de los conocimientos de una
71 forma distinta y así cambiar la impartición de la clase tradicional a una más dinámica,
72 en donde se aplique la función tutorial o guía del profesor para desarrollar en el
73 estudiante las habilidades necesarias para la resolución y aplicación de problemas.
74 Los autores están de acuerdo con la cita “La situación de aprendizaje cooperativo
75 favorece el crecimiento del grupo y de cada uno de los integrantes mediante el desafío
76 de enfrentar lo nuevo, explorar lo desconocido y construir sus propios conocimientos
77 en equipo” (Ferreiro, 2009). Es difícil lograr la atención de los estudiantes “sin embargo
78 cuando se simula un problema, es posible retener hasta el 90% de lo que se ha
79 aprendido. Esta es una de las principales ideas del aprendizaje tanto mediante el
80 trabajo en proyectos como en del basado en problemas” (Araújo, 2008). Como
81 sostiene Quesada (2012) “Raramente nos hacemos las preguntas como las siguientes:
82 ¿qué piensa el estudiante de lo que vamos a enseñarle?, ¿qué ideas tienen sobre la
83 materia cuál es su actitud hacia ella?, o en general: ¿qué sabemos de sus
84 conocimientos cuando viene por primera vez a tomar clase? Estos tipos de preguntas-
85 que antes ni siquiera se nos ocurrían-son las que actualmente se hacen en el campo
86 de la didáctica y son el resultado de las reflexiones y cambios de paradigmas acerca
87 de lo que es enseñar y aprender ocurridos en los últimos veinte años”. El aprendizaje
88 repetitivo y mecánico actualmente no es solución a la falta de motivación con que el

89 profesor se enfrenta en el aula, se tiene que buscar la vinculación de los conocimientos
90 adquiridos con las materias que abordarán posteriormente en su carrera.
91 De acuerdo con Quesada op. Cit. pág. 50 “Una de las maneras conocidas para dar
92 sentido a la información por adquirir es fomentar en el alumno el aprendizaje
93 significativo, el cual ocurre cuando hace una incorporación activa de los contenidos
94 objeto de estudio”. La experiencia docente en la clase de matemáticas 1 en donde se
95 desarrolla una secuencia didáctica en el tema de diagrama de Venn-Euler se presenta
96 a continuación.

97

98 **2. Desarrollo**

99

100 **2.1 Objetivo**

101 Al terminar la secuencia didáctica el alumno será capaz de comprender la utilidad del
102 diagrama de Venn-Euler y su aplicación en la asignatura de Estadística para lograr
103 una incorporación activa de los contenidos.

104 **2.1.1 Preguntas para planeación de la secuencia didáctica**

105 ¿Qué enseñar?

106 El tema o contenido es el diagrama de Venn-Euler.

107 ¿A quién enseñar?

108 Los alumnos son del primer semestre de la Licenciatura de Química, sus edades
109 oscilan en un rango de 18 a 20 años, una característica es que se encuentran cursando
110 nuevamente debido a que no acreditaron la asignatura en el semestre 2022-2.

111 ¿Cómo se va a enseñar?

112 La metodología será aprendizaje basado en problemas (ABP), el rol del profesor es de
113 guía y el del alumno de protagonista de su aprendizaje.

114 ¿Con qué?

115 Los recursos con que se trabajan son apuntes de la signatura realizado por los autores
116 que se proporcionan en las plataformas Classroom y Zoom, así el alumno pueda
117 acceder fácilmente a ellos.

118 ¿Cuándo? Se organizan los tiempos en tres sesiones de clase con un total de cinco
119 horas.

120 **2.1.2 Inicio de la secuencia didáctica**

121 La clase se imparte de forma sincrónica en los horarios asignados por la coordinación
122 de la carrera, a través de la plataforma Zoom, se realiza una evaluación diagnóstica
123 trabajando la oralidad mediante esta actividad se puede indagar su aprendizaje previo
124 de los diagramas de Venn-Euler, se procede con una lectura didáctica (proyección de
125 apuntes y lectura alternada por los alumnos y el docente) para relacionar el
126 conocimiento previo de conjuntos (números, universo, vacío) y operaciones entre
127 conjuntos (unión, intercesión, complemento), para reforzar el conocimiento.

128 **2.1.3 Desarrollo de la secuencia didáctica**

129 La metodología utilizada es el ABP (aprendizaje basado en problemas), "El ABP
130 consiste en el planteamiento de una situación problema, donde su construcción,
131 análisis y / o solución constituyen el foco central de la experiencia, y donde la
132 enseñanza consiste en promover deliberadamente el desarrollo del proceso de
133 indagación y resolución del problema en cuestión" (Díaz Barriga,2006). La rutina de

134 formación de equipos se realiza aleatoriamente con tres estudiantes, distribuyéndolos
135 en diferentes salas en la plataforma Zoom, se solicita que platiquen entre ellos para
136 buscar un nombre, un dibujo que los represente. Se distribuyen responsabilidades o
137 roles de cada miembro, “Distribuirse en las funciones organizativas por cumplimentar:
138 por consenso grupal de quién es el coordinador, quién el relator y quién el verificador”.
139 Ferreiro op.Cit.pág.100. Se trabaja con el material (apuntes) que se les proporciona y
140 el representante de su equipo expondrá sus conclusiones en la plenaria al finalizar la
141 secuencia didáctica.

142 2.1.4 El problema

143 Trabajar la aplicación del saber es presentar a los estudiantes un problema de
144 probabilidad en el cual se localizan las diferentes regiones de los conjuntos. Se
145 realizan preguntas de orden cognitivo superior (comprensión, dominio) y de
146 metacognición (¿cómo comprendo?,¿cómo aprendo?) del tema del diagrama de
147 Venn- Euler. Se realiza una evaluación formativa (el alumno, reflexiona de qué manera
148 puede representar las diferentes regiones en un diagrama de Venn-Euler. Partiendo
149 de que se considera el problema como recurso de aprendizaje “Es principalmente a
150 través de la resolución de una serie de problemas elegidos por el docente como el
151 alumno construye su saber, en interacción con los otros alumnos” (Parra, 2005).
152 Indicándoles que solo se trabajará el conocimiento matemático enfocado al tema
153 diagrama de Venn-Euler y los demás conceptos se les impartirá en la asignatura de
154 Estadística en cuarto semestre. Para la resolución del problema se toma en cuenta los
155 pasos que recomienda Polya (1965):

156 “Para resolver un problema se necesita:

157 I. Comprender el problema

158 II. Concebir un plan

159 III. Ejecución del plan

160 IV. Examinar la solución obtenida”.

161 Siguiendo los pasos se tiene:

162 I. Para comprender el problema:

163 Se pide al estudiante lea la información que se proporciona en la plataforma
164 Classroom. Retroalimentación del tema por parte de los autores con los conceptos
165 como “conjunto: colección de objetos bien definidos” (Britton ,1965), conjuntos de
166 números, conjunto universal, conjunto vacío, subconjunto y operaciones con conjuntos
167 como son la intersección, unión, diferencia, complemento, y diagrama de Venn-Euler.

168 II. Se concibe un plan: Se analizan los datos, se motiva la generación de preguntas y
169 se realiza lluvia de ideas para ponerse de acuerdo como se abordará el problema, por
170 ejemplo, se determina las incógnitas y cómo se llegará a la resolución del problema
171 planteado mediante los conocimientos adquiridos del tema diagrama de Venn-Euler.

172 III. Ejecución del plan: Al ejecutar el plan para encontrar el valor de las incógnitas del
173 problema se llega a la solución, con la ayuda del docente como facilitador, es decir
174 guía al estudiante y le motiva a utilizar sus conocimientos matemáticos previos y
175 nuevos.

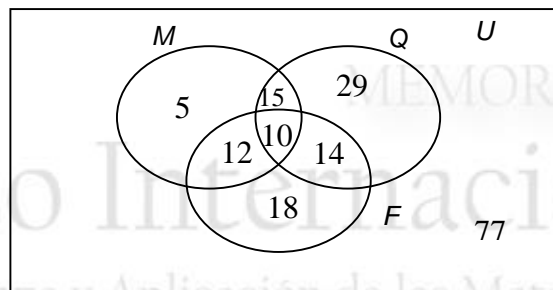
176 IV. Se examina la solución: verificando y discutiendo los resultados en una plenaria de
177 todos los equipos.

178 Como presenta Flores (2000):

179 “La probabilidad $P(A)$ de un evento A es entonces la suma de las probabilidades de
 180 sus puntos.
 181 Ejemplo: Una escuela tiene 180 alumnos de los cuales 42 estudian matemáticas, 68
 182 estudian química, 54 estudian física, 22 estudian matemáticas y física, 25 estudian
 183 matemáticas y química, 24 estudian física y química y 10 estudian las 3 materias. Si
 184 se escoge un estudiante al azar calcular la probabilidad de que estudie:
 185 a) Física y química pero no matemáticas.
 186 b) Únicamente matemáticas (use diagrama de Venn)”
 187 Solución:

188 a) $P[(F \cap Q) - M] = 14/180 = 7/90$ Ec. (1)

189 b) $P(M - F - Q) = 5/180 = 1/36$ Ec. (2)



191
192
193
194
195
196 Figura.1 Diagrama de Venn, fuente: Probabilidad y estadística Fernando Flores B (2000)

197
198 **2.1.5 Cierre de la secuencia didáctica**

199 Con la evaluación sumativa se demuestra el aprendizaje esperado (conocer las
 200 diferentes regiones de un diagrama de Venn-Euler) mediante un examen como
 201 producto e instrumento de evaluación, además la aplicación del saber cuando el
 202 alumno expone el resumen y conclusiones a las que se llegó en su equipo en la reunión
 203 plenaria al finalizar la secuencia didáctica.

204
205 **3. Resultados**

206
207 El impartir la clase en línea fue todo un reto, realizar la retroalimentación de forma
 208 verbal a cada estudiante resulta difícil, los diferentes distractores como el ruido, la falta
 209 de cámara, el lugar (en su habitación o sala con familiares, en su carro), algunos se
 210 conectaban, pero no estaban presentes (al pasar lista no había contestación), sin
 211 embargo, un 70% participó. Las evidencias fueron “Debido al ritmo más lento de
 212 trabajo no se sentía más una presión en contra del tiempo haciendo el aprendizaje
 213 más relajado “De igual forma el trabajo y esmero del profesor a través de una pantalla
 214 fue excelente”, “Algunos compañeros tuvieron problemas para adaptarse a la clase
 215 virtual haciendo que el profesor sea más lento”, “Mis compañeros y yo trabajamos bien
 216 en equipo”.

221 4. Conclusiones

222

223 Después de haber utilizado la secuencia didáctica, se determinó que la estrategia del
224 aprendizaje basado en problemas motiva más a los estudiantes para su aprendizaje.

225 Al mostrar la utilidad del tema del diagrama de Venn-Euler el estudiante logra vincular
226 los saberes previos con los conocimientos nuevos. Los conceptos de unión
227 intersección, complemento, resta, conjunto universal fueron la base para entender el
228 problema de probabilidad.

229 El alumno constata que los temas de la asignatura de Matemáticas I son una base
230 robusta y sólida para las materias que cursará a lo largo de su carrera, por lo tanto, se
231 logra captar su atención en clase y dando como resultado un alumno motivado con un
232 aprendizaje significativo a largo plazo.

233

234 5. Índice de referencias

235

- 236 ● Araújo, U. (2008). *El Aprendizaje Basado en Problemas. Una nueva perspectiva*
237 *de la enseñanza en la universidad*. España: Editorial Gedisa, pág.75
- 238 ● Britton, J. (1965). *Matemáticas Universitarias*, México: Editorial Continental,
239 pág.34
- 240 ● Bruner, J. (1988). *Desarrollo cognitivo y educación ,selección de textos por*
241 *Jesús Palacios*. Editorial Morata,5^o edición, pág.161
- 242 ● Díaz Barriga, F (2006). *Enseñanza situada: Vínculo entre la escuela y la vida*.
243 México: Editorial McGraw Hill, pág. 62
- 244 ● Ferreiro, G. & Espino, M. (2009). *El ABC del Aprendizaje Cooperativo, Trabajo*
245 *en Equipo Para Aprender y Enseñar*. México: Editorial Trillas, páginas 100 ,132
- 246 ● Flores, F. (2000) Probabilidad y Estadística, México: IPN, 1^a impresión, pág.35
- 247 ● Parra, C. et al (2005). *Didáctica de las Matemáticas, aportes y reflexiones.10^o*
248 *reimpresión*. Buenos Aires: Paidós (educador), pág.58
- 249 ● Polya, G. (1965). *Cómo plantear y resolver problemas*. México: Editorial Trillas,
250 pág.19
- 251 ● Quesada, R. (2012). *Cómo planear la enseñanza estratégica*. México: Editorial.
252 Limusa. págs.50,102
- 253 ● Zarzar, C. (2015). *Planeación didáctica por competencias*. México: Editorial
254 Patria. Primera edición, pág.100

255 Información en línea

256

- 257 ● Plan de Estudios de la carrera de Química. Facultad de Estudios Superiores
258 Cuautitlán. [En línea]. Obtenido en enero de 2022 de la dirección:
259 https://www.cuautitlan.unam.mx/licenciaturas/quimica/descargas/1416_estadistica.pdf
- 260
- 261 ● Microsoft Project.¿Qué es el Diagrama de Venn Euler? [En línea]. Obtenido el
262 20 de febrero 2022, en la dirección: <https://administrarproyectos.com/que-es-el-diagrama-de-venn-euler/>
- 263

- 264 ● Aprendamos de todo [09, agosto,2021]. *Todo sobre ¿cómo hacer una*
265 *secuencia didáctica* [vídeo] you tube,
266 <https://www.youtube.com/watch?v=b0RTI0ThpeA>

MEMORIAS DEL
Congreso Internacional
Sobre la Enseñanza y Aplicación de las Matemáticas

EL DESAFÍO DE FOMENTAR EL APRENDIZAJE DEL ÁLGEBRA SUPERIOR EN LA NUEVA NORMALIDAD

Fautsch Tapia Eugenio León^{1*}

Facultad de Química, UNAM.

Av. Universidad 3000 C.P. 04510 Coyoacán, CDMX

EN-POSM003

Resumen

El objetivo de este trabajo es compartir el material que he estado desarrollando, así como mis experiencias docentes durante la pandemia de Covid19 y el regreso a la “nueva normalidad”, buscando fomentar el aprendizaje significativo de las matemáticas.

En marzo de 2020 se declaró oficialmente la existencia de la pandemia y en abril de ese año se nos informó a los profesores de la Facultad de Química que ya no habría clases presenciales. Esto ha sido todo un reto que exigía diseñar nuevas estrategias para la enseñanza a distancia de las asignaturas.

*Afortunadamente tenía yo varios años de trabajar apoyando el proceso de enseñanza-aprendizaje de mis cursos mediante el sitio de Internet: **Coleguillas 2012**. Al ver que continuaba la pandemia, en septiembre de 2020 decidí crear un nuevo sitio de internet: **Coleguillas 2020**, con el cual trabajé durante los casi dos años que tuvimos que dar clases a distancia. Este sitio fue concebido como un núcleo a través del cual los estudiantes tuvieran acceso a: Sesiones en ZOOM, mi aula virtual, videos, y material de apoyo. En noviembre de 2021 se nos solicitó a varios profesores reanudar las clases presenciales, lo cual hicimos de forma híbrida. El retorno a esta “nueva normalidad” se ha dado de manera progresiva, considerando que no es posible enseñar como se hacía con anterioridad. Es necesario cambiar de mentalidad y adaptar nuestras estrategias didácticas a las nuevas circunstancias. A mediados del 2022 abrí un canal de YouTube: **El Coleguilla Matemático** y se reestructuro mi sitio de internet **Coleguillas 2020**, agregando una sección con material de apoyo al curso de Álgebra Superior. En esta presentación se mostrarán los principales logros de estas plataformas para que los estudiantes tengan una participación más activa y así desarrollen un pensamiento matemático bien ordenado.*

Palabras clave: Álgebra, aprendizaje, coleguillas, herramienta, pandemia, razonamientos.

1. Introducción

El objetivo de este trabajo es compartir el material que he estado desarrollando, así como mis experiencias docentes durante la pandemia de Covid19 y el regreso a la “nueva normalidad”, buscando fomentar el *aprendizaje significativo*² de las matemáticas. Es un punto de partida y deseo sea de utilidad en nuestra labor docente.

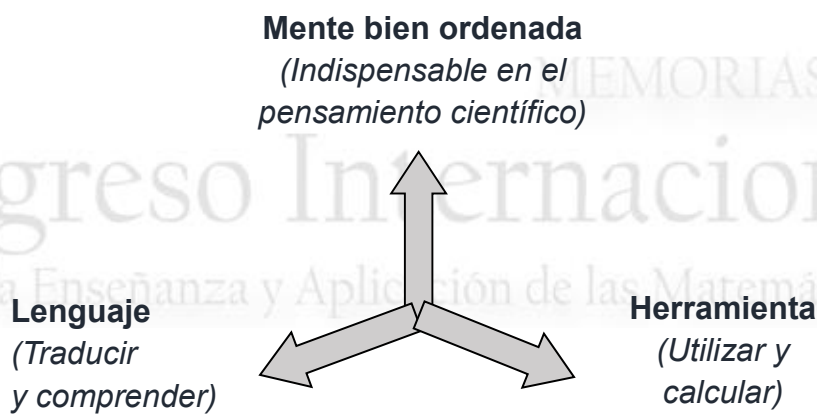
El Departamento de Matemáticas de la Facultad de Química tiene como **misión:**

¹ *Autor para la correspondencia. E-mail: leontsch@gmail.com Tel.55-56-22-35-34

² David P. Ausubel considera el aprendizaje significativo como: “Una adquisición de significados nuevos; es decir, una tarea que puede estar relacionada de manera sustancial y no arbitraria con lo que el aprendiz ya conoce”. (Ausubel, D. 2019 p. 538)

40 “Contribuir en la formación de profesionales de la Química, proporcionándoles
 41 a los estudiantes fundamentos sólidos, que les permitan aplicar la matemática
 42 en la resolución de problemas y elaboración de modelos para describir los
 43 fenómenos relacionados con su profesión”.

44 No se trata de formar matemáticos, se trata de formar profesionales de la Química
 45 con un **pensamiento matemático bien ordenado** y que puedan comprender el
 46 lenguaje matemático. Que sean capaces de **traducir e interpretar** los fenómenos
 47 de la naturaleza y así construir un modelo que los describa. Una vez construido el
 48 modelo, los estudiantes puedan aplicar las matemáticas como una **herramienta**
 49 para poder calcular los resultados que nos interesan.



58 **Figura 1: Ejes del aprendizaje de las matemáticas**

59
 60 Anualmente un promedio de 1200 estudiantes ingresa a la Facultad de Química de
 61 la UNAM para formarse como profesionales de la Química.

62 En los planes de estudio de **todas** las carreras, se incluye la asignatura de Álgebra
 63 Superior, la cual deben cursar obligatoriamente los estudiantes en el primer
 64 semestre de su carrera profesional.

65
 66 **2. Metodología o desarrollo**
 67

68 De acuerdo con la información sobre los índices de reprobación en la asignatura
 69 de Álgebra Superior (Tabla 1) durante varios años antes de la pandemia, se puede
 70 observar que el promedio de reprobación es alto.

71 **Tabla 1: Porcentajes de reprobación en Álgebra Superior**

SEMESTRE	2006 1	2006 2	2007 1	2007 2	2008 1	2008 2	2009 1	2009 2	2010 1	2010 2	% Pro- medio

% DE REPROBACIÓN	44.92	39.63	51.29	64.29	45.07	47.62	41.01	42.15	37.79	51.57	46.53
-------------------------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	--------------

SEMESTRE	2015 1	2015 2	2016 1	2016 2	2017 1	2017 2	2018 1	2018 2	2019 1	2019 2	% Pro- medio
% DE REPROBACIÓN	47.70	42.40	49.30	47.60	47.50	42.60	38.10	46.50	45.90	44.40	45.20

72

73 Esto ha sido motivo de preocupación tanto para los profesores como para las
 74 autoridades, por lo que en la Facultad de Química se han implantado diversas
 75 estrategias para apoyar a los estudiantes en el proceso individual de adaptación a la
 76 vida universitaria. De esta manera, poder subsanar las deficiencias académicas con
 77 que ingresan a la Facultad, así como mejorar la permanencia de los estudiantes y
 78 lograr una mayor eficiencia terminal.

79 Los estudiantes que ingresan a la Facultad provienen de diferentes instituciones
 80 educativas con algunas deficiencias en su formación de bachillerato, sobre todo
 81 después de la pandemia del Covid-19. Al inicio del primer semestre, se les aplica un
 82 examen diagnóstico, y los resultados son muy bajos.

83 Sin embargo, ya que han ingresado a la Facultad de Química, es un deber ético de los
 84 docentes que trabajamos en la institución, apoyarlos para subsanar sus deficiencias
 85 previas.

86 Las principales estrategias en las que ha participado el Departamento de Matemáticas
 87 para apoyar a los estudiantes han sido:

88

- 89 • Subprograma de Atención Diferenciada a Alumnos de Primer Ingreso
 90 (SADAPI).
- 91 • Programa de Asesorías Académicas para el Primer Semestre.
- 92 • Curso-Taller de Matemáticas Básicas para Alumnos de Primer Ingreso.
- 93 • Cursos intersemestrales.
- 94 • Uso de las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC).

95

96 En marzo de 2020 se declaró oficialmente la existencia de la pandemia y en abril de
 97 ese año se nos informó a los profesores de la Facultad de Química que ya no habría
 98 clases presenciales. Esto fue todo un reto que exigía diseñar nuevas estrategias para
 99 la enseñanza a distancia de las asignaturas. En mis cincuenta años como docente de
 100 Licenciatura y de Bachillerato no me había enfrentado a una situación así.

101 Se presentaban varios problemas: no todos los estudiantes, ni profesores tenían el
 102 equipo necesario, ni conexiones estables para participar en las clases a distancia.
 103 No todos los estudiantes podían acceder simultáneamente a las sesiones en ZOOM,
 104 Google Classroom o alguna otra plataforma en el momento en que se impartían.
 105 No se tenían sitios en internet para que los estudiantes que por algún motivo no
 106 pudieron participar en las sesiones de clase pudiesen acceder al material del curso de
 107 forma asíncrona.
 108 La mayoría de los docentes estaban acostumbrados a las clases tradicionales
 109 únicamente de exposición oral y pizarrón.
 110 Afortunadamente tenía varios años de trabajar apoyando el proceso de enseñanza
 111 aprendizaje de mis cursos mediante el sitio de Internet: “Coleguillas 2012”, el cual se
 112 construyó en 1999 y se ha ido actualizando hasta su última versión en 2020.

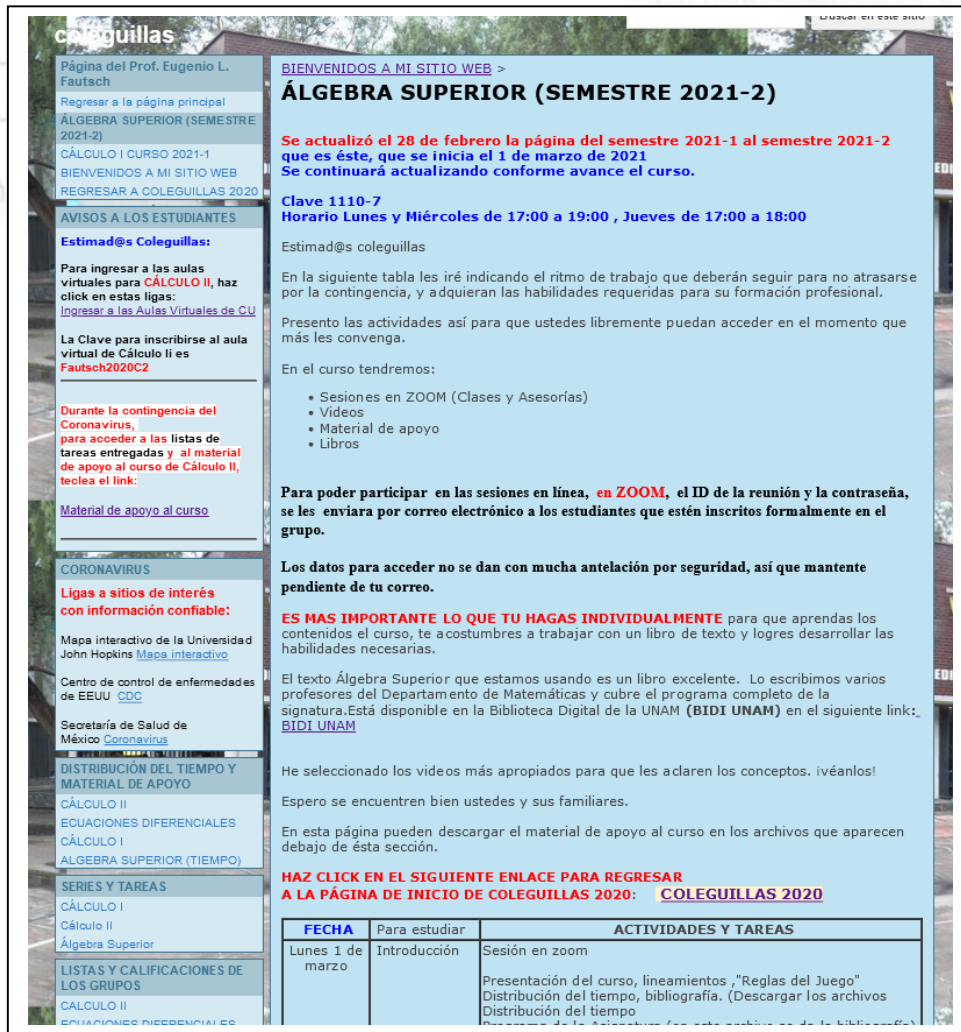


Figura 2: Portada de la página Coleguillas 2012

143 Dicho sitio funcionó satisfactoriamente. Tenía una sección para los cursos de Álgebra
 144 Superior donde se indicaban las actividades, las tareas y se incluía material de apoyo
 145 como apuntes y textos.

146

147 3. Resultados y análisis

148

149 Al ver que continuaba la pandemia, en septiembre de 2020 decidí crear un nuevo sitio
 150 de internet: **Coleguillas 2020**, con el cual se trabajó durante los casi dos años de tener
 151 que dar clases a distancia.

152 Al igual que como **Coleguillas 2012**, este sitio fue concebido como un núcleo a través
 153 del cual los estudiantes tuvieran acceso a: Sesiones en ZOOM, un aula virtual, videos,
 154 y material de apoyo para los cursos.

155

156

157



158

159

160

161

162

163

164

165

166

167

168

169

170

171

172

173

174

175

176 **Figura 3: Portada de la página Coleguillas 2020**

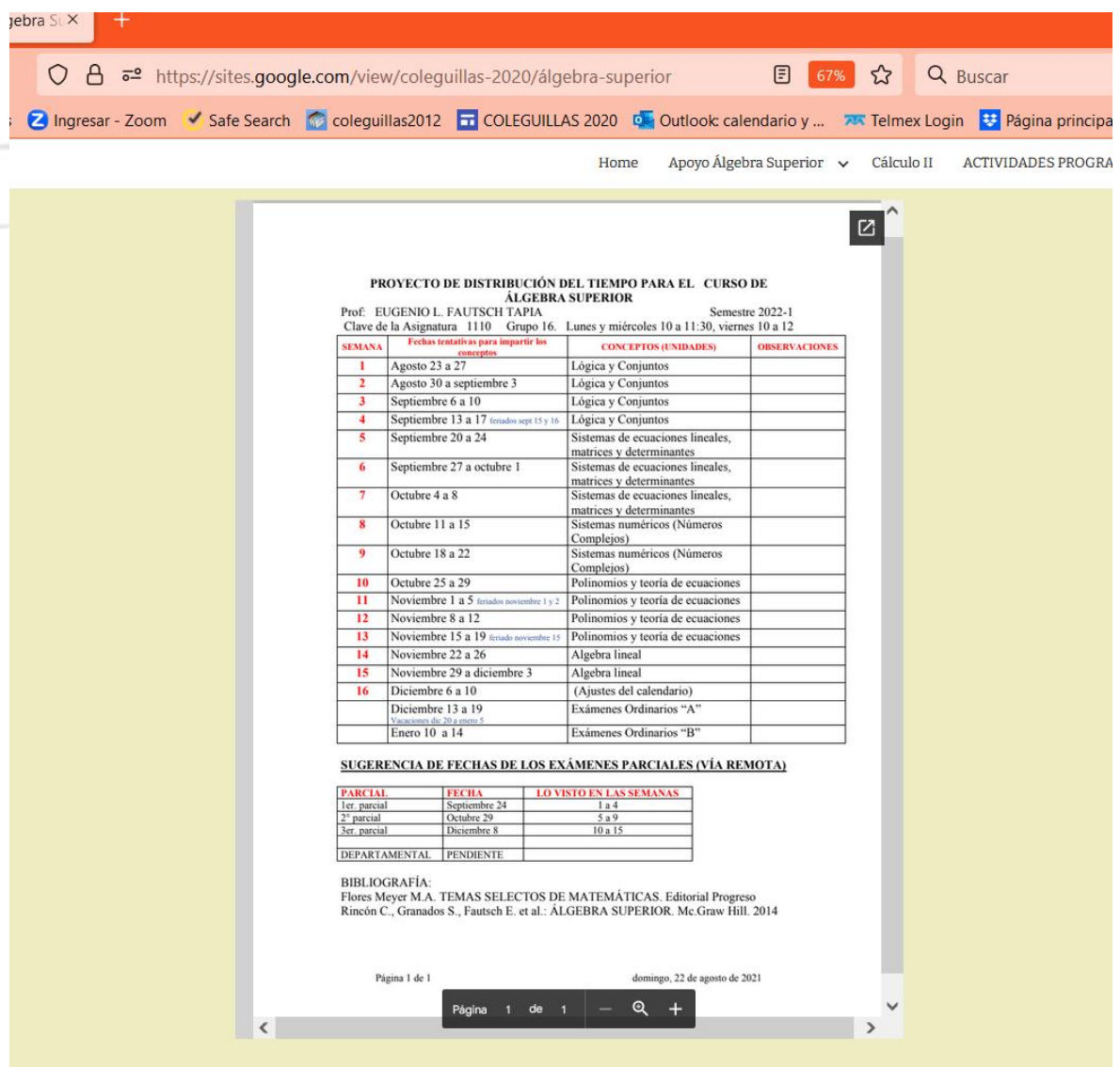
177

178 En noviembre de 2021 se nos solicitó a varios profesores reanudar las clases
 179 presenciales, lo cual hicimos de forma híbrida. Se inició el retorno a la llamada “nueva
 180 normalidad” el cual se ha dado de manera progresiva, considerando que no es posible
 181 enseñar como se hacía con anterioridad. Es necesario cambiar de mentalidad y
 182 adaptar nuestras estrategias didácticas a las nuevas circunstancias.

183 No es posible regresar a las aulas y dar las clases como si no hubiera pasado nada.
 184 Es necesario que renovemos las metodologías de enseñanza-aprendizaje y de
 185 evaluación del proceso.

186 Cada vez son menos importantes los métodos expositivos, se requiere una
 187 participación activa y responsable del estudiante como sujeto de su propio proceso de
 188 aprendizaje, donde el docente acompañe, oriente y facilite el aprendizaje.

189 El programa de la asignatura sigue siendo el mismo. El Álgebra Superior es
 190 fundamental para la formación de una mente bien ordenada en los futuros
 191 profesionales de la Química.



The screenshot shows a Google Sites page titled "PROYECTO DE DISTRIBUCIÓN DEL TIEMPO PARA EL CURSO DE ALGEBRA SUPERIOR". The page includes the following information:

Prof: EUGENIO L. FAUTSCH TAPIA Semestre 2022-1
 Clave de la Asignatura 1110 Grupo 16. Lunes y miércoles 10 a 11:30, viernes 10 a 12

SEMANA	Fechas tentativas para impartir los conceptos	CONCEPTOS (UNIDADES)	OBSERVACIONES
1	Agosto 23 a 27	Lógica y Conjuntos	
2	Agosto 30 a septiembre 3	Lógica y Conjuntos	
3	Septiembre 6 a 10	Lógica y Conjuntos	
4	Septiembre 13 a 17 <small>(feriados sept 15 y 16)</small>	Lógica y Conjuntos	
5	Septiembre 20 a 24	Sistemas de ecuaciones lineales, matrices y determinantes	
6	Septiembre 27 a octubre 1	Sistemas de ecuaciones lineales, matrices y determinantes	
7	Octubre 4 a 8	Sistemas de ecuaciones lineales, matrices y determinantes	
8	Octubre 11 a 15	Sistemas numéricos (Números Complejos)	
9	Octubre 18 a 22	Sistemas numéricos (Números Complejos)	
10	Octubre 25 a 29	Polinomios y teoría de ecuaciones	
11	Noviembre 1 a 5 <small>(feriados noviembre 1 y 2)</small>	Polinomios y teoría de ecuaciones	
12	Noviembre 8 a 12	Polinomios y teoría de ecuaciones	
13	Noviembre 15 a 19 <small>(feriado noviembre 15)</small>	Polinomios y teoría de ecuaciones	
14	Noviembre 22 a 26	Álgebra lineal	
15	Noviembre 29 a diciembre 3	Álgebra lineal	
16	Diciembre 6 a 10	(Ajustes del calendario)	
	Diciembre 13 a 19 <small>(Vacaciones día 20 a enero 5)</small>	Exámenes Ordinarios "A"	
	Enero 10 a 14	Exámenes Ordinarios "B"	

SUGERENCIA DE FECHAS DE LOS EXÁMENES PARCIALES (VÍA REMOTA)

PARCIAL	FECHA	LO VISTO EN LAS SEMANAS
1er. parcial	Septiembre 24	1 a 4
2º parcial	Octubre 29	5 a 9
3er. parcial	Diciembre 8	10 a 15
DEPARTAMENTAL	PENDIENTE	

BIBLIOGRAFÍA:
 Flores Meyer M.A. TEMAS SELECTOS DE MATEMÁTICAS. Editorial Progreso
 Rincón C., Granados S., Fautsch E. et al.: ALGEBRA SUPERIOR. Mc Graw Hill. 2014

At the bottom of the page, it says "Página 1 de 1" and "domingo, 22 de agosto de 2021".

192

193

194

Figura 4: Proyecto de distribución del tiempo

195 Por ello en el proyecto de distribución del tiempo cuando imparto el curso, mismo que
196 les proporciono a los estudiantes al inicio del semestre y que pueden consultar en
197 Coleguillas 2020, se le dedican 4 semanas al tema de Lógica Matemática”.

198 En esta primera parte del curso se pretende que los estudiantes se familiaricen con los
199 razonamientos inductivo, deductivo y analógico. Sean capaces de argumentar,
200 analizar, deducir, sacar conclusiones de una serie de hipótesis, se familiaricen con las
201 teorías axiomáticas.

202 De acuerdo con Morin (2020, p.22) quien cita a Montaigne: “*Es mejor una mente bien*
203 *ordenada que una muy llena*”. Y añade: “Una mente bien ordenada significa que, más
204 que de un saber acumulativo, lo importante es disponer al mismo tiempo de una aptitud
205 general para plantear y resolver los problemas y de principios organizadores que
206 permitan relacionar los saberes y darles sentido”.

207 Cabe mencionar que en el sitio “Coleguillas 2020” se incluyen apuntes de clases que
208 vía ZOOM se impartieron. Dichos apuntes han sido de utilidad para los siguientes
209 cursos que se imparten en la “nueva normalidad”. En el curso se incluyen problemas
210 de aplicación y una liga al libro **Álgebra Superior** escrito por varios profesores del
211 Departamento de Matemáticas para cubrir totalmente el programa de la asignatura,
212 Anteriormente se tenían que consultar cuatro o cinco textos diferentes para cubrirlo.
213 Ha sido de los libros más consultados en la biblioteca de la Facultad.

214 En el texto mencionado, se incluyen problemas de aplicación como el balanceo de
215 ecuaciones químicas y el diseño de equipo de Ingeniería Química, entre otros. La
216 resolución de estos problemas es muy útil para fomentar el aprendizaje colaborativo,
217 la ciencia se hace en equipo. También es útil para que los estudiantes le encuentren
218 un significado a los conceptos y métodos que están aprendiendo en Álgebra Superior.

219 A mediados del 2022 abrí un canal de YouTube: “El Coleguilla Matemático” y
220 reestructuré mi sitio de internet Coleguillas 2020, agregando una sección con material
221 de apoyo al curso de Álgebra Superior.

222 4. Conclusiones

223
224 Las TIC han sido de gran utilidad para la docencia durante la pandemia, debemos de
225 aprovechar la experiencia obtenida y continuar empleándolas en esta nueva etapa post
226 COVID para fomentar el aprendizaje colaborativo. Es necesario **un cambio de**
227 **mentalidad** en nuestra docencia y también en la forma de evaluar. La evaluación debe
228 ser formativa y no reducirse a un solo examen.

229 Algunas estrategias han ayudado, otras no. La experiencia acumulada permite
230 continuar en la búsqueda de una mejor solución para mejorar el aprendizaje en
231 nuestros cursos y por lo tanto disminuir el índice de reprobación en Matemáticas.

232 Esta solución debe ser **creativa** de acuerdo con la **realidad actual**, la cual es
233 cambiante. La pandemia nos enseñó que debemos estar preparados para el cambio,
234 por lo que es más importante lograr que los estudiantes se formen **una mente bien**

235 **ordenada** y no llenarla de información y conocimientos que pueden encontrar en la
236 red, ni reducir la enseñanza a una serie de técnicas simplistas, del tipo “recetas”.

237 Se debe fomentar el empleo de las apps como “aliadas” en la formación del estudiante.
238 Que no las vea como una caja negra, sino que comprenda cómo funcionan y pueda
239 emplearlas como una herramienta muy útil. De igual manera es necesario
240 familiarizarlos con la “inteligencia artificial”, motivándolos a la investigar sobre el tema.
241 Sugiero, por ejemplo, invitarlos a la lectura del número 5,358 de La Gaceta de la UNAM
242 (2 de febrero de 2023).

243 Debemos formar profesionales de la Química capaces de comprender y aprovechar
244 los nuevos desafíos que se les presenten en esta “nueva normalidad”.

245

246 **5. Índice de referencias**

247 Libros

- 248 • Ausubel, D. et al. (2019). *Psicología Educativa. Un punto de vista*
249 *cognoscitivo*. México: Editorial Trillas.
- 250 • Flores-Meyer, M.A. & Fautsch, E. (1991). *Temas selectos de Matemáticas*.
251 México: Editorial Progreso.
- 252 • Morin, E. (2020). *La Mente Bien Ordenada. Repensar la Forma, Reformar el*
253 *Pensamiento*. México: Siglo XXI Editores.
- 254 • Rincón, C.& Fautsch, E. (2014). *Álgebra Superior*. México: McGraw-
255 Hill/Interamericana Editores.

256 Información en línea

- 257 • Facultad de Química. (s.f.). *Departamento de Matemáticas*. Recuperado el 10
258 de febrero de 2023, de [https://quimica.unam.mx/la-](https://quimica.unam.mx/la-facultad/organizacion/departamentos-academicos/matematicas/)
259 [facultad/organizacion/departamentos-academicos/matematicas/](https://quimica.unam.mx/la-facultad/organizacion/departamentos-academicos/matematicas/)
- 260 • Fautsch, E. (2012). *Sitio WEB Coleguillas 2012*. Última consulta 10 de febrero
261 de 2023. <https://sites.google.com/site/coleguillas2012/>
- 262 • Fautsch, E. (2021). *Sitio WEB Coleguillas 2022*. Recuperado el 10 de febrero
263 de 2023 de <https://sites.google.com/view/coleguillas-2020/>
- 264 • Fautsch, E. (2022). *Material de Apoyo para Álgebra Superior*. Recuperado el
265 10 de febrero de 2023 de [https://sites.google.com/view/coleguillas-](https://sites.google.com/view/coleguillas-2020/apoyo-%C3%A1lgebra-superior)
266 [2020/apoyo-%C3%A1lgebra-superior](https://sites.google.com/view/coleguillas-2020/apoyo-%C3%A1lgebra-superior)
- 267 • Saavedra D., Paz R., Maguey H. (2 de febrero de 2023). Inteligencia Artificial.
268 ¿Hasta dónde llegará? Gaceta UNAM 5,358, pp. 3-9. [En línea]. Disponible en:
269 <https://www.gaceta.unam.mx/g20230202/>

DISEÑO Y EXTRACCIÓN DE MUESTRAS COMPLEJAS MEDIANTE EL PROGRAMA ESTADÍSTICO SPSS

Lagunes Toledo Ana Maria^{1, *}, Córdoba Lobo Víctor Manuel²

^{1, 2} *Unidad Profesional de Ingeniería y Ciencias Sociales y Administrativas (UPIICSA)
del IPN¹ Av. Té 950, Col. Granjas México, C.P. 08400, Del. Iztacalco, Ciudad de
México*

AP-POSM004

Resumen

A partir de una de las líneas de investigación derivada de la ponencia presentada el año pasado en este Congreso y para darle continuidad al trabajo de investigación académica en el aula, el colegio de profesores de la academia de Estadística Aplicada, se da a la tarea de diseñar una nueva práctica relacionada con Teoría del Muestreo para la obtención de Muestras Complejas, utilizando el asistente de muestreo del software SPSS. Dicha práctica, está dirigida a los estudiantes que cursan la unidad de aprendizaje de Estadística Aplicada de los programas académicos de Ingeniería en Transporte e Ingeniería Ferroviaria que se imparten en la UPIICSA del IPN.

Este artículo describe la metodología que los profesores llevan a cabo para el diseño y desarrollo de la práctica. Como primer punto se incluye una revisión teórica documental sobre Muestreo Multietápico, fundamentos teóricos, ventajas y desventajas de su utilización. A continuación, se realiza una propuesta de diseño de práctica utilizando el SPSS versión 24. Como tercer punto describe la sesión práctica realizada con un grupo piloto de seis estudiantes que están cursando durante este semestre la unidad de aprendizaje en las secuencias 2TM57 y 2TM51. Finalmente se presentan conclusiones y sugerencias para futuras líneas de investigación de interés.

Palabras clave: muestreo, muestras complejas, etapas, transporte, ferroviario.

1.Introducción

En su día a día, es muy común que el Ingeniero en Transporte esté inmerso en la elaboración de diseños de encuestas para obtener información y tomar decisiones en situaciones de incertidumbre, algunas veces las unidades de la población se encuentran definidas en un marco muestral de lista, entonces un muestreo probabilístico de una sola etapa es suficiente para realizar su diseño. Sin embargo en una gran cantidad de situaciones las unidades de la población no se encuentran identificadas de esa forma, o quizás es demasiado costoso y difícil elaborarlo, o simplemente la población es muy grande y se encuentra en una área geográfica muy extensa, en tales escenarios es muy recomendable un muestreo en varias etapas

¹ Lagunes Toledo Ana Maria. Email: a-lagune@hotmail.com

41 (multietápico). Efectivamente, todo depende de la complejidad de la población de
42 estudio, el investigador, si así lo requiere, puede utilizar diseños complejos de
43 muestreo. Una herramienta de gran utilidad para él y para muchas empresas es el
44 Asistente de Muestreo del SPSS, el cual a partir de las especificaciones dadas por el
45 usuario va a definir un Diseño muestral para extraer una muestra compleja. Y no
46 solamente se queda hasta aquí, posteriormente, el usuario puede utilizar otra
47 herramienta del SPSS denominada Asistente de Preparación del Análisis en donde es
48 posible realizar un plan de análisis para calcular de manera correcta las estimaciones
49 de la varianza de la muestra compleja, seleccionar métodos de estimación de cada
50 etapa, ponderaciones muestrales etc. (IBM Documentación SPSS, 26).
51 Este trabajo describe la investigación para la elaboración de la última práctica
52 relacionada con Teoría de Muestreo que se incluirá en el programa Teórico práctico
53 de la Unidad de aprendizaje Estadística Aplicada para los programas académicos de
54 Ingeniería en Transporte e Ingeniería Ferroviaria que se imparten en la UPIICSA.
55 Tiene como objetivo elaborar una propuesta de una práctica para realizar un muestreo
56 en dos etapas utilizando el asistente de muestreo del IBM SPSS Statistics 24 para que
57 los alumnos desarrollen habilidades en el manejo de diseños complejos de muestreo.
58 *El resto del documento discurre como sigue, primeramente, se definen algunos*
59 *términos técnicos en el muestreo necesarios para esta investigación y se realiza una*
60 *revisión documental sobre ventajas y desventajas de los muestreos en una o varias*
61 *etapas. A continuación, se describe paso a paso la metodología utilizando el software*
62 *propuesto. Por último, se presentan conclusiones y futuras líneas de investigación.*

64 2. Desarrollo

66 2.1 Conceptos básicos

68 A continuación, se formalizan algunas definiciones de conceptos que serán utilizados
69 durante la presente investigación.

70 Se define Diseño Muestral Complejo como un procedimiento aleatorio para seleccionar
71 una muestra a partir de una población, en el cual intervienen distintas estructuras
72 poblacionales, ya sean naturales o artificiales de tipo administrativos (Mayor, 2009).
73 El autor explica que en la vida real no siempre se dan las circunstancias adecuadas
74 para construir una muestra, ya sea porque no se dispone de un marco muestral
75 completo o no está bien definido, el investigador lo que busca es facilitar, hacer posible
76 el muestreo o simplemente disminuir el error de muestreo mediante una combinación
77 o mezcla de diferentes estructuras y diseños muestrales. Las muestras que se
78 obtienen a partir de estos diseños se denominan Muestras complejas.

79 En su documento Muestreo en poblaciones finitas el autor hace una clasificación muy
80 interesante sobre los principales métodos de muestreo aleatorios que existen de
81 acuerdo con el tipo de unidad muestral que utilizan:

85
86
87
88
89

Tabla 1: Tipos de Muestreos aleatorios. Elaboración propia a partir de Morillas,A. Muestreo en poblaciones finitas pp 1-30 [En línea] Disponible en https://www.academia.edu/34172510/MUESTREO_EN_POBLACIONES_FINITAS

Muestreos Aleatorios	
Unidad Muestral Elemento	Unidad Muestral Grupo
<ul style="list-style-type: none"> Muestreo aleatorio Simple Muestreo aleatorio sistemático Muestreo aleatorio estratificado 	<ul style="list-style-type: none"> Muestreo por áreas o etapas Muestreo por etapas

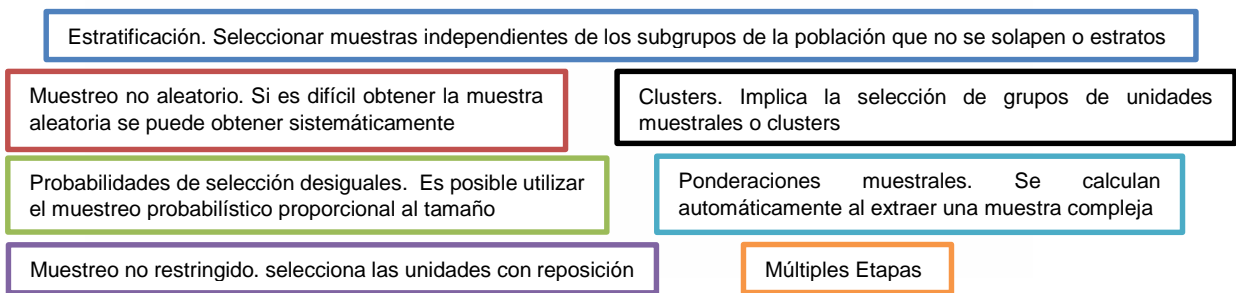
90
91
92
93
94
95
96
97
98
99
100
101
102
103
104
105
106
107
108
109
110
111
112
113
114
115

Por otro lado, Kleeberg & Ramos clasifican las técnicas de muestreo de acuerdo con su forma de selección y por su nivel de complejidad.

El INEGI en su documento “Diseño de la muestra en proyectos de encuesta” menciona que en un esquema de muestreo es muy importante definir el número de etapas de selección por aplicar, esto significa que la determinación de la muestra puede realizarse en varias etapas, dentro de cada una de ellas se aplica una selección individual, también explica que las etapas están vinculadas, de tal forma que la muestra de una etapa cualesquiera es seleccionada solo en aquellas unidades que fueron extraídas en la etapa inmediata anterior. Existen muestreos en una, dos o tres etapas.

Otros autores subrayan, que en el muestreo multietápico o polietápico se requiere de un marco muestral en el que se puedan definir tanto las Unidades primarias, como las Unidades secundarias de muestreo. Ellos recomiendan elegir mediante Muestreo aleatorio simple las unidades primarias a estudiar y dentro de ellas se construye el segundo marco muestral, volver hacer una selección mediante Muestreo aleatorio simple hasta completar el número de etapas que se requiera en el diseño. (Flores,R &Lozano, H. 1998). Lo que sí queda claro, es que en este tipo de muestreo las unidades muestrales no son elementos individuales, sino grupo de elementos denominados Unidades primarias o clústeres.

En los documentos publicados en línea por IBM, se explica claramente, la diferencia entre una muestra aleatoria simple (las unidades de muestreo individuales se seleccionan con la misma probabilidad y sin reposición directamente a partir de la totalidad de la población) mientras que una muestra compleja puede tener alguna o todas de las características descritas en la Figura 1



116

117 **Figura 1. Características de una muestra compleja. Elaboración propia a partir de IBM SPSS-**
118 **Muestras complejas (2020) pp. 1-54 [En línea] Disponible en**
119 **https://www.ibm.com/docs/en/SSLVMB_28.0.0/pdf/es/IBM_SPSS_Complex_Samples.pdf**
120

- 121 A continuación, se resume algunos puntos que caracterizan a un Muestreo complejo
- 122 a) Utiliza marcos muestrales de unidades grandes (conglomerados de elementos
 - 123 que son seleccionados con probabilidades desiguales proporcionales a sus
 - 124 tamaños).
 - 125 b) Se utilizan varias etapas para seleccionar la muestra, generando submuestras
 - 126 dentro de cada conglomerado seleccionado.
 - 127 c) Es complicado el proceso de estimación de los parámetros y se debe utilizar
 - 128 pesos muestrales diferentes en las unidades finales de muestreo.
 - 129 d) Es complicado la estimación del error muestral y se requiere métodos
 - 130 específicos para la estimación de las varianzas.
 - 131 e) Entre los diseños muestrales complejos que más, se utilizan, se pueden
 - 132 mencionar una combinación conglomerados y estratificación o bien
 - 133 conglomerados en dos etapas.

134 **2.2 Ventajas y desventajas**

135 **Ventajas:**

136 En el libro Elementos del muestreo, Scheaffer et al. (2012) mencionan algunas

137 ventajas del muestreo por conglomerados en dos etapas sobre otros diseños.

138

- 139 a) Es muy eficiente para poblaciones muy grandes y dispersas.
- 140 b) Un marco que enliste todos los elementos de la población puede ser imposible
- 141 o muy costoso obtenerlo, mientras que obtener un listado de todos los
- 142 conglomerados puede ser fácil.
- 143 c) Los costos para obtener los datos puede incrementarse por los costos de viaje
- 144 si los elementos muestrados están muy dispersos sobre una gran área
- 145 geográfica. Efectivamente muestrear conglomerados de elementos que se
- 146 encuentran físicamente juntos es más económico.
- 147 d) El muestreo por conglomerados en dos etapas elimina la necesidad de
- 148 muestrear todos los elementos de cada conglomerado seleccionado. Por lo
- 149 tanto, el costo de muestreo frecuentemente puede reducirse con poca pérdida
- 150 de información.
- 151 e) No es preciso tener un listado de toda la población, solo de las unidades últimas
- 152 de muestreo.
- 153 f) Costo-efectivo y tiempo-efectivo, porque éste método ayuda a reducir la
- 154 población a grupos más pequeños (Parra, 2016).

155 **Desventajas:**

- 156 a) Puede convertirse en un problema si no se hace la elección de conglomerados
- 157 apropiados. Es conveniente utilizar tamaños de conglomerados adecuados
- 158 para su manejo.
- 159 b) El error estándar es mayor que en el muestreo aleatorio simple o estratificado.
- 160 Recalcando que, el proceso de cálculo del error estándar es más complejo.

161

162 **3. Resultados y análisis**

163

164 **PRÁCTICA 3. Diseños Complejos. Muestreo Bietápico. (Selección con plan de**
 165 **muestreo).**

166

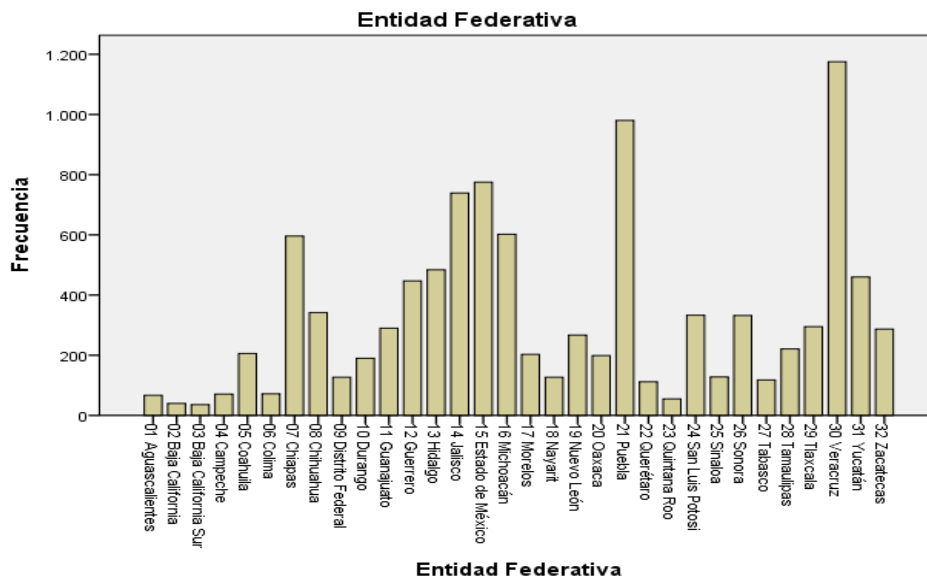
167 1. El estudiante debe tener la población objetivo bien definida.

168 Se requiere hacer un estudio en la República Mexicana sobre las diferentes
 169 clases de vivienda particular, en donde habitan las y los mexicanos. Se utiliza
 170 una base de datos en Excel de la República Mexicana 2005 del INEGI
 171 (Viviendas particulares y ocupantes por delegación y clase de vivienda
 172 particular según sexo de los ocupantes).

173 Se importan los datos de Excel a SPSS para que los alumnos puedan trabajarla
 174 en terminación .sav (Base de datos BRM2005.sav) Dicha base de datos está
 175 organizada administrativamente en 32 entidades federativas y estos a su vez
 176 están divididos en municipios (2471 Municipios).

177 2. El estudiante debe tener un listado de las unidades muestrales primarias. En el
 178 botón analizar-----frecuencias los alumnos pueden solicitar al SPSS, una tabla
 179 de frecuencias o algún tipo de gráfico (por ejemplo el gráfico de barras) para
 180 identificar las entidades federativas o estados que representan las unidades
 181 primarias de muestreo

Gráfico de barras



182

183 **Figura 2. Gráfico de barras de entidades federativas de la República Mexicana. Elaboración**
 184 **propia a partir de IBM SPSS Statistics 24.**

185

186 3. A continuación, el estudiante procede a utilizar el Asistente de muestreo
 187 siguiendo las siguientes indicaciones.

188

189 **Tabla 2. Procedimiento para crear el plan de muestreo Práctica 3. Elaboración propia a partir de**
 190 **IBM SPSS Statistics 24.**

Objetivo	Aprender a realizar un muestreo en dos etapas utilizando la herramienta SPSS
Base de datos	Se utiliza una base de datos BRM2005.sav Tamaño de la población N= 10376.
Pánel. Variables de diseño. Etapa 1	En el recuadro Conglomerados incluir la variable Entidad federativa. En el recuadro de Etiqueta de etapa. CLUSTER1.
Método de muestreo	Seleccionar Muestreo Aleatorio simple. Sin reposición.
Tamaño de muestra	Seleccionar en Unidades "Proporciones" y en valor el 30%.
Variables de resultado	Seleccionar las variables que se desea guardar. Seleccionar las cuatro. (Tamaño de la población, Proporción muestral, tamaño y Ponderación muestrales).
Resumen del plan	Aparece el resumen de la primera etapa del plan Seleccionar "Sí, deseo añadir etapa 2 ahora".
Variables de diseño. Etapa 2	En el recuadro Conglomerados incluir la variable Municipios. En el recuadro de Etiqueta de etapa. CLUSTER2.
Método de muestreo	Seleccionar Muestreo Aleatorio simple. Sin reposición.
Tamaño de muestra	Seleccionar en unidades "Proporciones" y en valor el 30%.
Variables de resultado	Seleccionar las variables que se desea guardar. Seleccionar las cuatro. (Tamaño de la población, Proporción muestral, tamaño y Ponderación muestrales).
Resumen del plan	Aparece el resumen del plan de muestreo en dos etapas. Seleccionar la opción: No, no deseo añadir otra etapa ahora.
Extraer muestra. Opciones de selección	Se selecciona si ¿desea extraer la muestra? En el recuadro etapas seleccionar Todo (1,2). Finalmente seleccionar el tipo de semilla que queremos utilizar para generar los números aleatorios.
Extraer muestra. Archivos de resultado	Seleccionar Nuevo conjunto de datos y dar nombre al archivo y definir la carpeta donde almacenarlo en su computadora personal.
Finalización	Seleccionar Guardar el diseño en un archivo de plan y extraer la muestra.

192

193 Al finalizar en el asistente de muestreo, el SPSS abre automáticamente el visor de
 194 resultados. Aparece el resumen de la etapa 1, de las 32 entidades federativas como
 195 conglomerados, el SPSS toma una muestra aleatoria de 10 clústeres que representa
 196 el 30% del total en la población. También se puede observar el Resumen para la etapa
 197 2. Aparecen los diez clústeres seleccionados en la primera etapa y de cada uno de
 198 ellos nos selecciona un número determinado de municipios en la segunda etapa, por
 199 ejemplo: En la entidad federativa Aguascalientes seleccionada en la primera etapa,

200 ahora en la segunda etapa selecciona 3 municipios que representa nuevamente el
 201 30% del total de municipios (26) que conforman la entidad federativa Aguascalientes
 202 y así consecutivamente, Baja California, Chiapas etc. Es importante destacar como se
 203 observa en la siguiente figura, que también aparece la proporción de unidades
 204 muestreadas solicitadas y las reales que hizo el software
 205

Muestras complejas: Selección

[Conjunto_de_datos] C:\Users\Ana\Searches\Documents\ESTADISTICA APLICADA 27 01 2020\PRACT:

Resumen para la etapa 1: CLUSTER 1

Número de unidades muestreadas		Proporción de unidades muestreadas	
Solicitados	Reales	Solicitados	Reales
10	10	30,0%	31,2%

Archivo del plan: C:\Users\Ana\Searches\Documents\muestraana.csplan

Resumen para la etapa 2: CLUSTER 2

Entidad_federativa =	Número de unidades muestreadas	Proporción de unidades muestreadas	
		Solicitados	Reales
01 Aguascalientes	3	3	30,0%
02 Baja California	2	2	40,0%
07 Chiapas	35	35	29,7%
08 Chihuahua	20	20	29,9%
10 Durango	12	12	30,8%
13 Hidalgo	25	25	29,8%

Figura 3. Visor de resultados. Elaboración propia a a partir de IBM SPSS Statistics 24

223 A continuación, se le solicita al estudiante poner el cursor en el botón del SPSS para
 224 que aparezca el archivo con la muestra obtenida, abrir en vista de datos e identificar
 225 de qué tamaño quedó la muestra n= 1154.

226 Es importante que los estudiantes utilicen sus conocimientos previos en Estadística y
 227 manejo de datos para sacar conclusiones relevantes del archivo de la muestra
 228 obtenida. Con el SPSS, el usuario puede generar tablas de Frecuencias para las
 229 variables seleccionadas, se puede calcular error estándar, se puede generar
 230 descriptivos de muestras complejas, tablas cruzadas, en fin. Lo que sería una nueva
 231 línea de investigación para los próximos semestres.

232 Para terminar los trabajos de investigación, se organiza un grupo piloto formado por
 233 seis estudiantes voluntarios que durante el semestre 2023-1 están inscritos en la
 234 unidad de aprendizaje de Estadística Aplicada del programa académico de Ingeniería
 235 en Transporte de la UPIICSA Los trabajos del grupo piloto se llevaron a cabo por
 236 ZOOM los días 4,10 y 17 de enero 2023 de las 19.30 a 21.00 horas. En dichas
 237 sesiones, el grupo revisa fundamentos teóricos de un muestreo por conglomerados en
 238 dos etapas, analiza cuidadosamente la base de datos propuesta y lleva a cabo, paso
 239 a paso la metodología descrita para la práctica, hacen sus observaciones, críticas,
 240 aportan nuevas ideas, hacen propuesta de mejora etc. Es importante recordar que en
 241 este trabajo se tiene como objetivo únicamente la obtención del archivo de la muestra
 242 compleja utilizando el asistente de muestreo.

245

246 **4. Conclusiones**

247

248 - A partir de la población de interés, utilizando el asistente de muestreo del SPSS se
249 realiza un muestreo por conglomerados en dos etapas. Se comprueba que el asistente
250 de muestreo es una magnífica guía para crear un archivo de plan de muestreo.

251 - Se definen grupos de unidades de observación o clústeres (las entidades federativas)
252 como unidades primarias y los municipios como unidades secundarias.

253 - Utilizar clústeres es muy recomendable cuando es difícil o imposible realizar el
254 muestreo de las unidades de observación directamente desde la población.

255 - El muestreo por conglomerados en dos etapas, nos da la posibilidad de realizar el
256 muestreo de los clústeres de la población y a continuación realizar el muestreo de las
257 unidades de observación a partir de los clústeres seleccionados.

258 - Sin embargo, en la página de Documentación IBM Muestras Complejas, se hace una
259 sugerencia importante, explica que las unidades de los clústeres deben ser tan
260 heterogéneas como sea posible con respecto a las características de interés, ya que
261 en muchas ocasiones el uso de clústeres puede introducir correlaciones entre las
262 unidades muestrales, lo que sería poco recomendable por la consiguiente pérdida de
263 precisión. El usuario debe tener especial cuidado en este aspecto.

264 - Existen limitaciones de la investigación por lo que se sugiere tomar con precaución
265 las conclusiones obtenidas en ella. Futuras líneas de investigación pueden estar
266 enfocadas en diseñar un Plan de Análisis con el Asistente de preparación de análisis
267 del SPSS, el cual, contiene la información necesaria para calcular las estimaciones de
268 la varianza de una muestra compleja, incluye la estructura de la muestra, los métodos
269 de estimación en cada etapa, las ponderaciones muestrales.

270

271 **Agradecimientos**

272

273 El primer autor agradece el apoyo a los estudiantes de la unidad de aprendizaje de
274 Estadística Aplicada de la UPIICSA por sus valiosas aportaciones y sugerencias a este
275 trabajo, durante las sesiones del grupo piloto. Así mismo, los autores agradecemos al
276 Instituto Politécnico Nacional por la Beca EDD y COFAA otorgada a sus profesores-
277 investigadores de la UPIICSA.

278

279 **5. Índice de referencias**

280

281 Libros

282 • Flores, R., Lozano, H. (1998) *Estadística Aplicada para Administración*. Grupo
283 Editorial Iberoamérica. México

284 • Scheaffer, R., Mendenhall, W., Ott, L. (2012) *Elementos de Muestreo*. México.
285 Grupo Editorial Iberoamérica

286

287 Revistas

- 288 • Kleeberg, F & Ramos, J. (2009) Aplicación de las técnicas de muestreo en los
289 negocios y la industria. *Ingeniería Industrial* 27, 11-40.

290

291

Información en línea

292

- Internacional Business Machine. (2020) *IBM SPSS-Muestras complejas* pp. 1-54 [En línea] Disponible en https://www.ibm.com/docs/en/SSLVMB_28.0.0/pdf/es/IBM_SPSS_Complex_Samples.pdf

293

294

295

296

- Morillas, A. (s.f.) *Muestreo en poblaciones finitas* pp 1-30 [En línea] Disponible en

297

298

299

https://www.academia.edu/34172510/MUESTREO_EN_POBLACIONES_FINITAS

300

- International Business Machine. (s.f.) *Documentación. SPSS Statistics. Version 26*. Recuperado el 2 de Marzo del 2021 <https://www.ibm.com/docs/es/spss-statistics/26.0.0?topic=design-sampling-wizard-draw-sample-output-files>

301

302

303

- Parra, A. (2016). *Muestreo de etapas múltiples: ventajas y aplicación*. QuestionPro. <https://www.questionpro.com/blog/es/muestreo-de-etapas-multiples/>

304

305

306

- Instituto Nacional de Estadística Geográfica e Informat. (s.f.). *Descarga Masiva. Viviendas particulares y ocupantes por delegación y clase de vivienda particular según sexo de los ocupantes*. Recuperado de <https://www.inegi.org.mx/app/descarga/default.html>

307

308

309

310

- Instituto Nacional de Estadística y Geografía (2011) *Diseño de la muestra en proyectos de encuesta*. Recuperado de: https://www.snieg.mx/documentacionportal/normatividad/vigente/doctos_genbasica/muestra_encuesta.pdf

311

312

313

ANÁLISIS MATEMÁTICO DE PREFERENCIAS DECLARADAS EN EL TRANSPORTE Y SU IMPACTO EN EL MEDIO AMBIENTE

Nayeli Monserrat Montes Ugalde^{1*}, Ricardo Eugenio Arredondo Ortiz²

¹Facultad de Ciencias, UNAM.

²Agencia Reguladora de Transporte Ferroviario, SICT.

AP-POSM005

Resumen

El trabajo aplica el análisis matemático para ponderar las preferencias de las personas al elegir su modo de transporte cotidiano, así como su disponibilidad para pagar por las emisiones causadas por el medio de transporte que utilizan. Las preocupaciones ambientales apuntan a escenarios desoladores para la supervivencia humana, de mantenerse inalterado el ritmo de vida de las sociedades modernas, en donde el transporte se presenta como uno de los principales causantes del calentamiento global. Este trabajo abona a la teoría del cambio modal, utilizando las preferencias declaradas, en donde la población privilegie modos alternos de transporte más eficientes, que sean ambientalmente sostenibles. El proyecto utiliza técnicas de preferencias declaradas, basadas en escenarios hipotéticos que se le presentan a través de encuestas realizadas en línea a voluntarios, siendo cada uno de estos escenarios posibles y realistas. El diseño del proceso se resume en cuatro etapas:

a) Selección de una serie de atributos, con características de los escenarios hipotéticos.

b) Determinación del número y magnitud de niveles de atributos, con variaciones en los valores a través de los escenarios.

c) Diseño de los escenarios hipotéticos basados en un diseño experimental, el cual utiliza factoriales fraccionales, más que factoriales enteras.

d) Diseño de la medida de respuesta, en donde los respondientes son cuestionados sobre sus preferencias hacia cada escenario, ya sea por jerarquización, valoración o selección.

El trabajo revela un interés mayoritario de la población encuestada, en compensar emisiones contaminantes y la disponibilidad de que los ingresos que se obtengan de un hipotético cobro adicional, sean utilizados para mejorar y extender el transporte público, las banquetas y las ciclovías, contrario a la usual percepción de utilizar los recursos públicos, para beneficiar el uso del auto, como bacheo de calles o expansión de vialidades.

Palabras clave: transporte, emisiones, preferencias declaradas, medio ambiente

1. Introducción

El presente trabajo expone el problema que existe en la actualidad acerca del cambio climático y las consecuencias que esto puede ocasionar en la vida de la Tierra. Por lo que se volvió indispensable la reducción de emisiones. Teniendo en cuenta el 27% del total de las emisiones generadas son consecuencia de las actividades relacionadas con el transporte (Salman, 2018), se debe considerar una variación en los patrones de movilidad y el uso de energías alternas para lograr el objetivo.

La investigación utiliza herramientas matemáticas, para medir la disponibilidad de las personas a reducir el costo ambiental que causa su medio de transporte en México, y de este modo se ayude a disminuir o compensar las emisiones generadas por esta actividad económica.

¹ *nayeli_montug04@ciencias.unam.mx

43 2. Metodología o desarrollo

44 El trabajo propone un impuesto extra por contaminar, de acuerdo al medio de
45 transporte que se utilice, lo que podría reducir la cantidad de emisiones contaminantes
46 liberadas por esta actividad; o bien, encontrar medios para poder compensar el daño
47 ecológico.

48 La investigación parte de la hipótesis de que las personas, al contar con mayor
49 información respecto al costo total (social y personal) de su medio de transporte,
50 cambiarían sus preferencias por otra opción considerada más eficiente. Para
51 comprobar la hipótesis, se aplica un estudio de preferencias declaradas que muestra
52 las características que cumplen las personas al momento de querer compensar su
53 huella de carbono.

54 Para poder predecir el comportamiento de la sociedad ante situaciones hipotéticas se
55 hace uso de la herramienta matemática de preferencias declaradas. Esta técnica
56 consiste en un “conjunto de metodologías que se basan en juicios (datos) declarados
57 por individuos, acerca de cómo actuarían frente a situaciones hipotéticas que le son
58 presentadas y deben ser lo más próximo a la realidad.” (Ortúzar, 2000).

59 Se realizó una encuesta para tener datos reales acerca de la opinión de las personas
60 hacia distintas propuestas de compensación de emisiones.

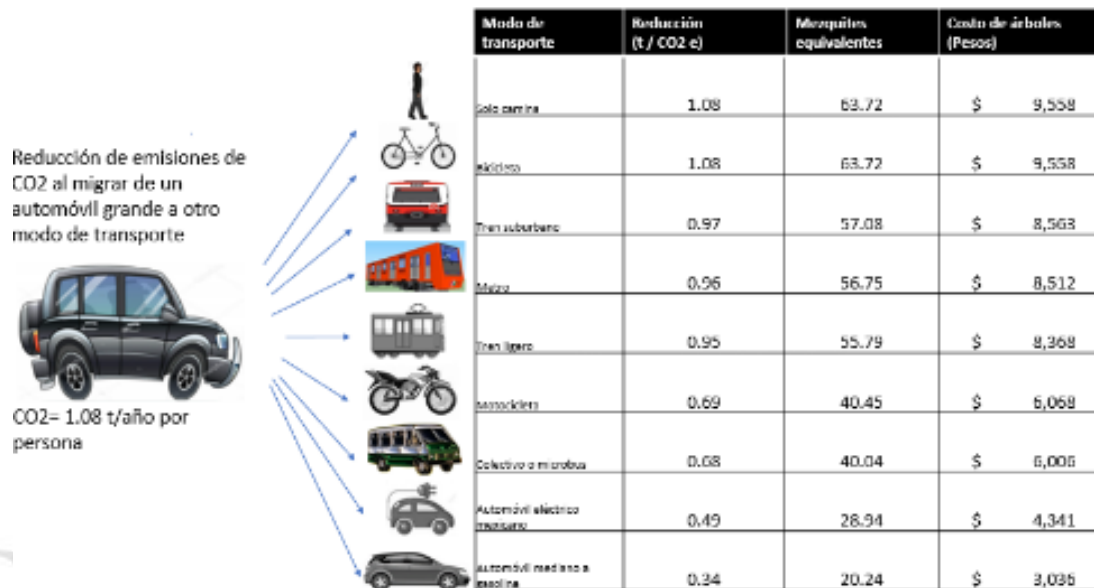
61 El modelo matemático usado para predecir la elección de los usuarios se dirige hacia
62 las preferencias de los viajeros ante las alternativas para viajar y se fundamenta en la
63 Teoría de la Utilidad. Dicha teoría afirma que: “un individuo elige la alternativa que
64 maximiza su utilidad dados los atributos de los modos considerados y sus
65 características sociales y económicas” (Ortúzar y Willumsen, 1994).

66 Se realizaron distintas figuras acerca de las emisiones generadas por distintos
67 transportes al año y el costo que se tendría por compensar ese daño. Como método
68 de compensación se eligió la siembra de árboles que capturen el dióxido de carbono
69 que es liberado en la atmosfera, en específico, el árbol de mezquite, el cual tiene un
70 costo de siembra de 150 pesos mexicanos. En este trabajo solo se presenta una de
71 las figuras analizadas.

72 Una vez obtenido un monto aproximado del costo ambiental que se tiene por el uso de
73 los vehículos, se analizaron distintos escenarios tanto de cobro como de uso de los
74 ingresos, en los cuales era posible elegir entre varios de ellos y que las personas se
75 puedan inclinar hacia la opción que más les conviene o por la que estarían dispuestos
76 a pagar.

77

78



79 **Figura 1. Reducción de emisiones de CO₂ al migrar de un automóvil grande a otro modo de**
 80 **transporte.**

81 *Nota.* La caminata y la bicicleta se toman como medios de transporte que no generan
 82 emisiones.

83 La encuesta se realizó por internet, con un total de 452 respuestas obtenidas,
 84 principalmente residentes de la Ciudad de México y de la Zona Metropolitana del Valle
 85 de México.

86 Comparando los datos obtenidos con las estadísticas de INEGI, se tiene una buena
 87 aproximación inicial acerca de las respuestas obtenidas y los datos reales
 88 proporcionados por la institución hasta ese momento. Esto tomando en cuenta las
 89 edades, el sexo, los motivos de los viajes, la distancia recorrida y el tiempo entre cada
 90 viaje, entre otros.

91 Para realizar una correcta evaluación de los resultados de la encuesta se debe tener
 92 presente el hecho de que los sesgos afectan la utilidad buscada, por lo que es
 93 necesario conocer su magnitud para hacer predicciones más acertadas (Pompilio,
 94 2006).

95 Los sesgos conocidos son: sesgos o errores aleatorios, errores no aleatorios,
 96 interacción entre el encuestador y el encuestado; sesgo de afirmación, sesgo de
 97 racionalización, sesgo de política, sesgo de no restricción, sesgo de no respuesta.

98 El presente trabajo relaciona la disponibilidad a pagar por el uso de cierto modo de
 99 transporte que tiene una persona, y el perfil de cada individuo. Así, la variable
 100 dependiente **Y**, es la disponibilidad a pagar y las variables explicativas **X**, se refieren a
 101 las características del individuo, ya sea el sexo, edad, ingreso, preferencias, entre
 102 otros.

103

104 Se trata de estudiar una ecuación o un modelo del siguiente tipo:

105 **Ecuación 1.** $Y = a + bX + e$

106 Esta ecuación corresponde a una ecuación del tipo lineal con una variable dependiente
107 Y , la variable independiente X ; y donde e es el término de perturbación o error presente
108 en el estudio de las preferencias.

109 Los términos a y b son términos fijos desconocidos. Así, el objetivo del modelo de
110 regresión lineal es el de estimar los valores de a y b a partir de una muestra.

111 Estas variables se encontraron gracias al Modelo Logit. Esta herramienta es un modelo
112 econométrico no lineal que se utilizan cuando la variable dependiente es binaria, es
113 decir, que solo puede tomar dos valores (Padilla, 2020). Este modelo utiliza funciones
114 que no son lineales que asume únicamente valores entre cero y uno.

115 Este modelo calcula utilizando una función de distribución logística estándar. Así, la
116 probabilidad de éxito se evalúa en la función $G(z) = \Lambda(z)$ donde:

117 **Ecuación 2.** $P(y = 1|x) = \Lambda(\beta_0 + \beta_1X_1 + \beta_2X_2 + \dots + \beta_jX_j)$

118 **Ecuación 3.** $\Lambda(z) = \frac{\exp(z)}{1+\exp(z)}$

119 Donde:

- 120 • y es la variable independiente de la probabilidad de éxito.
- 121 • β_0 indica la probabilidad de éxito predicha cuando cada una de las X es igual a
122 cero.
- 123 • β_i con $1 \leq i \leq j$ mide la variación de la probabilidad de éxito predicha cuando
124 la variable X_i aumenta una unidad.

125 Una de las ventajas de los modelos Logit es que permiten pronosticar
126 comportamientos de usuarios en circunstancias donde no se tienen datos históricos
127 debido a la novedad de dicha alternativa, por lo que es el modelo utilizado en el análisis
128 de preferencias declaradas.

129 Se utiliza un análisis factorial para el estudio de las encuestas, ya que, de esta forma,
130 se posibilita la obtención de perfiles o patrones psicológicos basados en la covariación
131 entre respuestas. De esta forma se puede “identificar una serie de dimensiones o
132 puntuaciones que se pueden usar para diferenciar a las personas” (Galloway, 2002).

133 En el estudio de Galloway (2002), el análisis de los principales componentes se
134 condujo utilizando el sistema privativo SPSS 10.0 para Windows, mientras que, en este
135 estudio, el análisis se realizó mediante R, un sistema de código abierto, como se verá
136 a continuación.

137 3. Análisis de resultados

138 El trabajo utilizó el programa R- Studio, con la función glm , que es la función de
139 modelos lineales generalizados. Primero, se generó un archivo en Excel, en donde se
140 agregaron todas las respuestas de la encuesta, pero en modo binario, es decir, 1 si la

141 respuesta es afirmativa y 0 si es negativa. Por lo que el número de variables
 142 incrementó con respecto al número de preguntas.

143 **Tabla 1. Valores utilizados para medir correlación entre variables**

Disponibilidad	Calentamiento	Vehiculos_contribuyen	Mejora_Transp
No=0	Si = 1	Muy de acuerdo =1	Muy de acuerdo =1
Si=1	No = 2	De acuerdo = 2	De acuerdo = 2
	No sé = 3	Ni de acuerdo ni en desacuerdo = 3	Ni de acuerdo ni en desacuerdo = 3
		En desacuerdo =4	En desacuerdo =4
		Muy desacuerdo = 5	Muy desacuerdo = 5

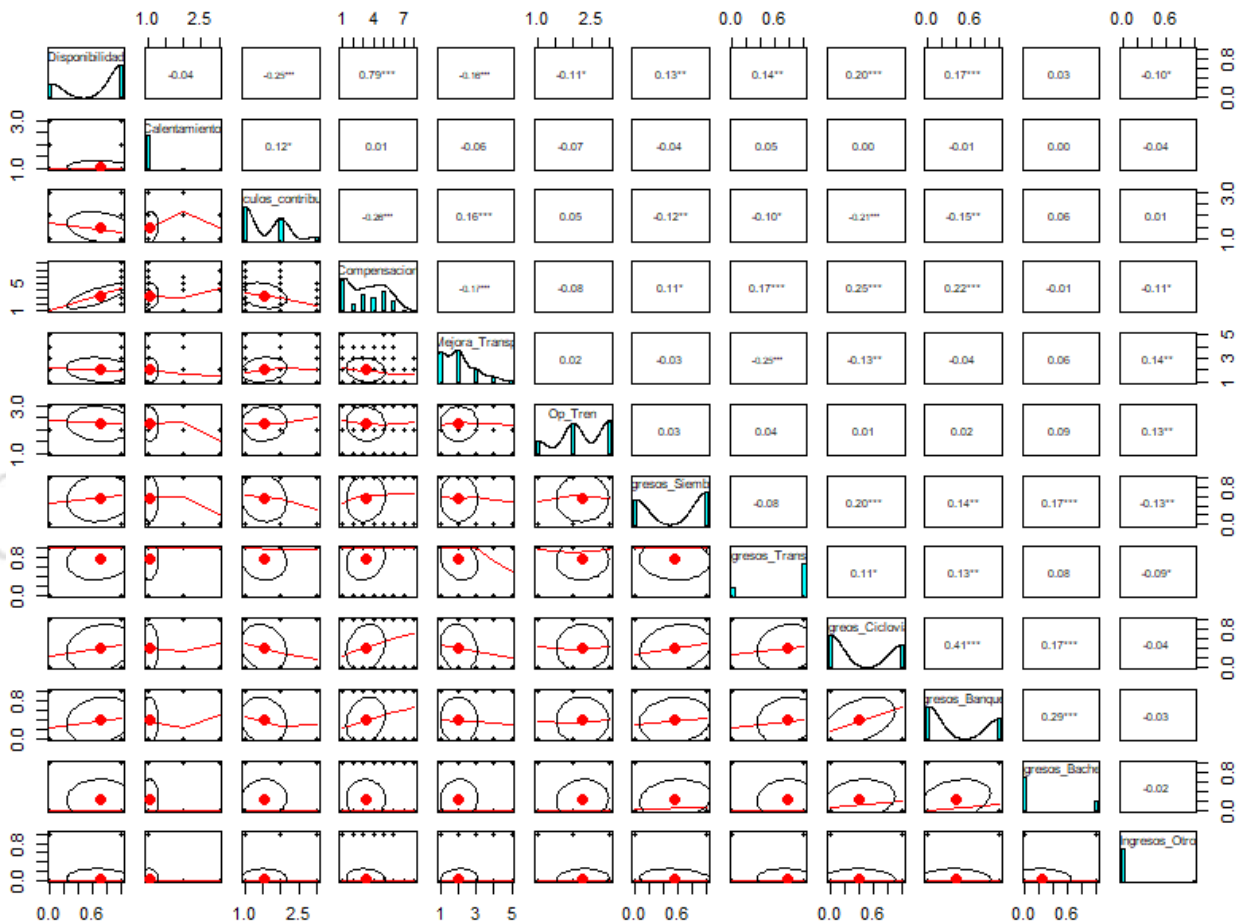
144 El análisis contó con 4 estudios diferentes: aplicando el modelo Logit la primera vez,
 145 se obtienen las variables significativas del modelo, se realizó un segundo modelo
 146 utilizando únicamente las variables que resultaron tener por lo menos una respuesta
 147 estadísticamente significativa. Siguiendo con un procedimiento análogo, se obtienen 4
 148 modelos. En el último modelo realizado se tiene que todas las respuestas tienen por
 149 lo menos una variable estadísticamente significativa.

150 La variable de bondad se obtuvo en cada uno de estos modelos, además de los
 151 criterios de Akaike y Bayesiano, se puede obtener que el mejor modelo es el segundo,
 152 en donde se extraen las variables significativas del modelo inicial. Por lo tanto, se
 153 obtienen las correlaciones y los siguientes resultados utilizando como base el modelo
 154 2.

155 La ecuación obtenida del modelo es la siguiente:

$$\begin{aligned}
 &156 Y = (1.16E+00) Z1 + (1.50E+00) Z2 + (3.75E-01) Z3 + (6.73E-01) Z4 + (7.27E+00) Z5 + (1.41E-03) Z6 + (1.16E-03) Z7 + (4.45E- \\
 &157 03) Z8 + (9.43E-04) Z9 + (6.17E-04) Z10 + (5.40E-04) Z11 + (3.01E-03) Z12 + (6.72E-01) Z13 + (1.25E+00) Z14 + (1.25E+01) \\
 &158 Z15 + (3.50E-02) Z16 + (8.97E-01) Z17 + (1.09E+00) Z18 + (1.05E+00) Z19 + (8.29E-01) Z20 + (8.30E-01) Z21 + (1.31E+00) Z22 \\
 &159 + (1.00E+00) Z23 + (4.97E+00) Z24 + (1.06E+00) Z25 + (7.24E-01) Z26 + (1.29E+00) Z27 + (1.43E+00) Z28 + (1.64E+00) Z29 \\
 &160 + (1.65E+00) Z30 + (1.03E+00) Z31 + (1.74E+01) Z32 + (NA) Z33 + (6.36E-01) Z34 + (1.92E+00) Z35 + (3.04E+00) Z36 + \\
 &161 (4.78E+00) Z37 + (1.55E+01) Z38 + (NA) Z39 + (6.20E+00) Z40 + (1.08E+01) Z41 + (8.14E+00) Z42 + (2.59E+00) Z43 + \\
 &162 (4.56E+00) Z44 + (NA) Z45 + (9.93E-01) Z46 + (1.21E-01) Z47 + (8.15E-03) Z48 + (6.33E-01) Z49 + (1.13E+00) Z50 + (3.65E- \\
 &163 01) Z51 + (4.74E+00) Z52 + (7.12E+00) Z53 + (1.78E+00) Z54 + (NA) Z55 + (1.81E+00) Z56 + (1.71E+00) Z57 + (2.09E+00) \\
 &164 Z58 + (2.65E+00) Z59 + (9.60E-01) Z60 + (4.05E-01) Z61 + (3.45E+01) Z62 + (8.36E+01) Z63 + (5.61E+01) Z64 + (1.90E+01) \\
 &165 Z65 + (NA) Z66 + (2.30E-01) Z67 + (3.40E+00) Z68 + (1.72E+00) Z69 + (1.59E+00) Z70 + (1.36E-08) Z71 + (1.61E+08) Z72 + \\
 &166 (1.16E+00) Z73 + (5.27E-01) Z74 + (5.71E-01) Z75 + (5.90E-01) Z76 + (9.68E-01) Z77 + (3.26E-01) Z78 + (4.33E+00) Z79 + \\
 &167 (1.65E+00) Z80 + (2.40E+00) Z81 + (4.73E-01) Z82 + (1.40E+00) Z83 + (2.02E+00) Z84 + (1.04E+00) Z85 + (2.17E-01) Z86 \\
 &168 + (4.43E+00) Z87 + (8.19E-01) Z88 + (7.24E-02) Z89 + (1.15E-01) Z90 + (1.55E+00) Z91 + (3.15E+00) Z92 + (1.71E-01) Z93 + \\
 &169 (1.80E+00) Z94 + (1.18E+01) Z95 + (5.61E+00) Z96 + (1.42E+00) Z97 + (1.52E+00) Z98 + (5.69E+00) Z99 + (2.34E+00) Z100 + \\
 &170 (6.91E-01) Z101 + (1.75E+00) Z102 + (1.24E+00) Z103 + (7.05E-01) Z104 + (4.42E-01) Z105 + (2.23E-01) Z106 + (1.22E+00) \\
 &171 Z107 + (1.45E-01) Z108 + (5.71E-01) Z109 + (1.34E+00) Z110 + (5.81E-01) Z111 + (1.83E+00) Z112 + (8.01E-01) Z113 + \\
 &172 (1.34E+01) Z114 + (2.06E-01) Z115 + (4.33E-01) Z116 + (NA) Z117
 \end{aligned}$$

173 Para la realización de la gráfica siguiente se utilizan valores numéricos en cada una
 174 de las variables.



175 **Figura 2. Correlación entre variables del modelo**

176 *Nota:* La figura muestra la correlación entre 11 variables del modelo, entre las que se
 177 encuentra la disponibilidad a pagar. Los asteriscos muestran si es altamente
 178 significativo (***), medianamente significativo (**) y bajo significativo (*).

179 **Tabla 2. Valores de confianza**

Método	Valor	Método	Valor
McFadden	0.364	McKelveyZavoina	0.676
McFaddenAdj	-0.039	Tjur	0.393
CoxSnell	0.361	AIC	572.96
Nagelkerke	0.51	BIC	1028.592
AldrichNelson	0.309	logLik	-175.48
VeallZimmermann	0.561	logLik0	-275.834
Efron	0.385	G2	200.709

189 4. Conclusiones

190 Los estudios realizados en este proyecto, confirman que las personas están dispuestas
191 a atender la crítica situación ambiental actual, aceptando que se tomen medidas para
192 mitigar los efectos del calentamiento global, considerando el costo ambiental de las
193 actividades, tanto gubernamentales, como sociales e individuales.

194 Aunque el 96% de las personas afirmó estar familiarizada con el calentamiento global,
195 se tiene una percepción generalizada de que el problema es causado por otros. Por lo
196 que es necesario educar y concienciar a las personas de su responsabilidad en el
197 tema.

198 El 70% de los encuestados declararon estar dispuestos a pagar alguna compensación,
199 que va desde un centavo hasta 10 pesos por litro. El promedio ponderado encontró
200 que el cobro extra por cada litro de gasolina tendría que ser de 1.32 pesos, dinero que
201 la mayoría de las personas encuestadas desearían que se utilizara para siembra de
202 árboles, mejora de ciclovías, mejora de banquetas y del transporte público y un
203 porcentaje muy pequeño preferiría que se utilizara para el bacheo o construcción de
204 más carreteras.

205 Los datos recopilados en la encuesta se perciben como representativos de la sociedad,
206 con una confianza del 96%, aunque dado que la mayoría de los respondientes se
207 ubican en el Valle de México y Querétaro, se sugiere extender la encuesta para incluir
208 otras regiones de la república mexicana.

209 Referente a la encuesta, la pregunta que resultó ser más significativa es donde se
210 cuestiona acerca de si las personas consideran que el mejorar el transporte público
211 sería un incentivo para que las personas usen más este tipo de transporte. Lo que se
212 puede ver reforzado con las percepciones que se tienen de los distintos transportes
213 públicos, que en general no son percibidos como seguros, rápidos ni ecológicos.

214 Al final, se comprueba la pertinencia de incorporar herramientas matemáticas para
215 este tipo de estudios, que permitan develar las difíciles respuestas a temas torales que
216 preocupan a la sociedad, como el cuidado del medio ambiente y la responsabilidad de
217 las personas en el manejo y conservación saludable de su entorno

218 5. Índice de referencias

219 Libros

- 220 • Ortúzar, J. Willumsen, L. (2008) *Modelos de transporte*. Santander, Universidad
221 de Cantabria.
- 222 • Galloway, G. (2002). Psychographic segmentation of park visitor markets:
223 evidence for the utility of sensation seeking. *Tourism management*

224 Trabajos de investigación

- 225 • Arredondo, R. E y López, G. (2022) *Desarrollo de una calculadora de huella de*
226 *carbono para el transporte ferroviario y diseño de una página Web, para el*
227 *análisis interactivo de dicha huella y la valoración de sus mecanismos de*

- 228 *compensación*. Documento no publicado. México: Agencia Reguladora del
229 Transporte Ferroviario.
- 230 • Pérez, G. (2015) *Introducción al análisis econométrico con R*. [Tesis para Grado
231 en Administración y Dirección de Empresas]. Valladolid. Universidad de
232 Valladolid. 2015. Pp 3-5. Disponible en:
233 [https://uvadoc.uva.es/bitstream/handle/10324/15515/TFG-E-](https://uvadoc.uva.es/bitstream/handle/10324/15515/TFG-E-96.pdf;jsessionid=505E58807032BB2B83308745EB717054?sequence=1)
234 [96.pdf;jsessionid=505E58807032BB2B83308745EB717054?sequence=1](https://uvadoc.uva.es/bitstream/handle/10324/15515/TFG-E-96.pdf;jsessionid=505E58807032BB2B83308745EB717054?sequence=1).

235 Congresos

- 236 • Arredondo, R.E. Cruz, L. Salmán, J (2018) *El inventario de ciclovías, como*
237 *indicador del esfuerzo nacional en la mitigación de la huella de carbono.*
238 *Congreso Movilidad Urbana y Calentamiento global*. Morelos: El Colegio de
239 Morelos.

240 Información en línea

- 241 • Padilla S. (2020). *Modelos Logit y Probit*. Economipedia.
242 <https://economipedia.com>
- 243 • Pompilio J. (2006) Facultad de Ciencias Económicas. Córdoba. *Diseño de*
244 *encuestas de preferencias declaradas para la estimación del valor de los*
245 *ahorros de tiempo y el pronóstico de la demanda de servicios de transporte*
246 *urbano de pasajeros*. Disponible en:
247 <https://aaep.org.ar/anales/works06/SartoriJuanJose.pdf>

PROPUESTA METODOLÓGICA PARA ANALIZAR LIBROS DE TEXTOS DE INGENIERÍA. PROBLEMAS APLICADOS DE SISTEMAS LINEALES

Rigaud Téllez Nelly¹, Blanco Bautista Roberto²

^{1,2} *Facultad de Estudios Superiores Aragón- UNAM. Av. Hacienda de Rancho Seco
S/N, Impulsora Popular Avícola, 57130 Nezahualcóyotl, Méx.*

IP-POSM006

Resumen

En Ingeniería, los planes y programas de estudio inspirados en perspectivas críticas han buscado transformar la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, conforme los entornos actuales donde imperan cada día más, los adelantos tecnológicos. Uno de sus propósitos es que estudiantes apliquen conocimiento de matemáticas, ciencia, computación y fundamentos de ingeniería para el desarrollo de soluciones a problemas complejos. Al mismo tiempo, ante los avances actuales, se desafía la cultura tradicional de libros de texto, frente a una realidad creciente de medios digitales publicados en internet. Es imprescindible efectuar una evaluación de contenidos de libros incluidos en la bibliografía de planes de estudio con el propósito de determinar su alineación a programas de estudio, pero también con la enseñanza de solución de problemas. El problema se encuentra en cómo realizar este análisis. El objetivo es; determinar en qué medida los libros de texto proporcionan enseñanza de solución de problemas matemáticos en los que se construyen soluciones completas. La investigación se llevó a cabo conforme al enfoque hermenéutico sobre el discurso de textos, tomando en cuenta una propuesta que se constituye de tres aristas; (1) los objetivos de aprendizaje, (2) un clasificador de consignas para problemas de aplicación y (3) reglas de decisión para la enseñanza de solución a problemas en contexto. Como objeto de estudio, se eligió el tema de Sistemas Lineales de Métodos Numéricos, por ser un tema común a todas las ingenierías. Los hallazgos se discuten a la luz de teorías que postulan que los libros de texto constituyen una parte fundamental del proceso de enseñanza-aprendizaje en el aula, asimismo, sirve como base para generar recomendaciones más balanceadas sobre el tipo de habilidades que se deseen desarrollar en el estudiante de ingeniería.

Palabras clave: análisis, libros, solución, problemas

1. Introducción

Los problemas y su resolución se pueden considerar como el corazón de la formación del estudiantado de ingeniería.

En el campo de matemáticas, destacan; Pólya (1945) que proporciona etapas para la solución de problemas. Schoenfeld (1985) puntualiza que la dificultad por sí misma no define a una tarea como un problema, asimismo, la tarea que pueda ser considerada como un problema difiere de persona a persona. Niss (2002) distingue entre problemas rutinarios y no rutinarios, así como niveles de competencia. Lesh (2007) examina la importancia de la resolución de problemas matemáticos aplicados.

¹ * Autor para la correspondencia. E-mail: nerigaud@unam.mx

45 Recientemente, cuerpos acreditadores y asociaciones del campo de Ingeniería
46 reconocen a la resolución de problemas como una competencia clave que debe
47 desarrollarse desde las ciencias básicas.

48

49 Al hacer una revisión de programas de estudio universitarios de matemáticas en
50 ingeniería, las descripciones de cursos explicitan de manera reiterada “resolución de
51 problemas de...”. Sin duda, a la luz de este énfasis en la habilidad y/o proceso
52 indicado, establece que es una meta educativa, la cual debe ser abordada por un
53 enfoque de enseñanza de matemáticas.

54

55 En educación matemática, los libros de texto por su importancia como instrumentos de
56 enseñanza y aprendizaje tienen una larga tradición en la educación. Un creciente
57 cuerpo de investigación indica que este tipo de recurso puede ser una herramienta
58 particularmente poderosa en el esfuerzo por proporcionar oportunidades de
59 aprendizaje.

60

61 Por ello, los programas de estudio universitarios suelen presentar recomendaciones
62 de libros de texto y consulta para soportar temas de la disciplina matemática que se
63 estudie, lo que los convierte en la “columna vertebral”, independientemente, de la gran
64 diversidad de recursos que se ofrecen hoy en día, por internet.

65

66 Debido a que no se suelen precisar enfoques de enseñanza para la solución de
67 problemas en los programas de estudio, Liljedahl et al. (2016) hacen una clara
68 distinción entre libros con contenidos de enseñanza de matemáticas, a través de la
69 resolución de problemas, y los que muestran problemas de matemáticas y su proceso
70 de solución.

71

72 El primero se refiere a la enseñanza del contenido matemático mediante el trabajo que
73 realizan los estudiantes buscando desarrollar en ellos ideas matemáticas. El segundo
74 enfoque tiene que ver con el desarrollo de habilidades con un enfoque de matemáticas,
75 pero también con algún tipo de proceso.

76

77 El interés se encuentra en el segundo enfoque debido a que su incorporación en el
78 currículo matemático no necesariamente es obvia para profesores de matemáticas, p.
79 ej. enseñar abstracción, enseñar a reconocer de patrones, enseñar a analizar, etc.

80

81 Dado que los libros son un recurso educativo dominante que los docentes revisan y
82 utilizan en la enseñanza de matemáticas, queda en duda si estos facilitan la
83 oportunidad de aprender solución de problemas.

84

85 El objetivo es; determinar en qué medida los libros de texto proporcionan enseñanza
86 de solución de problemas. Se precisa que la unidad de análisis se aplica a problemas
87 matemáticos que no siguen una estrategia de solución particular de forma inmediata,
88 a veces se presentan narraciones verbales, a menudo expresadas en contextos
89 realistas que plantean preguntas o dilemas, a veces acompañados de símbolos,

90 gráficos e imágenes. Su ruta de solución no es clara, pero requieren de una
91 construcción de solución completa. El objeto de estudio es Métodos Numéricos, con el
92 tema Sistemas Lineales, por ser un tema común a todas las ingenierías.

93

94 La pregunta de investigación es ¿cómo se podrían generar medidas que permitan
95 valorar si libros recomendados en programas de estudio de matemáticas en ingeniería
96 contienen tareas para la enseñanza de solución de problemas?, así como en una
97 primera aproximación, ¿en qué medida los libros de matemáticas de ingeniería
98 contienen tareas de solución de problemas?

99

100 Para abordar estas preguntas, se establece que el siguiente supuesto: el desarrollo de
101 una metodología para analizar específicamente el tratamiento de problemas de
102 aplicación en los libros de texto debe considerar indicadores y reglas de decisión.

103

104 El marco teórico se basa en el enfoque del círculo hermenéutico de la comprensión en
105 matemáticas (Romero & Batallanos, 2019), ya que existe un proceso interpretativo por
106 parte del lector y su agente intérprete, en este caso, el libro que enseña el proceso de
107 solución de problemas. Para el análisis se creó un marco para el análisis de la solución
108 problemas, tanto por proceso, como por habilidad.

109

110 A través de la presente investigación, las contribuciones se dirigen a tres grupos de
111 usuarios: administrativos, en la alineación de programas de estudio con recursos
112 didácticos recomendados, docentes, en los enfoques que ofrecen los libros y la
113 aplicación y adaptación a sus propias necesidades de enseñanza. Para
114 investigadores, en vislumbrar cómo mejorar los recursos para la solución de problemas
115 como habilidad, en estudiantes.

116

117 **2. Metodología o desarrollo**

118

119 La corriente filosófica de la hermenéutica, representada por los autores,
120 Schleiermacher, Dilthey, Heidegger y Gadamer, genera un recorrido interpretativo para
121 la comprensión e interpretación de textos. En particular, Carl (2022) analiza la
122 contribución de Gadamer aplicado a textos matemáticos, en donde el lector o intérprete
123 que muestra un sentido de interés, al acceder al texto, sigue un conjunto de pasos que
124 no necesariamente coinciden con el orden lógico y heurístico bajo el cual está
125 construido todo texto de matemáticas en consideración.

126

127 Al analizar hermenéuticamente un texto matemático, ocurren reconsideraciones
128 repetidas, esto es, al leer y estudiar textos de matemáticas se intenta dar razón de
129 aspectos generales y particulares iterativamente, suscitando de esta forma una nueva
130 retroalimentación que hace discursivo el entendimiento en todo proceso hermenéutico.
131 Bajo este enfoque, el análisis del texto tiene que ver con los atributos del texto: en sus
132 características cuantitativas como el número de páginas, los temas abordados, si
133 proporcionan materiales y aplicaciones digitales. Por ello, muchos contenidos de libros
134 no solo presentan conceptos, expresados en desarrollos algebraicos, también las

135 muestras de conocimiento se expresan, mediante gráficas, tablas y texto que se
136 refuerzan con ejemplos, mecanizaciones, ejercicios y problemas.

137

138 Si los fines y atributos del texto no logran la claridad buscada en el lector, a pesar, de
139 las reconsideraciones repetidas, entonces, este se convencerá de su incapacidad para
140 comprender matemáticas. Concluirá que el libro es inaccesible y se generará una
141 impresión que ese texto de matemáticas se construye veladamente sin incluir
142 suficientes explicaciones, lo cual no debería ocurrir en un libro para un plan de
143 estudios, especialmente cuando se trata de la solución de problemas.

144

145 Bajo el enfoque hermenéutico, el método propuesto es el siguiente:

- 146 1. Identificar los libros en los programas de estudio
- 147 2. Establecer una regla de decisión
- 148 3. Para cada libro distinguir, los ejemplos en los que se construye una
149 solución matemática.
- 150 4. En los ejemplos, identificar las habilidades y el tipo de proceso
- 151 5. Generar una estadística descriptiva

152

153 En referencia al punto 2, la solución de problemas es una habilidad que se encuentra
154 en problemas de matemáticas, la cual soporta el aprendizaje al representar la
155 construcción de una solución completa. En este sentido, como un proceso, se ilustra
156 en la Tabla 1, habilidades que estudiantes necesitan para solucionar un problema
157 efectivamente:

158

159

Tabla 1. Identificación de habilidades en solución de problemas

- | |
|--|
| <ol style="list-style-type: none">1. Razona, observa y reconoce patrones2. Usar información disponible para comprender el contexto3. Sabe cómo hacer un análisis que implica descomponer un problema en partes más pequeñas, y sabe cómo manejar componentes (algoritmos)4. Hacer relaciones entre conceptos y disciplinas matemáticas5. Pensar creativamente en múltiples rutas de solución |
|--|

160

161 Estas habilidades, entre otras, se encuentran inmersas en etapas para la solución de
162 problemas. En la figura 1, se presentan las fases del proceso de solución de problemas
163 que identifican autores relevantes:

164

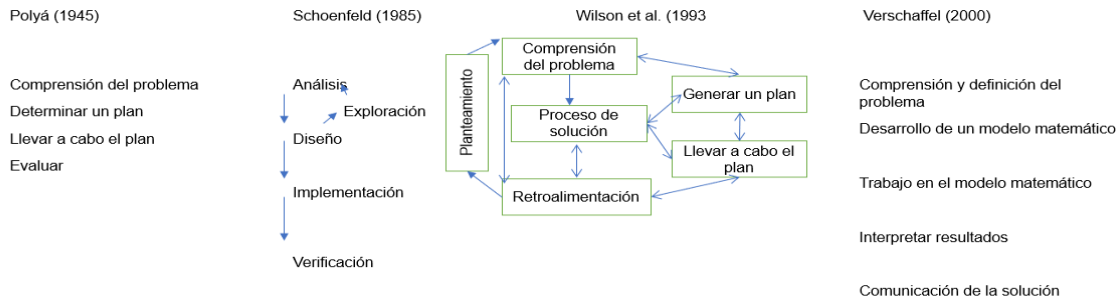


Figura 1. Enfoques para el proceso de solución de problemas

165
166
167
168
169
170
171
172
173
174
175
176
177
178
179
180
181
182
183
184
185
186
187
188
189
190
191
192
193
194
195
196
197
198
199
200
201

En este sentido, la regla está indicada a lo siguiente: Los problemas que se presentan en los libros, como ejemplo, deben presentar un proceso, con base en lo que indican especialistas en educación matemática, lo cual constituye la construcción de una solución.

Si el ejemplo cumple con la regla mencionada anteriormente, entonces, se pueden identificar habilidades, como las mostradas en la Tabla 1.

Conviene indicar que las representaciones de un problema matemático son de vital importancia, por lo que es deseable que estos vayan acompañados por representaciones algebraicas, esquemáticas, tablas, con sus correspondientes explicaciones verbales, aún mejor, si vienen soportados por recursos de Tecnologías de Información TI.

3. Resultados y análisis

En el campo de la ingeniería, los libros de texto son un recurso educativo dominante, primero, porque estudiantes los aceptan de una manera natural, y segundo, estos, suelen prestar mayor atención a las aplicaciones de conceptos y métodos.

Adicionalmente, los docentes al ubicar el plan de estudio de una asignatura revisan las referencias bibliográficas recomendadas, e incluso, utilizan los ejercicios y problemas de los libros en su didáctica.

Se procedió a identificar los libros recomendados en la asignatura de Métodos Numéricos de una facultad de ingeniería.

Posteriormente, se identificaron coincidencias de libros. Tres recursos se presentan en las carreras de ingeniería, conforme a la tabla de competencias (numerada) y los procesos de resolución de problemas

A continuación, se presentan los resultados. En el primer libro, se presenta la tabla 2, con su respectivo análisis.

202

Tabla 2. Análisis de libro 1

Análisis del libro 1	Proceso de solución que emplea	Habilidad que busca desarrollar	Representación usada	Soporte TI
Ecuaciones lineales algebraicas	No presenta	No presenta	No presenta	No presenta
Eliminación Gaussiana (12 ejemplos, 11 rutinarios, uno cumple la regla 1)	Proceso de Verschaffel (incompleto)	1.	Tabla, esquema y desarrollo algebraico	No presenta
Descomposición LU e inversa de la matriz (4 ejemplos de tipo rutinario)	No presenta	--	--	--
Matrices especiales y Gauss-Seidel (5 ejemplos de tipo rutinario)	No presenta	--	--	--

203

204

En la tabla 2, el porcentaje de ejemplos resueltos que enseñan a construir una solución es del 4.76%.

205

206

207

Para el segundo libro, con base en el análisis, se genera la tabla 3.

208

209

Tabla 3. Análisis de libro 2

Análisis del libro 2	Proceso de solución que emplea	Habilidad que busca desarrollar	Representación usada	Soporte TI
Ejemplo 1	Proceso de Wilson et al. (1993)	1, 2, 3, 4	Esquema y desarrollo algebraico	No presenta

Ejemplo 2.	Proceso de Verschaffel	1, 2, 4	Esquema y desarrollo algebraico	No presenta
Ejemplo 3	Proceso de Polya	1, 2, 3	Esquema y desarrollo algebraico	No presenta
Ejemplo 4	Proceso de Polya (incompleto)	1, 2, 3	Esquema y desarrollo algebraico	No presenta

210

211 Con referencia a la Tabla 3, para el tema de “Sistemas lineales” del segundo libro, se
 212 presentaron 25 ejemplos, de los cuales 21 corresponde a tareas, como ejercicios que
 213 buscan soportan el aprendizaje de matemáticas de tipo rutinario. El porcentaje de
 214 ejemplos con problemas matemáticos es 19.04%.

215

216 En el caso del tercer libro, en su análisis se identificaron 19 ejemplos, todos del tipo
 217 tarea, en los que se recorre un algoritmo.

218

219

220 **4. Conclusiones**

221

222 El enfoque hermenéutico reconoce que los libros son artefactos para la enseñanza y
 223 aprendizaje de matemáticas. Para el análisis de los textos, en referencia a la solución
 224 de problemas matemáticos, se debe mostrar al lector un proceso de construcción
 225 completo. Esto permite al docente y/o al estudiante, distinguir claramente etapas que
 226 se leen en orden de su aparición, pero también conforme la posibilidad de leer
 227 repetidamente, obteniéndose de esta forma, “grados de claridad”, a pesar de que la
 228 primera lectura haya sido minuciosa.

229

230 Del análisis de tres libros, uno si considera la presentación de problemas matemáticos,
 231 más allá de las tareas rutinarias.

232

233 Se considera que, así como se ha mostrado el análisis de problemas matemáticos,
 234 también se podría hacer un análisis similar para tareas, por el número de relaciones
 235 entre datos y las condiciones que presentan en la tarea, por el procesamiento de datos
 236 cuando se recorre un algoritmo y por las interrelaciones de datos.

237

238 Este tipo de análisis permite contar con una mejor alineación con respecto a los
 239 programas de estudio y las recomendaciones de libros.

240

241

242 **Agradecimientos**

243

244 El artículo ha sido posible gracias al apoyo recibido de la Dirección General de Asuntos
245 del Personal Académico DGAPA de la Universidad Nacional Autónoma de México
246 (UNAM), a través del proyecto PAPIME PE112723.

247

248

249 **5. Índice de referencias**

250

251 Carl, M. Understanding mathematical texts: a hermeneutical approach. *Synthese* **200**,
252 524 (2022). <https://doi.org/10.1007/s11229-022-03930-5>

253 Gallardo Romero, J., & Quintanilla Batallanos, V.A. (2019). El círculo hermenéutico
254 de la comprensión en matemáticas: una propuesta integradora para la evaluación en
255 el aula. *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*, 22(1), 97-
256 122. Epub 23 de abril de 2021. <https://doi.org/10.12802/relime.19.2214>

257 Lesh, R., Zawojewski, J. S. (2007). *Problem Solving and Modeling*. In: Lester, F., Ed.,
258 *Second Handbook of research on mathematics Teaching and learning*, Information
259 Age Publishing, Greenwich, CT, 763-802.

260 Liljedahl, P., Santos-Trigo, M., Malaspina, U., Bruder, R. (2016). *Problem solving in*
261 *mathematical education*. Switzerland: Springer International Publishing,

262 Niss, M., & Højgaard, T. (2002). *Competencies and mathematical learning ideas and*
263 *inspiration for the development of mathematics teaching and learning in Denmark*.
264 Denmark: IMFUFA tekst no. 485. Roskilde: Roskilde University.

265

266 Polya, G. (1969). *Cómo plantear y resolver problemas*. Editorial Trillas, México.
267 (Colección "Serie de Matemáticas" Traducción de "How to solve it" (1945). Princeton
268 University Press, EU).

269 Schoenfeld, A. H. (1985). *Mathematical problem solving*. Orlando, FL: Academic Press

270 Verschaffel, L., Greer, B. y De Corte, E. (2000). *Making sense of word problems*.
271 Lisse. Países Bajos: Swets & Zeitlinger.

272 Wilson, J., Clarke, D. *Towards the modelling of mathematical metacognition*. *Math Ed*
273 *Res J*, **16**, 25-48 (2004).

EXPERIENCIAS EN LA CREACIÓN Y DIFUSIÓN DE VIDEOS EDUCATIVOS DE ÁLGEBRA LINEAL EN YOUTUBE

Paola Elizabeth Rodríguez Ocampo^{1,*}

¹Facultad de Ingeniería, UNAM. Escolar 04360, C.U., Coyoacán, 04510 Ciudad de México, CDMX.

EN-POSM009

Resumen

YouTube es uno de los sitios web más utilizadas por estudiantes para consultar temas y resolver sus dudas a través de videos tutoriales gratuitos. La diversidad de videos permite que los estudiantes visualicen distintas formas de explicar un mismo tema y complementen el conocimiento que adquieren en sus cursos curriculares. La contingencia sanitaria por COVID-19 acentuó la necesidad de generar contenidos diversos y atractivos para complementar las clases en línea. En ese contexto, se fundó el canal educativo Paola Ring, en el cual se publicaron videos educativos de álgebra lineal y otras asignaturas de matemáticas de nivel universitario. Aunque en un inicio este proyecto surgió como apoyo para los cursos en línea, ha crecido paulatinamente hasta alcanzar un público mucho más amplio del que originalmente se tenía contemplado. En este artículo se presentan los materiales utilizados en la creación, publicación y difusión de los videos educativos de álgebra lineal. A la par, se plantean algunas recomendaciones con base en la experiencia adquirida desde la fundación del canal. Posteriormente se realiza un análisis de las estadísticas sobre el alcance del canal en cuanto a número de visualizaciones, tiempo de reproducción, suscriptores y la variación de estos parámetros a lo largo de un año, así como las características del público que suele recibir. Finalmente, se plantean las ventajas y los desafíos de implementar el canal educativo como apoyo en los cursos, tanto en modalidad a distancia como presencial.

Palabras clave: álgebra, enseñanza, videos, YouTube

1. Introducción

Desde el inicio de la pandemia por COVID-19, los profesores se vieron en la tarea inmediata de implementar modalidades de aprendizaje a distancia, a menudo sin suficiente orientación, capacitación o recursos (United Nations, 2020). Para los profesores de matemáticas, cuya enseñanza en el campus antes de la pandemia se caracterizaba por la participación en actividades interactivas, el desafío era encontrar formas alternativas de proporcionar a sus estudiantes experiencias matemáticas

¹ * Autor para la correspondencia. E-mail: elipao29@hotmail.com

38 adecuadas, incluyendo el uso de representaciones concretas de conceptos abstractos
39 (Livy et al., 2022).

40 Ante la emergencia, muchos profesores recurrieron a materiales en línea ya existentes
41 como videos y páginas web para complementar sus cursos. Los videos educativos de
42 YouTube han demostrado ser efectivos para la educación ya que pueden mejorar el
43 aprendizaje y la retención de los estudiantes al tiempo que brindan conexiones con
44 sus compañeros y profesores (Chtouki et al., 2012; Snelson, 2011). Mulenga & Marbán
45 (2020) encontraron que el aprendizaje digital permitirá a los profesores cambiar su
46 pedagogía para la enseñanza de matemáticas a un método menos formal, entretenido
47 e interesante, en lugar de un método riguroso y tradicional.

48 Si bien actualmente existe una gran cantidad de videos sobre matemáticas básicas en
49 YouTube, los videos con contenidos de nivel superior son relativamente escasos,
50 especialmente tratándose de temas de álgebra lineal en idioma español. En ese
51 contexto, se creó el canal educativo *Paola Ring*, el cual comienza como un repositorio
52 de las clases grabadas de las sesiones sincrónicas con los estudiantes. Esto con el
53 objetivo de que los estudiantes pudieran revisar los videos posteriormente, avanzar a
54 su propio ritmo y repasar los conceptos según fuera necesario para ellos. En poco
55 tiempo, el canal creció hasta alcanzar un público mucho más amplio del que se tenía
56 contemplado en sus inicios.

57 En este artículo se detallan los materiales utilizados para crear, publicar y difundir
58 videos educativos de álgebra lineal. También se brindan recomendaciones basadas
59 en la experiencia de la autora. Luego, se examinan las estadísticas del alcance del
60 canal (vistas, tiempo de reproducción, suscriptores, cambios en un año) y el público
61 que lo ve. Finalmente, se discuten las ventajas y desafíos de utilizar un canal en cursos
62 presenciales y a distancia.

63

64 **2. Desarrollo**

65 2.1 Descripción del canal

66 El canal de YouTube Paola Ring (<https://www.youtube.com/@PaolaRing>) es una
67 iniciativa que difunde videos de matemáticas, principalmente de álgebra lineal, aunque
68 también cuenta con algunos videos de álgebra y de hidráulica. El canal surgió como
69 apoyo a las clases en línea que impartí en la Facultad de Ingeniería de la UNAM
70 durante el confinamiento por COVID-19 y se fundó oficialmente el 27 de junio de 2020.
71 Actualmente los videos son públicos, gratuitos y cualquier persona puede acceder a
72 ellos en cualquier momento. Con 115 videos al momento de escribir este artículo, el
73 canal cuenta con más de 6600 suscriptores y 340 mil vistas.

74

75 2.2 Materiales

76 Los materiales utilizados para la elaboración de los videos son los siguientes:

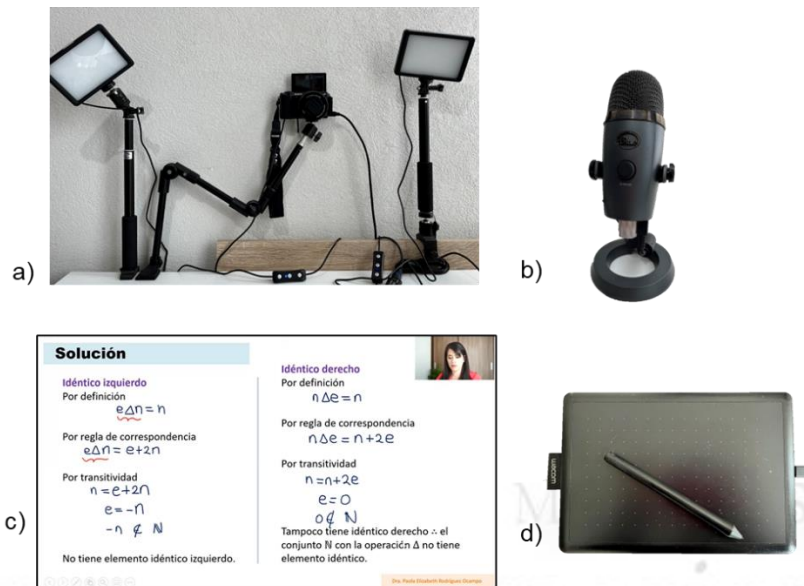


Figura 1. Material para la elaboración de videos, a) montaje de cámara y luces, b) micrófono, c) diapositiva de PowerPoint con anotaciones digitales, y c) tableta digitalizadora.

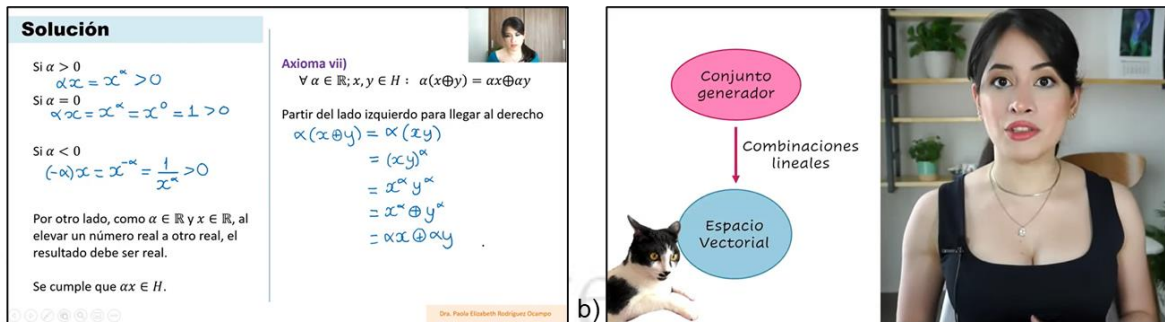
- Cámara y luces: cámara semiprofesional y un set de dos luces dirigidas en un montaje como el que se muestra en la Figura 1a.
- Micrófono: dispositivo externo conectado a la computadora (Figura 1b). El micrófono es fundamental para tener una calidad de audio suficientemente buena en los videos.
- Diapositivas en PowerPoint: las clases se preparan en diapositivas que funcionan como pizarrón electrónico, por lo que es posible hacer anotaciones y desarrollar ejercicios en ellas con ayuda del ratón o con una tableta digitalizadora (Figura 1c).
- Software de grabación: con el objetivo de agilizar el proceso de grabación, se utilizó la aplicación de video llamadas Zoom. Esta aplicación permite grabar a cuadro al mismo tiempo que se presentan las diapositivas y genera un archivo de video .mp4 al finalizar la sesión. Aunque la calidad del video es menor a la que se tendría grabando directamente de la cámara, resulta suficiente para los propósitos de los tutoriales y reduce el tiempo invertido.
- Software de edición de videos: se utiliza un software gratuito llamado Shotcut. Este programa permite realizar ediciones básicas como recortar los videos, aumentar o disminuir la velocidad y añadir música e imágenes.
- Tableta digitalizadora: tableta de la marca Wacom como la que se muestra en la Figura 1d para realizar anotaciones de forma más precisa en las diapositivas.

2.3 Formato y diseño de los videos

El canal cuenta con dos formatos o diseños principales de videos sobre álgebra lineal:

- Clases grabadas (Figura 2a): se encuentran numeradas y agrupadas en una lista de reproducción para visualizar el curso completo. Se ha tenido especial

104 cuidado en editar las clases antes de publicarlas con el objetivo de proteger
 105 la privacidad de los alumnos y de acortar las pausas que se dan
 106 naturalmente en una clase en vivo.
 107 ii) Videos cortos (Figura 2b): presentan de manera resumida y en un máximo
 108 de 15 minutos un tema específico, así como ejemplos demostrativos. Estos
 109 videos, al ser relativamente rápidos, buscan ya sea reforzar los conceptos
 110 adquiridos previamente, o bien funcionar como una introducción al concepto
 111 antes de ser retomado a profundidad durante la clase.



112 a) **Figura 2. Ejemplo de formato de los videos, a) es una captura de un video del tipo i) y b) es una**
 113 **captura de un video del tipo ii).**
 114

115 En ambos diseños se combina la aparición a cuadro de la profesora con la diapositiva
 116 o pizarrón digital donde se lleva a cabo la explicación y el desarrollo de los ejercicios.
 117 Los videos cortos tienen un diseño más llamativo y se implementan elementos lúdicos
 118 como imágenes, la mascota del canal (gato blanco y negro), música y efectos de
 119 sonido (Figura 2b).

120 Para mantener una secuencia de los videos, se utilizan herramientas de YouTube
 121 como las listas de reproducción y los videos recomendados durante y al final del video.
 122 Los videos recomendados aparecen como botones en momentos específicos, de
 123 manera que el espectador puede acceder directamente a ellos sin necesidad de
 124 buscarlos (Figura 3). Esto permite, además de recomendar contenido con conceptos
 125 antecedentes, difundir los videos del canal.

126 Otro recurso importante en la difusión de los videos es el diseño de *miniaturas* con un
 127 sello distintivo del canal. Las *miniaturas* de YouTube son imágenes que, al igual que
 128 el título, condensan el contenido del video e invitan a verlo, por lo que deben ser
 129 llamativas. En los botones de enlaces de la Figura 3 se muestran las *miniaturas* de los
 130 videos recomendados.



Figura 3. Botones con enlaces directos a otros videos sugeridos.

131
132

133

134 3. Resultados y análisis

135 3.1 Estadísticas globales y características de la audiencia

136 La Tabla 1 muestra los datos estadísticos del canal desde su fundación hasta el 31 de
 137 enero de 2023.

138

Tabla 1. Estadísticas globales del canal Paola Ring (a 31 de enero de 2023).

Visualizaciones	344 887
Tiempo de reproducción (horas)	24 143
Suscriptores	6 671
Número de videos publicados	115

139 Las estadísticas también reportan que la audiencia es primordialmente masculina con
 140 un 77.3 %, con respecto a la audiencia femenina que es del 22.7 %. Esta información
 141 es consistente con la brecha de género que existe en las carreras STEM (ciencias,
 142 tecnología, ingeniería y matemáticas), que son las que mayormente se interesarían en
 143 los contenidos del canal. De acuerdo con Arredondo Trapero et al. (2019), en 2016 la
 144 brecha de género promedio en Latinoamérica en áreas de conocimiento en STEM de
 145 70.1 %. Se espera que con el paso de los años esta brecha se reduzca y se vea
 146 reflejada en las estadísticas del canal.

147

Tabla 2. Porcentaje de visualizaciones por edades

Edad del espectador	Visualizaciones (%)
Entre 13 y 17 años	0.1
Entre 18 y 24 años	69.96
Entre 25 y 34 años	24.6
Entre 35 y 44 años	3.81
Más de 45 años	1.53

148 En la Tabla 2 se observa que la mayoría de los espectadores tienen entre 18 y 24
 149 años, con 69.96 % de visualizaciones, seguido por el grupo entre 25 y 34 años con el
 150 24.6 %. Esta tabla demuestra que el contenido del canal es consumido principalmente
 151 por personas en edades que son típicas de la etapa de estudios superiores.

152 Según la Tabla 3, que muestra la distribución de visualizaciones por país desde el
 153 inicio del canal, México está en primer lugar con un 58.52% de las visualizaciones,
 154 seguido por Colombia con el 5.14% y Perú con el 4.85%. Se ha omitido la información
 155 de algunos países con porcentajes de visualización menores al 1 %. Es evidente que
 156 la audiencia proviene principalmente de países de habla hispana.

157

Tabla 3. Países desde donde se visualizan los videos.

País	Visualizaciones	Porcentaje (%)
México	201828	58.52
Colombia	17738	5.14
Perú	16742	4.85
Argentina	16049	4.65
Ecuador	11384	3.30
Chile	9874	2.86
España	7875	2.28
Bolivia	5942	1.72
Total	344887	100

158 3.2 Estadísticas a lo largo de un año

159 A continuación, se presentan las estadísticas del canal en los últimos 12 meses (del 6
 160 de enero de 2022 al 5 de enero de 2023). La Figura 4 muestra el número de
 161 suscriptores diarios. En promedio se registraron 9.2 suscriptores diarios, con un
 162 máximo de 42 suscriptores el 19 de febrero de 2022, que coincide con las primeras
 163 semanas del semestre en la Facultad de Ingeniería. Se observan también algunos
 164 picos en temporadas previas a exámenes finales, es decir, a finales de mayo e inicios
 165 de noviembre.



166

167

Figura 4. Número de suscriptores en los últimos 365 días.

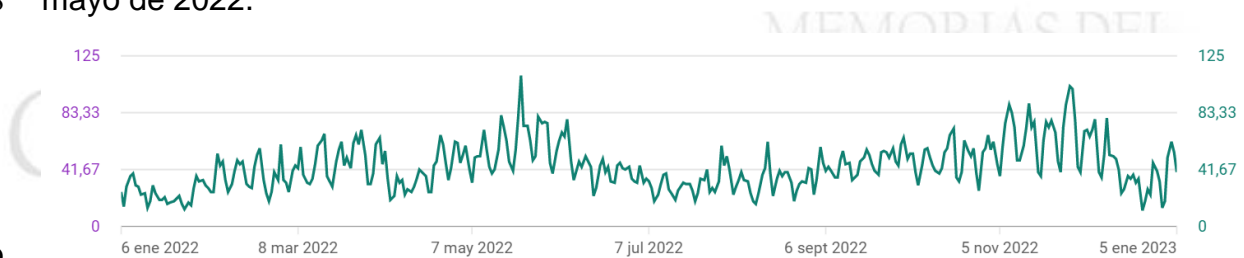
168 Por su parte, el número de visualizaciones diarias se distribuye según la Figura 5,
 169 mostrando picos a finales de mayo y a finales de noviembre, coincidiendo con los
 170 periodos previos a los exámenes de final de semestre. En promedio se tuvieron 647.7
 171 visualizaciones al día y un máximo de 1687 visualizaciones el 24 de mayo de 2022.



172
173

Figura 5. Número de visualizaciones en los últimos 365 días.

174 La Figura 6 muestra el tiempo de reproducción diario, en horas. Esta gráfica es
 175 consistente con la Figura 5, ya que cuando hay más visualizaciones, también
 176 incrementan el número de horas de reproducción de los videos. En promedio se
 177 tuvieron 43.9 horas diarias de reproducción y un máximo de 110.31 horas el 24 de
 178 mayo de 2022.



179
180

Figura 6. Tiempo de reproducción en los últimos 365 días.

181 3.3 Ventajas y desafíos

182 Algunas ventajas de usar YouTube para enseñar álgebra lineal como complemento a
 183 las clases en modalidad presencial y en línea incluyen:

- 184 • Accesibilidad: YouTube es una plataforma accesible en línea, disponible para
185 todos los usuarios con acceso a internet. Además, muchos videos son gratuitos.
- 186 • Flexibilidad: los estudiantes pueden acceder a los videos en cualquier momento
187 y lugar que les sea conveniente.
- 188 • Aprendizaje visual: los videos permiten la representación visual de conceptos
189 matemáticos, lo que puede mejorar la comprensión de los temas.
- 190 • Complemento al aula: los videos pueden ser utilizados como complemento al
191 aula para reforzar y repasar conceptos.
- 192 • Conectividad: los videos pueden ser compartidos y discutidos con otros
193 estudiantes y profesores, lo que puede fomentar la colaboración y el aprendizaje
194 en grupo.
- 195 • Inclusividad: los videos pueden ser un material inclusivo en la enseñanza a
196 distancia, ya que permiten que los estudiantes participen en clases,
197 independientemente de su ubicación o capacidades físicas. Los videos pueden
198 ser subtítulos o audiodescritos para incluir a estudiantes con discapacidades
199 auditivas o visuales.

200 Por su parte, los desafíos de implementar un canal educativo tanto en modalidad a
201 distancia como presencial son:

- 202 • Responsabilidad: al crear contenido educativo, es importante asegurarse de
203 que la información sea precisa y confiable.
- 204 • Competencia: hay muchos otros canales educativos en YouTube, por lo que
205 puede ser difícil destacarse, por lo que se deben abordar temas que no hayan
206 sido suficientemente explotados, de alta calidad y atractivos.
- 207 • Monetización: aunque YouTube ofrece opciones de monetización, puede ser
208 difícil ganar suficiente dinero para justificar el tiempo y los recursos invertidos
209 en el canal, por lo que no se sugiere hacer un canal únicamente con este
210 objetivo.
- 211 • Promoción y consistencia: es necesario promocionar el canal y asegurarse de
212 que llegue a su público objetivo, al igual que publicar contenido regularmente.
- 213 • Crecimiento de la audiencia: Puede llevar tiempo construir una audiencia
214 significativa y atraer a seguidores leales.

215

216 **4. Conclusiones**

217 El canal educativo de YouTube "Paola Ring" surgió como respuesta a la necesidad de
218 ofrecer recursos adicionales a los estudiantes durante la pandemia COVID-19. Este
219 canal está centrado en la enseñanza de matemáticas, especialmente de álgebra lineal
220 y ha crecido en popularidad, alcanzando más de 6600 suscriptores y 340 mil vistas en
221 115 videos. Los videos son gratuitos y se puede acceder a ellos en cualquier momento,
222 y han demostrado ser efectivos para mejorar el aprendizaje y la retención de los
223 estudiantes. Esto se sustenta en las estadísticas recabadas por YouTube, las cuales
224 comprueban que el canal está llegando a su público objetivo, que son los estudiantes
225 de nivel superior. A pesar de los desafíos que pueden presentarse en la enseñanza
226 presencial y a distancia, la experiencia del canal "Paola Ring" ha demostrado ser un
227 recurso útil para los estudiantes y profesores.

228

229 **Agradecimientos**

230 Agradezco al Dr. Michael Ring por el apoyo técnico en el montaje del set de grabación
231 y la revisión de este trabajo.

232

233 **5. Índice de referencias**

- 234 • Arredondo Trapero, F. G., Vázquez Parra, J. C., & Velázquez Sánchez, L. M.
235 (2019). *STEM y Brecha de Género en Latinoamérica*. Revista de El Colegio de
236 San Luis, 18, 137–158. <https://doi.org/10.21696/rcsl9182019947>
- 237 • Chtouki, Y., Harroud, H., Khalidi, M., & Bennani, S. (2012). *The impact of*
238 *YouTube videos on the student's learning*. 2012 International Conference on
239 Information Technology Based Higher Education and Training, ITHET 2012,
240 48–51. <https://doi.org/10.1109/ITHET.2012.6246045>

- 241 • Livy, S., Muir, T., Murphy, C., & Trimble, A. (2022). *Creative approaches to*
242 *teaching mathematics education with online tools during COVID-19.*
243 *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology,*
244 *53(3), 573–581. <https://doi.org/10.1080/0020739X.2021.1988742>*
245 • Mulenga, E. M., & Marbán, J. M. (2020). *Is covid-19 the gateway for digital*
246 *learning in mathematics education? Contemporary Educational Technology,*
247 *12(2), 1–11. <https://doi.org/10.30935/cedtech/7949>*
248 • Snelson, C. (2011). *YouTube across the Disciplines: A Review of the Literature.*
249 *Journal of Online Learning and Teaching, 7(1), 159–169.*
250 [http://scholarworks.boisestate.edu/cgi/viewcontent.cgi?article=1010&context=](http://scholarworks.boisestate.edu/cgi/viewcontent.cgi?article=1010&context=edtech_facpubs)
251 [edtech_facpubs](http://scholarworks.boisestate.edu/cgi/viewcontent.cgi?article=1010&context=edtech_facpubs)
252 • United Nations. (2020). *Policy Brief: Education during COVID-19 and beyond.*
253 *Policy Brief: Education during COVID-19 And, 26, e12.*
254

MEMORIAS DEL
Congreso Internacional
Sobre la Enseñanza y Aplicación de las Matemáticas

LA EDUCACIÓN EN TIEMPOS DE PANDEMIA O LA GENERACIÓN PERDIDA

Víctor M. Córdoba Lobo^{1*}, Ana María Lagunes Toledo²

1,2, U. P. I. I. C. S. A. del Instituto Politécnico Nacional. Te 950, Col. Granjas México, Alcaldía Iztacalco, CP 08400.

IP-POSM010

Resumen

El COVID-19 oficialmente se “reconoció” en febrero de 2020 y nos enfrentamos a algo que no se sabía que era, aun cuando se reportaron muertos no se sabía cabalmente por qué murieron, popularmente se decía “fue el covid”, poco a poco se fue entendiendo la magnitud del problema.

Específicamente en la República Mexicana finalmente se caracterizó como pandemia y al no existir un remedio específico y reconocido se optó por seguir las reglas de control de los países europeos esto es un confinamiento de los habitantes en sus domicilios, la medida se adoptó por las familias como unas vacaciones pagadas por los patrones.

Respecto a la remuneración económica por el sector gubernamental no hubo ningún problema, pero para el sector privado si reflejó una pérdida irreparable esto causó el cierre de diversas fuentes de trabajo en particular las escuelas privadas, los padres no pudieron pagar las colegiaturas y como consecuencia la matrícula de las escuelas oficiales se incrementó.

Los sistemas educativos existentes en ese momento eran únicamente clases presenciales y telesecundaria así que se implementó por estricta necesidad las “clases en línea”, el problema era que ni unos ni otros estaban interiorizados en ese modelo y fue muy difícil el control de la permanencia del alumnado en la clase causando con esto un deterioro en el desarrollo del proceso enseñanza y aprendizaje.

El hecho de no tener un control efectivo de la permanencia en clase dio como resultado la no adquisición de conocimientos académicos en muchos de los alumnos y aunado a la dificultad de examinarlos de forma efectiva se adoptó por muchos de los docentes una laxitud al momento de asignar una calificación lo que ocasionó un descenso significativo en la tasa de reprobación.

Palabras clave: covid_1, problema_2, pandemia_3, escuelas_4, sistemas_5, educativos_6.

1. Introducción

“El Director General de la Organización Mundial de la Salud (OMS), el doctor Tedros Adhanom Ghebreyesus, anunció el 11 de marzo de 2020 que la nueva enfermedad por el coronavirus 2019 (COVID-19) puede caracterizarse como una pandemia” (OMS, 2020) y con ello se inició una de las peores catástrofes a nivel mundial.

Al ser un “padecimiento” totalmente nuevo los gobiernos y en particular los sectores responsables de la salud de cada país no estaban preparados no tan solo para dictar medidas preventivas, sino que realmente no sabían que era lo que estaba pasando, a nivel mundial aumentó enormemente la preocupación al estar ocurriendo demasiadas muertes sin tener un plan específico para controlar tanto la proliferación de lo que coloquialmente se le llamó “COVID” como la gran cantidad de muertes.

Como medida preventiva y al estar sobresaturados los hospitales se declaró una pandemia a nivel mundial, se adoptó de manera oficial y como medida de no

¹ * Autor para la correspondencia. E-mail: vmcl_1@hotmail.com

46 proliferación del covid el confinamiento de los habitantes en su hogar. Al prolongarse
47 demasiado tiempo el confinamiento en la casa el gobierno de CDMX por medio de la
48 Secretaría de Educación Pública oficializó el 6 de abril de 2020 las clases en línea
49 como una medida precautoria para la no proliferación del covid y la no instrucción
50 escolar por la inviabilidad de clases presenciales.
51 En la República de México únicamente existía de forma no presencial esto es en línea
52 la llamada “Telesecundaria” la cuál requería de un instructor (asesor) en un salón de
53 clases habilitado para tal fin pero a fin de cuentas presencial, al declararse la pandemia
54 y oficializar las clases en línea pero desde los hogares se suscitaron varios problemas,
55 falta de instructores capacitados para impartir clases en el nuevo modelo educativo,
56 falta de material didáctico como computadoras, tablets etcétera para tal fin, nulo
57 conocimiento de la forma de impartir las clase y otros.
58 Respecto a los alumnos receptores de clases en el nuevo modelo absolutamente nadie
59 los capacitó para ser receptores adecuados dejándolos la mayoría de los casos en
60 manos no del padre de familia pues era quien tenía que trabajar para el sostén sino de
61 la madre quien tenía que orientar y supervisar el buen funcionamiento del nuevo
62 método a más de cumplir con las labores respectivas de ama de casa.
63 Si la familia tenía un solo hijo entonces era muy posible la total supervisión de la
64 asistencia a clases virtuales, pero si eran dos o más hijos prácticamente era imposible
65 cumplir ya que eran necesarias mínimo dos computadoras y la atención por parte de
66 la madre no podía ser personalizada máxime si los hijos cursaban diferentes años
67 dentro de los diversos niveles académicos.
68 Todo esto motivó que la asistencia a clases “en línea” no pudiera ser supervisada a
69 satisfacción motivando con esto no la inasistencia al curso sino la completa ausencia
70 “presencial” en la computadora ya que al prácticamente al no existir ningún tipo de
71 vigilancia en el lugar donde se tomaba el curso los asistentes fácilmente podían pasar
72 lista de asistencia, pero en la mayoría de los casos no participar activamente en el
73 desarrollo del curso.
74 Tanto por parte de los catedráticos que pudieron subsanar la ignorancia respecto a la
75 impartición de clases en línea como por los que sí tenían conocimientos relativos a la
76 situación además de los medios adecuados para llevar a buen fin el proceso de
77 enseñanza y aprendizaje los comentarios vertidos sobre los cursos en línea versaban
78 sobre que prácticamente era casi imposible garantizar la participación del alumno a la
79 clase y mucho menos su permanencia durante la misma.
80 Este hecho debilitó en mucho la asimilación de los conocimientos vertidos pues no
81 había la garantía de la permanencia del receptor la cuál en la gran mayoría de los
82 casos era de asistencia al inicio de la clase, pero sin la garantía de permanencia
83 durante la misma e inclusive algunos profesores entrevistados comentaron que en la
84 fecha del examen todos lo resolvían y además bien ocasionalmente uno que otro era
85 acreedor a una calificación reprobatoria por respuestas equivocadas.
86 Posiblemente la única forma de garantizar una respuesta que en su momento
87 justificara asistencia al curso y repaso de las clases sería efectuar un examen
88 personalizado lo que implicaba en promedio 50 exámenes todos diferentes, pero si se
89 toma en cuenta que la carga mínima habitual por profesor en el IPN es de 3 grupos

90 por semestre implicaba un total de 150 exámenes todos diferentes esto es impensable
91 por lo que se tenía que dar por válido un examen por grupo.
92 Dada esta situación se observaron detalles tales como respuestas exactamente
93 iguales mismo desarrollo en el proceso de llegar a la solución lo que sugería que al no
94 haber supervisión efectiva posible por parte del docente los alumnos copiaron la
95 metodología de la solución e inclusive se presentaron casos aislados de que dos hojas
96 de respuestas al examen tenían el nombre del alumno que lo resolvió y el nombre del
97 que lo copio.

99 2. Metodología

100 Con la finalidad de recabar datos con los que fuera posible obtener una matriz de datos
101 se procedió a efectuar una investigación transversal únicamente con los alumnos que
102 cursan las diferentes materias que se imparten en las áreas de Matemáticas de la
103 Unidad Profesional Interdisciplinaria de Ingeniería y Ciencias Sociales y
104 Administrativas (UPIICSA) del I. P. N., para tal efecto se procedió a diseñar un
105 cuestionario no nominativo con la finalidad de guardar la confidencialidad del alumno
106 y así obtener respuestas verídicas.

108 2.1 Tamaño de la muestra.

109 Para determinar el tamaño de la muestra (Spigel, 1991) se consideró un intervalo de
110 confianza para valores promedio con un nivel de confianza del 95% y un error máximo
111 del 10%² por lo que:

112

113

114

$$e \leq 10\% = 0.01 \text{ ----- (1)}$$

115

116

$$0.01 \geq e = Z \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \text{ ----- (2)}$$

117

118

$$n \geq \left[\frac{Z \sigma}{0.01} \right]^2 \text{ ----- (3)}$$

119

120

121

122 Donde:

123

124 $Z = 1.96$ valor correspondiente de acuerdo a las tablas de la Distribución Normal de
125 Gaus

126

² La experiencia de las casas encuestadoras indican que estos valores empíricos son los que más se acercan a la realidad.

127 $\sigma = 0.087$ desviación típica poblacional en la gráfica de valores promedio reportada³

128

129

130 $\therefore n \geq 289.88 \cong 290$ ----- (4)

131

132

133 Con base a esta estimación del tamaño de la muestra se procedió a tomar un tamaño
 134 definitivo de 300 elementos, se tuvo la colaboración de varios profesores que imparten
 135 diferentes materias en las Academias de Matemáticas sin importar ésta ya que la
 136 finalidad fue obtener únicamente respuestas referentes a la modalidad “clases en
 137 línea” expresadas en un cuestionario cerrado⁴ ya que es muy difícil interpretar el
 138 sentido de las respuestas en un cuestionario con respuestas abiertas y todavía más
 139 difícil interpretar su sentir con base al citado modelo.

140 A continuación, se utilizó el coeficiente de variación:

141

142
$$Cv = \frac{\sigma}{\mu}$$
 ----- (5)

143 Donde

144

145 Cv coeficiente de variación con límites de 0 a 1 (0, no hay variación 1, error total)

146

147 σ desviación típica poblacional

148

149 μ promedio poblacional

150

151 **3. Resultados y análisis**

152 Los resultados obtenidos en esta investigación tienen su fundamento en la matriz de
 153 datos creada con los datos recabados del cuestionario aplicado complementado con
 154 una investigación de campo efectuada entre profesores de las áreas de Matemáticas
 155 que relataron sus experiencias adquiridas durante el tiempo en que se impartieron
 156 clases por línea en el IPN.

157

158

159

160 Tabla No. 1 Resumen del cuestionario aplicado

161

Ítem	Pregunta	Si (%)	No (%)	Nulo (%)	Cv
1	Tomaste clases en tu casa	85	10	5	0.03
2	Tomaste la carga completa de tu semestre	95	5	0	0.004

³ Fuente Subdirección Escolar de la UPIICSA XII/2022

⁴ Cuestionario a la disposición en el correo del autor vmcl_1@hotmail.com

3	Tenías PC y/o TABLET	90	10	0	0.08
4	Te conectaste a tus clases el día y hora indicados en tu horario	98	2	0	0.002
5	Asististe a clase desde el principio	80	15	5	0.07
6	Estuviste al pendiente de la pantalla durante toda la clase	20	70	10	0.05
7	Participaste activamente en la clase	5	90	5	0.04
8	Iniciaste la clase te alejaste y regresabas al final	95	5	0	0.04
9	El profesor detectaba las ausencias durante clase	10	80	10	0.03
10	Cuando te conectaste el profesor ya estaba en línea	97	3	0	0.04
11	Ocasionalmente tuviste que esperar al profesor	5	90	5	0.03
12	Casi siempre tuviste que esperar al profesor	2	90	8	0.05
13	El profesor ocasionalmente no se conectaba	1	95	4	0.04
14	Frecuentemente no se conectaba el profesor	0	98	2	0.04
15	El profesor observaba la “lista de asistencia”	10	85	5	0.05
16	El profesor verificaba la permanencia física en línea	10	85	5	0.03
17	El profesor verificaba la ausencia física en línea	5	90	5	0.05
18	El profesor impartía clase durante el tiempo especificado	95	5	0	0.04
19	El profesor realizaba los exámenes en tiempo y forma	35	60	5	0.05
20	Sinceramente tu resolvías el examen	5	90	5	0.02

Fuente M

162
163
164
165
166
167
168
169
170
171
172
173
174
175
176

4. Conclusiones

Como se puede observar en la tabla no. 1, y de acuerdo a los resultados de las entrevistas con varios profesores que impartieron clase en línea durante el confinamiento se pueden concluir varios hechos:

- Al no ser nominativo el cuestionario los alumnos sintieron confianza para contestar pues se les advirtió que de la sinceridad de sus respuestas se tomarían medidas que permitieran llevar un mejor control en caso de que por una u otra causa tuvieran que continuar las clases en línea.

- 177
- 178
- 179
- 180
- 181
- 182
- 183
- 184
- 185
- 186
- 187
- 188
- 189
- 190
- 191
- 192
- 193
- 194
- 195
- 196
- 197
- 198
- 199
- 200
- 201
- 202
- 203
- 204
- 205
- 206
- 207
- 208
- 209
- Hubo muchos alumnos que sí tomaron en serio y responsablemente la participaron durante la clase, pero la gran mayoría no actuaron de esa forma interpretación de los ítems 1-7,
 - La gran mayoría si entraron a clase, pasaron asistencia, pero al poco rato de iniciada la clase se ausentaban esto se intuye por no poder tener control efectivo de la permanencia ítem no. 8, esto se propició porque el profesor no puede vigilar la permanencia en la clase, algunos implementaron diversos métodos para intentar controlar, pero no fueron lo suficientemente efectivos y se perdía mucho tiempo valioso en eso, ítem no. 9, 15, 16, 17.
 - Por parte del docente, hubo afortunadamente muy pocos que no tomaron la impartición de la clase con la seriedad y responsabilidad debida, los que cumplieron totalmente la impartición del curso se enfrentaron a la falta de capacitación y material adecuado lo que propició desánimo, desesperación y a veces indiferencia en cumplir cabalmente con la finalidad del curso, ítems 10-14.
 - De una u otra manera los profesores impartían su clase en el tiempo especificado para tal hecho, cabe hacer la aclaración de que al menos en Matemáticas el 90 % de las materias son de 4.5 horas a la semana, esto propicia que demasiados grupos tengan clase de 2 h un día y 2.5 h otro día, esto no justifica el desánimo, pero sí es la razón de un gran cansancio de las dos partes ítem no. 18.
 - La única forma de tener la certeza de que cada alumno contestara solo su examen era realizar un examen personalizado esto implica en promedio 50 exámenes por grupo y si el docente tiene la carga máxima 3 grupos y hasta 5 con sobrecarga para obtener una buena puntuación el querer reclasificarse implica mínimo 150 exámenes distintos lo cual es definitivamente imposible de llevarse a cabo ítem 19, por lo que la respuesta expresada en la hoja de soluciones no refleja el grado de la asimilación de los conceptos.
 - Finalmente, el ítem 20 proporciona una respuesta que pone de manifiesto la realidad, la gran mayoría de los alumnos copiaba el texto de la hoja de soluciones que alguien que sí se tomó con seriedad el curso, pero la amistad implicaba “circular” las soluciones.

210 De ahí el título de la investigación, pues los alumnos al no tomar en serio los cursos
211 por línea dieron origen a las generaciones de la “pandemia” las que carecen de los
212 suficientes conocimientos relativos a su especialidad e inclusive se intuye que aun
213 asistiendo es muy difícil evaluar el grado de asimilación del curso motivando esto
214 caso que las “generaciones de la pandemia” carezcan de una base académica sólida.
215 Obviamente los huecos formados serán necesariamente llenados “sobre la marcha” y
216 de acuerdo a como se les vayan presentando las necesidades de prepararse lo cual
217 ocurrirá de forma autodidacta o posiblemente con diplomados implicando esto un gran
218 esfuerzo y responsabilidad para el egresado.

219 A nivel de corolario la Subdirección Escolar de la UPIICSA⁵ reporta que durante la
220 pandemia que propició los cursos en línea prácticamente desaparecieron los casos que
221 estaban por resolverse en el Consejo Técnico Consultivo de la propia institución
222 referentes a la baja por reglamento de los alumnos por adeudar 3 o más materias.
223 Este hecho fue subsanado al aprobar los cursos que motivaron ser caso de consejo,
224 lo que no causó un aumento en la matrícula pues los alumnos ya formaban parte del
225 plantel en lo que afectó grandemente fue en que al ponerse al corriente en las materias
226 adeudadas con todo el derecho pidieron su inscripción a los cursos regulares
227 causando con esto una falta de salones para impartir las clases y también una falta de
228 profesores que impartan los cursos respectivos.

229

230 5. Índice de referencias

231

232 Libros

- 233 • Spieguel, R. (1991). *Estadística*. México: Mc Graw-Hill.

234 Información en línea

- 235 • OMS (2020). (En línea) Disponible en:
236 <https://www.paho.org/es/enfermedad-por-coronavirus-covid>
237 9#:~:text=El%20Director%20General%20de%20la%20Organizaci%C3%B3n%
238 20Mundial%20de%20la%20Salud%20(OMS)%2C%20el%20doctor%20Tedros
239 %20Adhanom%20Ghebreyesus%2C%20anunci%C3%B3%20el%2011%20de
240 %20marzo%20de%202020%20que%20la%20nueva%20enfermedad%20por%
241 %20el%20coronavirus%202019%20(COVID%2D19)%20puede%20caracterizars
242 e%20como%20una%20pandemia

243

⁵ Fuente Subdirección Escolar de la UPIICSA del IPN, (2022)

APLICACIÓN DE SISTEMAS NUMÉRICOS PARA LA CONFIGURACIÓN DE REDES Y SUBREDES DE COMPUTADORAS

José Juan Rico Castro^{*1}, Leonel Gualberto López Salazar², Maricela Lara Martínez³
^{1,2,3}Facultad de Estudios Superiores Cuautitlán. Carretera Cuautitlán-Teoloyucan Km. 2.5, Col. San Sebastián Xhala, Cuautitlán Izcalli, Estado de México, CP. 54714.

AP-POSM012

Resumen

En asignaturas de redes de computadoras es fundamental el conocimiento y aplicación de sistemas numéricos, así como operaciones de cambio de base, esto hace necesario contar con los conocimientos y habilidades necesarias por parte de los alumnos que cursan estas asignaturas. Este documento tiene como objetivo utilizar los sistemas numéricos como herramienta de apoyo con la cual los alumnos desarrollarán una metodología y la aplicarán en la solución de problemas de cálculo de redes y subredes y junto a la estrategia de Aprendizaje Basado en Problemas (ABP), los alumnos desarrollarán la competencia de configurar sistemas de asignación automática de direcciones IP (DHCP) como parte de su formación para automatizar procesos en la administración de redes de computadoras.

Se desarrollará una metodología con la cual los alumnos tendrán la habilidad de automatizar procesos de configuración de redes de computadoras, además de conocer y aplicar operaciones con sistemas numéricos como son cambios de base, operaciones de conversión de base de decimal a binario y viceversa.

La metodología consiste en realizar una introducción a través de ejercicios didácticos con ejemplos ilustrativos de cambios de base decimal a binaria y binaria a decimal, posteriormente proponer a los alumnos ejercicios prácticos a través de la resolución de ejercicios de cálculo de redes y subredes y así desarrollen la habilidad descrita.

De igual manera se utilizarán herramientas en línea que permitan a los alumnos comprobar que las operaciones de cálculo que realizan con base en los sistemas numéricos son correctas y con ello, llevar a cabo prácticas de configuración de un sistema de asignación automática de direcciones IP versión 4.

Palabras clave: sistemas, numéricos, redes, computadoras, ABP.

1. Introducción

La idea principal de la segmentación en subredes es la siguiente; inicias con una red, pero es solo una gran red. Como una sola gran entidad, de inicio parece que no hay mayor problema que conectar equipos y realizar las configuraciones en cada equipo, al principio todo parece ir muy bien, el problema es que con el tiempo la red se ha vuelto demasiado grande y esto también ha traído problemas como la administración de equipos - ¿quién tiene qué dirección IP?, ¿en dónde está ubicado dicho usuario y/o equipo? -. Para realizar un mejor control y administración de dichos recursos, lo divides en trozos más pequeños, llamadas subredes, y asignas esas subredes para que se utilicen en diferentes partes de la red interna del campus. Está breve introducción

* Autor para la correspondencia. E-mail: josejuanricoc@gmail.com

46 presenta la división en subredes IP. En primer lugar, se muestra la idea general detrás
47 de un diseño de subredes.

48

49 **1.1 Subredes de máscara de longitud variable.**

50

51 El concepto de subredes de máscara de longitud variable o VLSM por sus siglas en
52 inglés se plantea resolver problemas específicos para la administración de redes con
53 gran cantidad de equipos conectados en una infraestructura -como puede ser un
54 campus universitario o una empresa privada- con gran cantidad de dispositivos
55 interconectados entre sí. Para crear subredes de varios tamaños de en una red Clase
56 A, B o C, se deberá realizar un diseño de algunas subredes para lo cual se empleará
57 una máscara, otras con otra, y así sucesivamente. Diferentes máscaras significan
58 diferentes números de bits de equipos y un número diferente de equipos en algunas
59 subredes basados en la fórmula $2^n - 2$. Una máscara de subred es un conjunto de
60 números agrupados en bloques de 1 y 0 en formato decimal, por ejemplo 255.255.0.0
61 que es el equivalente decimal a realizar las operaciones
62 $2^8 + 2^7 + 2^6 + 2^5 + 2^4 + 2^3 + 2^2 + 2^1 + 2^0 = 255$ en este caso dos veces lo que implica que estamos
63 utilizando 16 bits, la metodología VLSM plantea que podemos modificar la máscara de
64 red para hacer las eficiente el uso de las direcciones IP generando subredes de
65 diferentes tamaños y de esta manera aprovechando no solo la disponibilidad de
66 direcciones, sino el ancho de banda disponible.

67

68 **2. Metodología o desarrollo**

69

70 De acuerdo con la metodología Aprendizaje Basado en Problemas, el método
71 propuesto es el siguiente:

72

73 **2.1. Planteamiento del problema.**

74

75 Supón que eres el administrador de red de una institución educativa y se te pide
76 realizar una reestructuración de los segmentos de red disponibles en la facultad con el
77 fin de hacer más eficiente el uso y distribución de los equipos y direcciones IP
78 disponibles para el campus, de acuerdo con tus conocimientos y habilidades decides
79 implementar división de redes por segmentos más pequeños, para estar seguro
80 realizas un esquema donde dividirás una subred por cada edificio que exista de
81 acuerdo a la siguiente tabla, recuerda que para este esquema no se consideran redes
82 inalámbricas.

83

84 Ahora analizaremos las necesidades y criterios para dividir en subredes para
85 cualquier red empresarial nueva o cambiante:

86

- 87 1. ¿Qué hosts deben agruparse en una subred?
- 88 2. ¿Cuántas subredes requiere esta red?
- 89 3. ¿Cuántas direcciones IP de host requiere cada subred?
- 90 4. ¿Usaremos un solo tamaño de subred por simplicidad, o no?

91
 92 Las Reglas sobre qué hosts están en qué subred se definen a continuación.
 93
 94 Cada dispositivo que se conecta a una red necesita tener una dirección IP. Estos
 95 dispositivos incluyen computadoras utilizadas por usuarios finales, servidores,
 96 computadoras portátiles, impresoras, y dispositivos de red como enrutadores,
 97 conmutadores y cortafuegos. En definitiva, cualquier dispositivo que utilice IP para
 98 enviar y recibir paquetes necesita una dirección IP.
 99

100 En la siguiente figura se ejemplifica el modelo de resolución a desarrollar por parte de
 101 los alumnos.

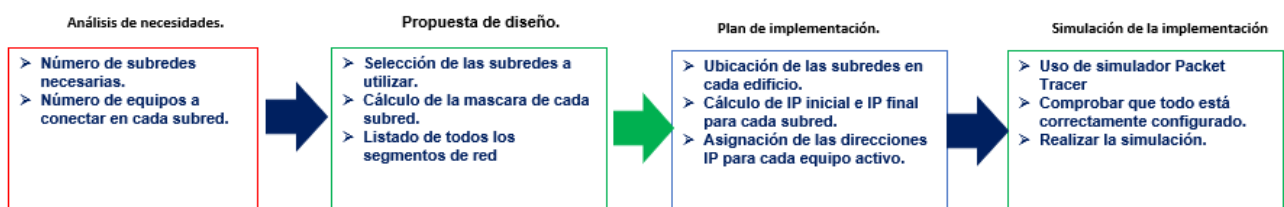


Figura 1. Diagrama modelo de solución.

111 Se plantean las preguntas a responder por parte de los alumnos:

- 112 1. ¿Cuál será el orden de implementación de las subredes?
- 113 2. ¿Cuántas subredes se requieren?
- 114 3. ¿Todos los segmentos de red o subredes pueden ser del mismo tamaño? Justifique su respuesta.
- 115 4. ¿Por qué si o por qué no sería adecuado utilizar una super red que incluya a todos los equipos?

116
 117 Ahora se utilizan las herramientas matemáticas para realizar los cálculos de subredes,
 118 para ello se toma como base un segmento de red clase B; iniciar el proceso de la
 119 siguiente manera.

120 1.- Si es necesario se reorganizan las subredes necesarias de mayor a menor, en este
 121 caso no es necesario.
 122

Tabla 1. Subredes y cantidad de host.

No.	Cómputo	250
1	A3	180
2	Posgrado	160
3	A7	150
4	A2	140
5	A11	140
6	Gobierno	120
7	CADI	120

8	A8	90
9	A10	80
10	L3	60
11	L9	60
12	L8	60
14	L4	60
14	L5	50
15	L6	40

125

126 **2.2. Resolución de ejercicios.**

127

128 De acuerdo con la metodología propuesta por (Odo, 2020) sobre VLSM, se ha
 129 establecido que se usará una red de clase B 172.16.0.0 y máscara de subred
 130 255.255.0.0 o en notación CIDR /16, por lo tanto, se tienen los siguientes datos.

131

132 La red mayor es: **172.16.0.0/16**

133 Las direcciones disponibles en la red mayor para equipos son: $2^{16} = 65534$

134 Número de direcciones IP necesarias para el esquema: **1760**

135

136 Como se puede observar los dos primeros octetos de la subred ya están definidos y
 137 estos permanecerán sin cambios.

Tabla 2. Definición de octetos.

172	16	0	0
Octeto 1	Octeto 2	Octeto 3	Octeto 4
Octetos de red		Octetos utilizados para equipos o host	

138 Los octetos que serán manipulados para realizar el procedimiento de VLSM serán el
 139 **3 y 4.**

140

141 Asignamos los valores para cada octeto de acuerdo con la formula 2^n para calcular el
 142 número de host en cada octeto.

Tabla 3. Valor de cada octeto de acuerdo con su posición.

No. de octeto	16	15	14	13	12	11	10	9	9	7	6	5	4	3	2	1
No de host o equipos de acuerdo con la posición del octeto	32768	16384	8192	4096	2048	1024	512	256	128	64	32	16	8	4	2	1

143

144 **2.3. Cálculo de los segmentos de red a utiliza por cada edificio.**

145

146 Para calcular la máscara de longitud variable analizaremos los requerimientos
 147 planteados y así obtenemos:

148

149 La subred de mayor tamaño requerida es de 250 equipos, por tanto, se calcula la
 150 máscara a utilizar. Mediante la formula $2^n - 2$ donde n representa el número de bit a
 151 utilizar en la máscara $2^8 - 2 = 256 - 2 = 254$.

Tabla 4. Representación numérica de VLSM.

Notación decimal	255	255	255	0
notación binaria	11111111	11111111	11111111	00000000
	bits de red			bits de host

152 De los siguientes datos obtenidos en el punto 2: 172.16.0.0 y máscara de subred
 153 255.255.0.0 o en notación CIDR /16, se observa en la tabla 4 que se requieren 8 bits
 154 adicionales para completar el número de equipos a utilizar en la subred, por lo tanto,
 155 la nueva mascarará de subred será $16 + 8 = 24$ o en notación decimal 255.255.255.0 o /24
 156 en notación CIDR.

157
 158 También se puede observar de la tabla 2 que para las primeras cinco subredes la
 159 mascarará será del mismo tamaño debido a que de acuerdo con la restricción de que
 160 una subred debe ser de tamaño igual o mayor, pero no menor al número de hosts
 161 requeridos. Así que se debe tener especial cuidado para calcular las subredes y
 162 aunque puede parecer repetitivo es importante que se note como se realiza el cambio
 163 de subred.

164
 165 Calcular las direcciones utilizables de esta subred.

166
 167 La primera será 172.16.0.1 y la última útil será la $2^8 - 2 = 256 - 2 = 254$
 168
 169 y tendremos el primer segmento definido como sigue.

170
 171 Hay que recordar que la primera dirección IP representa a la red y la última dirección
 172 del segmento -en este caso 254+1 o 255- es la dirección de difusión o broadcast.

Tabla 5. Cálculo de la primera subred.

Nombre de subred	Direcciones necesarias	Tamaño máximo ($2^8 - 2$)	subred	CIDR	Máscara Decimal	Primera Dirección asignable es:	Última Dirección asignable es:	Broadcast
Cómputo	250	254	172.16.0.0	/24	255.255.255.0	172.16.0.1	172.16.0.254	172.16.0.255

173
 174 Al ser de la misma dimensión las siguientes cinco subredes solo se modifica el valor
 175 del bit número 8 de tal modo que los valores se obtienen sumando uno a cada valor
 176 de la subred como se muestra en la siguiente tabla.

Tabla 6. Agrupación y cálculo de subredes.

Nombre de subred	Direcciones necesarias	Tamaño máximo ($2^8 - 2$)	subred	CIDR	Máscara Decimal	Primera Dirección asignable es:	Última Dirección asignable es:	Broadcast
A3	180	254	172.16.1.0	/24	255.255.255.0	172.16.1.1	172.16.1.254	172.16.1.255

Posgrado	160	254	172.16.2.0	/24	255.255.255.0	172.16.2.1	172.16.2.254	172.16.2.255
A7	150	254	172.16.3.0	/24	255.255.255.0	172.16.3.1	172.16.3.254	172.16.3.255
A3	140	254	172.16.4.0	/24	255.255.255.0	172.16.4.1	172.16.4.254	172.16.4.255
A11	140	254	172.16.5.0	/24	255.255.255.0	172.16.5.1	172.16.5.254	172.16.5.255

177

178 **Para la red Gobierno y CADI** el tamaño requerido es de 120 equipos por lo tanto se
 179 calcula la máscara a utilizar. $2^7-2=128-2=126>120$, utilizamos en siguiente segmento
 180 disponible. En este caso el bit que establece el límite de esta subred es el 7 y nuestra
 181 tabla queda de la siguiente manera.

Tabla 7. VLSM para 25 bits de subred y 7 bits para hosts.

Notación decimal	255	255	255	128
notación binaria	1111111	1111111	1111111	10000000
		bits de red		bits de host

182

183 Como se puede observar el número de bits de red y de hosts ha variado ahora el
 184 número de bits de red es de 25 y el número de hosts es 7 por lo que la subred queda
 185 como se muestra.

Tabla 8. Cálculo VLSM para red CADI.

Nombre de subred	Direcciones necesarias	Tamaño máximo (2^7-2)	Subred	CIDR	Máscara Decimal	Primera Dirección asignable es:	Última Dirección asignable es:	Broadcast
CADI	120	128	172.16.6.0	/25	255.255.255.128	172.16.6.1	172.16.6.126	172.16.6.127

186

187 La siguiente subred por utilizar se calcula sumando uno a la dirección de broadcast
 188 anterior y se continúa con el mismo procedimiento debido a que el número de
 189 direcciones requeridas es 120.

Tabla 9. Cálculo VLSM para red Gobierno.

Nombre de subred	Direcciones necesarias	Tamaño máximo (2^7-2)	Subred	CIDR	Máscara Decimal	Primera Dirección asignable es:	Última Dirección asignable es:	Broadcast
Gobierno	120	128	172.16.6.128	/25	255.255.255.128	172.16.6.128	172.16.6.254	172.16.6.255

190

191 Como se puede ver aquí se optimiza el uso de las direcciones IP asignadas debido a
 192 que el “desperdicio de direcciones es mínimo” y queda de manifiesto la ventaja de
 193 utilizar VLSM. Ahora bien, para las redes A8 y A10 se utiliza el mismo tamaño de
 194 subred ya que se requieren 90 y 80 direcciones respectivamente por lo tanto se calcula
 195 la máscara a utilizar. $2^7-2=128-2=126>190$, utilizamos en siguiente segmento
 196 disponible. En este caso se suma un uno a la dirección de broadcast y nuestra tabla
 197 queda de la siguiente manera.

Tabla 10. Cálculo VLSM para red A8.

Nombre de subred	Direcciones necesarias	Tamaño máximo (2 ⁷ -2)	Subred	CIDR	Máscara Decimal	Primera Dirección asignable es:	Última Dirección asignable es:	Broadcast
A8	90	128	172.16.7.0	/25	255.255.255.128	172.16.7.1	172.16.7.126	172.16.7.127

Tabla 11. Cálculo VLSM para red A10.

Nombre de subred	Direcciones necesarias	Tamaño máximo (2 ⁷ -2)	Subred	CIDR	Máscara Decimal	Primera Dirección asignable es:	Última Dirección asignable es:	Broadcast
A10	80	128	172.16.7.128	/25	255.255.255.128	172.16.7.128	172.16.7.254	172.16.7.255

198

199 Para los siguientes cinco segmentos se requieren 60, 50 y 40 direcciones IP
 200 respectivamente por lo que se calcula la máscara a utilizar. $2^6-2=64-2=62>60$, $62 > 50$,
 201 $62>40$ utilizamos en siguiente segmento disponible. En este caso el bit que establece
 202 el límite de esta subred es el 6 y nuestra tabla queda de la siguiente manera.

Tabla 12. Cálculo de subred y número de hosts.

Notación decimal	255	255	255	64
notación binaria	1111111	1111111	1111111	11000000
	bits de red			bits de host

203 Aquí utilizamos 6 bits para hosts y 26 bits para subred y nuestra tabla se muestra a
 204 continuación.

205

Tabla 13. Cálculo VLSM para redes de igual tamaño máximo.

Nombre de subred	Direcciones necesarias	Tamaño máximo (2 ⁶ -2)	Red	CIDR	Máscara Decimal	Primera Dirección asignable es:	Última Dirección asignable es:	Broadcast
L3	60	62	172.16.8.0	/26	255.255.255.64	172.16.8.1	172.16.8.62	172.16.8.63
L9	60	62	172.16.8.64	/26	255.255.255.64	172.16.8.64	172.16.8.126	172.16.8.127
L8	60	62	172.16.8.128	/26	255.255.255.64	172.16.8.128	172.16.8.190	172.16.8.191
L4	60	62	172.16.8.192	/26	255.255.255.64	172.16.8.192	172.16.8.254	172.16.8.255
L5	50	62	172.16.9.0	/26	255.255.255.64	172.16.9.1	172.16.9.62	172.16.9.63
L6	40	62	172.16.9.64	/26	255.255.255.64	172.16.9.64	172.16.9.126	172.16.8.127

206

207 **2.4. Realizando la maqueta y simulación con Cisco Packet Tracer.**

208

209 La siguiente figura muestra cómo se puede llevar a cabo la simulación de dicha red y
 210 subredes. Por cuestiones de espacio solo se muestran los 3 segmentos de red de
 211 mayor tamaño.

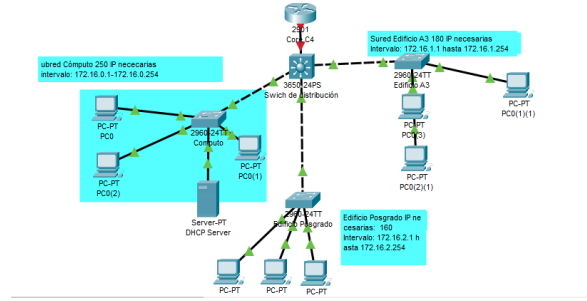


Figura 2. Simulación (Cisco, 2023).

212

213 **3. Resultados y análisis**

214

215 Mediante este ejercicio se observa como dividir una red muy grande en segmentos
 216 más pequeños provoca que se utilicen mejor los recursos, ya que como se sabe las
 217 direcciones IP versión 4 son escasas y realizar un diseño utilizando las submáscaras
 218 de red de tamaño variable ayudan no sólo a aprovechar mejor las IP disponibles, sino
 219 que también ayuda a utilizar el ancho de banda de una manera más eficiente
 220 encapsulando el tráfico considerado como basura.

221

222 Observamos también que mediante cálculos aritméticos precisos y ayuda de las
 223 matemáticas de manera sistemática se puede realizar una mejor gestión de los
 224 recursos de red disponibles, por lo que en caso de diagnóstico y reparación de fallas
 225 estas se puede realizar de manera más rápida al tener identificada la subred y el
 226 espacio físico al que pertenece.

227

228 **4. Conclusiones**

229

230 A través del presente trabajo, se llevó a cabo una metodología que utilizó como
 231 herramienta los sistemas numéricos con base en uso de operaciones de conversión
 232 de decimal a binario y su aplicación en la resolución eficiente de cálculo de subredes
 233 mediante un ejemplo de aplicación a una situación real.

234

235 Se hace uso de herramientas de simulación basadas en web para confirmar que los
 236 resultados obtenidos a través de los cálculos numéricos realizados fueron adecuados
 237 y correctos y su aplicación a problemas específicos permite una visualización detallada
 238 de una solución analítica. Esta metodología de trabajo desarrolla las habilidades
 239 necesarias para que los alumnos puedan resolver problemas complejos combinando
 240 análisis numérico con herramientas de simulación.

241

242 **Agradecimientos**

243

244 Trabajo realizado con el apoyo del programa UNAM-DGAPA-PAPIME PE108322.

245

246

247

248 **5. Índice de referencias**

249

250

251

252

253

254

255

- Wendell Odo (2020). *CCNA 200-301 Official Cert Guide, Volume 1. Perspectives on IPv4 Subnetting* (pp 268-274). Hoboken, NJ: Pearson Education, Inc.
- Cisco Packet Tracer (Nº de versión 8.1.1.0022). (2022). Windows 10. Cisco Systems. Sobre implementación de subredes de longitud variable. <https://id.cisco.com/>

MEMORIAS DEL
Congreso Internacional
Sobre la Enseñanza y Aplicación de las Matemáticas

USO DE AMBIENTES VIRTUALES COMO APOYO EN LOS DISEÑOS FACTORIALES

Miguel de Nazareth Pineda Becerril^{1, *}, Omar García León², Armando Aguilar Márquez³ y Frida María León Rodríguez⁴

^{1,2,3,4} Facultad de Estudios Superiores Cuautitlán, UNAM. Carretera Cuautitlán-Teoloyucan Km. 2.5, Colonia San Sebastián Xhala. Cuautitlán Izcalli, Estado de México, C. P. 54714.

EN-POSM013

Resumen

El diseño experimental es una herramienta de gran utilidad para ingenieros y científicos que tienen interés en mejorar el desempeño de cualquier proceso, en el desarrollo de nuevos productos, etc. Uno de los diseños experimentales más utilizado es el diseño factorial, este diseño tiene como objetivo estudiar el efecto de varios factores sobre una o varias respuestas, cuando se tiene el mismo interés sobre todos los factores. Con este diseño se puede determinar una combinación de niveles de los factores en la que el desempeño de determinado proceso sea mejor. Para mejorar la enseñanza y la comprensión de este tema se hizo uso de las tecnologías de la información (TICs). En el presente trabajo se describe como utilizar calculadoras virtuales en línea (applets) como apoyo en la resolución de problemas de aplicación del tema de Diseños factoriales en la asignatura de Diseño de Experimentos que se imparte en la licenciatura de Ingeniería en Alimentos de la FES-Cuautitlán, este subprograma en línea ilustra muchas características de un análisis de varianza de dos factores. Se observó que, con la ayuda de las nuevas tecnologías, se facilitó la enseñanza de este tema. Con la finalidad de que los alumnos tengan una idea más clara y concisa de los conceptos antes mencionados y base sus respuestas en las interpretaciones de los resultados obtenidos y no se pierda tiempo en la realización de las operaciones aritméticas.

Palabras clave: diseño, factorial, ambientes, virtuales, calculadora.

¹ * Autor para la correspondencia. E-mail ¹ mnazarethp@gmail.com, tel. 5556231886

48 1. Introducción

49

50 El diseño estadístico de experimentos es precisamente la forma más eficaz de hacer
51 pruebas. El diseño de experimentos consiste en determinar cuáles pruebas se deben
52 realizar y de qué manera, para obtener datos que, al ser analizados estadísticamente,
53 proporcionen evidencias objetivas que permitan responder las interrogantes
54 planteadas, y de esa manera clarificar los aspectos inciertos de un proceso, resolver
55 un problema o lograr mejoras. La importancia de los métodos estadísticos es lograr
56 que el proceso de generar conocimiento y aprendizaje sea lo más eficiente posible.
57 Uno de los diseños estadísticos más importantes es el diseño factorial, el cual tiene
58 por objetivo estudiar el efecto de varios factores sobre una o varias respuestas, cuando
59 se tiene el mismo interés sobre todos los factores. Uno de los puntos más importantes
60 que en ocasiones tiene un diseño factorial es determinar una combinación de niveles
61 de los factores en la que el desempeño del proceso sea mejor. Los factores pueden
62 ser de tipo cualitativo (máquinas, tipos de material, operador, la presencia o ausencia
63 de una operación previa, etc.), o de tipo cuantitativo (temperatura, humedad, velocidad,
64 presión, etc.). Para estudiar la manera en que influye cada factor sobre la variable de
65 respuesta es necesario elegir al menos dos niveles de prueba para cada uno de ellos.
66 Con el diseño factorial completo se corren aleatoriamente todas las posibles
67 combinaciones que pueden formarse con los niveles de los factores a investigar.
68 (Gutiérrez, 2003).

69

70 Dentro de este contexto en el presente trabajo a los alumnos que cursaron la materia
71 de Diseño de Experimentos, se les planteó el uso de una calculadora virtual para el
72 tema de diseños factoriales, en específico para el tema de 2×2 .

73

74

75 2. Metodología o desarrollo

76

77 Los diseños factoriales producen experimentos más eficientes, pues cada observación
78 proporciona información sobre todos los factores, y es factible ver las respuestas de
79 un factor en diferentes niveles de otro factor en el mismo experimento. La respuesta a
80 cualquier factor observado en diferentes condiciones indica si los factores actúan en
81 las unidades experimentales de manera independiente. La interacción entre factores
82 ocurre cuando su actuación no es independiente. El caso más sencillo es el diseño
83 factorial 2×2 , el cual describiremos a continuación:

84

85 El diseño factorial es un diseño de los tratamientos que se caracteriza por utilizar como
86 tratamientos a todas las combinaciones posibles de las diferentes modalidades
87 (conocidas como niveles) de cada uno de dos o más variables (conocidas como
88 factores) que posiblemente afectan a la variable de respuesta X en un experimento.
89 Es decir, en un experimento en el que se interesa estudiar dos factores A y B con a
90 niveles y b niveles, respectivamente, se ensayaron todos las $a \cdot b$ posibles
91 combinaciones de niveles, como tratamientos. (Kuehl, 2000)

92
 93 El diseño factorial de los tratamientos se puede utilizar con cualquier diseño
 94 experimental de las unidades experimentales, por ejemplo, con el diseño
 95 completamente al azar, o con el diseño en bloques aleatorios, etc.
 96
 97 Se tienen $4r$ observaciones de la variable de respuesta X que se pueden arreglar de
 98 la siguiente manera:

100 **Tabla 1.1 Arreglo de los tratamientos diseño factorial 2×2**

		FACTOR B	
		b_1	b_2
FACTOR A	a_1	X_{111} X_{112} \vdots X_{11r}	X_{121} X_{122} \vdots X_{12r}
	a_2	X_{211} X_{212} \vdots X_{21r}	X_{221} X_{222} \vdots X_{22r}

102
 103 Según el diseño experimental utilizado, se calcula la tabla de ANOVA. Sin embargo, la
 104 suma de cuadrados de los tratamientos ($SCTR$) se acostumbra desglosar en tres
 105 sumas de cuadrados: SC_A asociada con el efecto principal del factor A , SC_B que se
 106 asocia con el efecto principal del factor B , y SC_{AxB} que se asocia con el efecto de la
 107 interacción de A y B . cada $S.C.$ tiene 1 *g.l.* en el caso de un experimento factorial 2×2 .
 108
 109 Veamos el siguiente ejemplo en el cual aplicaremos la calculadora virtual. En un
 110 experimento se utilizó un diseño factorial 2×2 en el cual se consideraron dos factores
 111 uno que fue el tipo de acero (acero 1010 y acero 1018) y el otro factor fue el
 112 recubrimiento (aluminio y sin recubrimiento). Para cada tratamiento se realizaron 6
 113 repeticiones con lo cual se fabricaron 24 probetas de acuerdo a la norma ASTM E8.
 114 En la tabla 1.2 se muestra como quedo el diseño para este trabajo y los resultados
 115 obtenidos para la prueba de tensión, en especial para el modulo de Young, las
 116 unidades para este experimento fueron Kfg/cm^2 :

117
 118
 119
 120
 121
 122

123
 124
 125
 126
 127
 128

Tabla 1.2. Resultados de la prueba de tensión.

		Recubrimiento	
		Aluminio	Sin Recubrimiento
Acero 1010	Tipo de Acero	659	550
		655	560
		640	570
		645	587
		667	589
		650	590
Acero 1018		1010	910
		1100	899
		1090	921
		1091	978
		1089	954
		1075	953

129
 130
 131
 132
 133
 134
 135
 136
 137
 138

En el siguiente sitio web se encuentra una de las tantas calculadoras virtuales que aparecen en sitios especializados en estadística:

<https://www.statskingdom.com/two-way-anova-calculator.html>

Usaremos esta ya que consideramos que es una de las que más información aportan en la solución del problema. La figura 1 nos muestra como aparece la calculadora virtual para el diseño factorial 2x2:

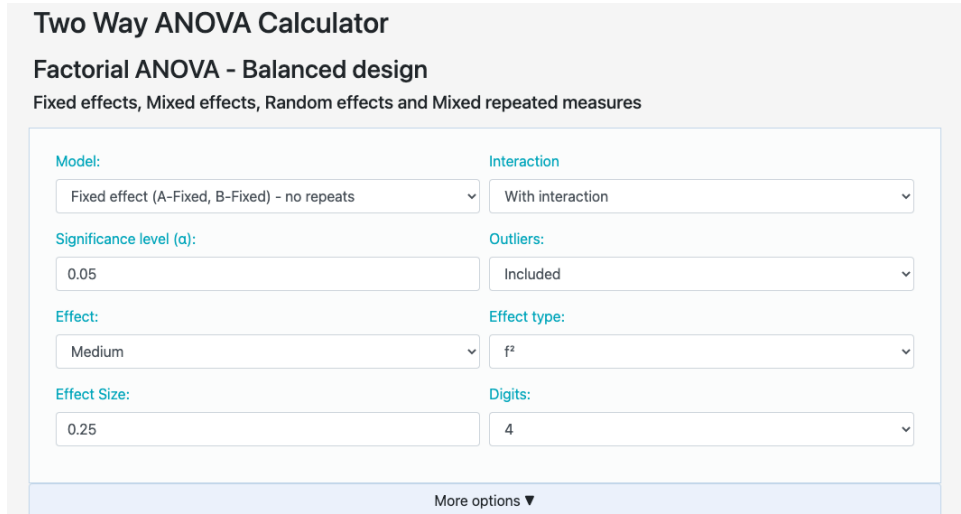


Figura 1. Calculadora virtual para un diseño factorial 2x2 de efectos fijos.

139
140
141
142
143
144
145
146
147

Para nuestro ejemplo seleccionaremos como factor A el acero 1010 y acero 1018, para el factor B, ingresaremos los datos de aluminio y sin recubrimiento, no es necesario capturar o ingresar el número de repeticiones, ya que éstas se ingresan de manera directa, no se especifican, los datos del ejemplo en la calculadora virtual quedan tal como se puede observar en la figura 2.

Replications are observations of the same combination of factors A and B.
Balanced two factor ANOVA with replication - enter **all the replications in one cell** separated by or (comma).
ANOVA without replication - enter **one value per cell**.
 The tool ignores empty cells or non-numeric cells.

Var A \ Var B	Aluminio	Sin recubrimiento
Acero 1010	659	587
	655	589
	640	590
Acero 1018	1091	978
	1089	954
	1075	923

Buttons: Calculate, Insert column, Delete column, Insert row, Delete row, Clear, Load example

Figura 2. Datos del ejemplo en calculadora virtual.

148
149
150
151
152
153
154
155
156

Otra de las ventajas de esta calculadora virtual, es que dentro del mismo sitio web están las hipótesis que se van a probar al realizar el análisis de varianza en el diseño factorial 2 x 2, así como, el procedimiento que se tiene para obtener las respectivas sumas de cuadrados, cuadrados medios y el valor de F de Fisher, con el cuál se determinará si se aceptan o se rechazan las hipótesis planteadas, es lo podemos ver en la figura 3.

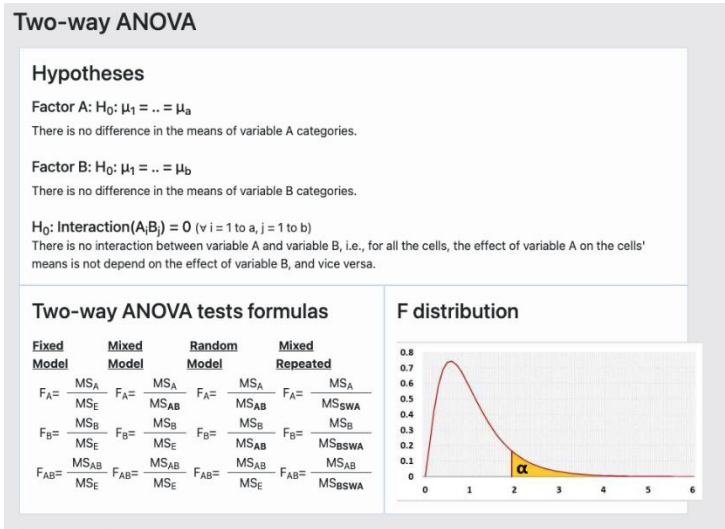


Figura 3. Hipótesis y tabla de ANOVA de un diseño factorial 2x2.

157
 158
 159
 160
 161
 162
 163
 164
 165

Una vez que se ingresaron los datos del diseño factorial 2x2 se presiona en botón *Calculate* e inmediatamente nos aparecerán los resultados de la tabla de análisis de varianza, así como también se nos proporciona la información de las hipótesis de porque fueron rechazadas, así como una breve descripción de los valores obtenidos. La figura 4 nos muestra los resultados de la tabla de análisis de varianza.

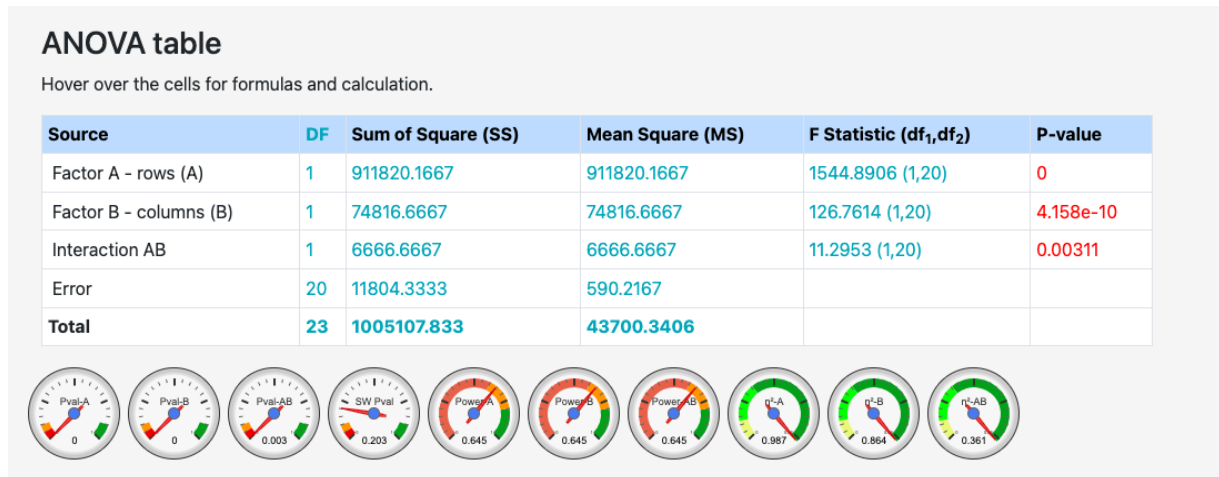


Figura 4. Tabla de ANOVA para los valores del ejemplo.

166
 167
 168
 169
 170
 171
 172
 173
 174
 175

En la figura 5 se nos proporciona información porque el efecto principal del Factor A, en este ejemplo se determinó como factor A el aluminio, en este caso la hipótesis nula es rechazada ya que el valor p es menor que $\alpha = 0.05$, también se nos indica que la magnitud de la diferencia entre los promedios es grande. Este análisis, también lo realiza para el factor B y para la interacción de factores.

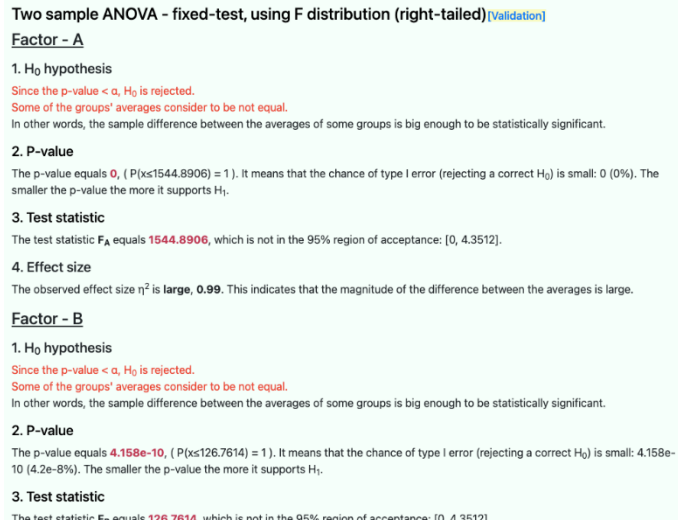


Figura 5. Interpretación de los resultados obtenidos.

176
177

178

179

180

181

182

183

184

185

186

187

188

189

190

191

192

193

194

195

196

197

198

199

200

201

202

203

204

205

206

Esta calculadora nos presenta también las gráficas para verificar los supuestos de normalidad, igualdad de varianzas e independencia de los datos, con la finalidad de que el diseño tenga validez. Se obtienen los intervalos de confianza para cada uno de los noveles de factor y las respectivas gráficas de caja.

Consideramos que el aprendizaje de los estudiantes de los conceptos, procesos, operaciones y procedimientos del diseño factorial 2x2 avanza cuando las calculadoras virtuales se utilizan con un propósito pedagógico que va más allá del ejercicio y la práctica o la verificación del trabajo. El uso de la calculadora debe implementarse estratégicamente de manera que apoye el desarrollo de habilidades para resolver problemas. Cuando se usan de manera efectiva para apoyar la resolución de problemas, las calculadoras permiten a los estudiantes involucrarse con problemas cognitivamente ricos que abordan la exploración de patrones y relaciones (Reys & Arbaugh, 2001).

3. Conclusiones

Dado que la tecnología ha avanzado tanto, los estudiantes ya no necesitan llevar una calculadora pesada u obsoleta. Pueden acceder fácilmente a las calculadoras virtuales en línea cuando y donde sea necesario. Además, pueden descargar e instalar aplicaciones de calculadora en sus dispositivos para facilitar el acceso. (Ellington, 2003)

El beneficio principal que ofrece una calculadora virtual para el tema de diseños factoriales es que los estudiantes pueden usarla en cualquier lugar que deseen, siempre y cuando tengan acceso a internet. Además, es muy fácil de usar. Todo lo que necesita hacer es ingresar el número en la secuencia correcta y la calculadora le dará la respuesta exacta. Las calculadoras en línea están a solo un clic de distancia.

207

208 Las calculadoras matemáticas virtuales del tema de diseños factoriales realizan
209 cálculos tediosos de manera conveniente y precisa, además brindan una respuesta
210 precisa. Esto facilita que los estudiantes dominen sus conceptos y sentidos
211 matemáticos fundamentales. En lugar de perder el tiempo calculando físicamente, los
212 estudiantes pueden desviar su enfoque para comprender la aplicación del tema en el
213 mundo real. Cuando los estudiantes invierten su atención en aprender los conceptos,
214 desarrollan habilidades lógicas, de resolución de problemas, de razonamiento y de
215 estimación práctica. Si se usan de manera inteligente, las calculadoras virtuales
216 pueden resultar una herramienta vital para motivar a los estudiantes a enfocarse en
217 los conceptos básicos de las matemáticas, en este caso de los diseños factoriales y
218 enfocarse a la interpretación de los resultados obtenidos en la tabla de análisis de
219 varianza.

220

221

222 **Agradecimientos**

223

224 Trabajo realizado con el apoyo del programa UNAM-DGAPA-PAPIME PE101623.

225

226 **4. Índice de referencias**

227

228

229

230

231

232

233

234

235

236

237

238

239

240

- Anderson. D. R., (2011). Statistics for Business and Economics, México: South-Western College Pub.
- Devore, J. (2011). Probability and Statistics for Engineering and the Sciences. México: CENGAGE Learning, 8 edition
- Ellington, A. J. (2003). A meta-analysis of the effects of calculators on students' achievement and attitude levels in precollege mathematics classes. Journal for Research in Mathematics Education, 34, 433–463.
- Kuel, R. (2000). Diseño de Experimentos. México. Thomson Learning
- Gutierrez, H. (2008). Análisis y diseño de experimentos. México. McGrawHill.
- Reys, B. J., & Arbaugh, F. (2001). Clearing up the confusion over calculator use in grades K–5. Teaching Children Mathematics, 8, 90–94.

CURSO PROPEDÉUTICO PARA ALUMNOS DE INGENIERÍA CIVIL CON CAS ABIERTO

Eduardo López Sánchez^{*1}, Héctor Franco Salazar², Hilario Cid José³
¹²³Instituto Tecnológico de Tehuacán. Libramiento Tecnológico S/N.

EN-POSM014

Resumen

Se presenta un modelo de curso propedéutico implementado a los alumnos de nuevo ingreso de la carrera de ingeniería civil reforzando áreas de la matemática que se estudian en bachillerato y que servirán de apuntalamiento para la comprensión significativa de la matemática que se estudia en una ingeniería acompañado del uso de un software CAS (Computer Algebra System) de fácil aprendizaje, abierto y gratuito disponible en la red para mejor entendimiento de los procesos matemáticos que se desarrollan en el álgebra, trigonometría e introducción al cálculo diferencial. Este curso ha servido para que los alumnos comprendan las asignaturas que involucran las áreas de matemáticas, como cálculo diferencial, cálculo integral, cálculo vectorial, álgebra lineal y ecuaciones diferenciales, que son formativas para los ingenieros civiles, con un enfoque aplicativo.

Palabras clave: Álgebra, Trigonometría, CAS, Cálculo

1. Introducción

Las dos áreas principales de la matemática que se abordan en los cursos de bachillerato, y que son fundamentales para la comprensión de nuevos temas matemáticos abordados en la formación de ingenieros civiles, son el álgebra y la trigonometría, cuya comprensión inicial tiende a ser confusa y poco aplicada debido al enfoque que tradicionalmente se da en los cursos preuniversitarios.

El álgebra es en sí, un nuevo lenguaje que el joven debe comprender y expresar, si logra entender sus reglas básicas, establecidas en las propiedades de los números reales, y aplicarlas en el desarrollo de temas como reducción de términos semejantes, eliminación de signos de agrupación, simplificación de expresiones algebraicas, factorización, resolución de ecuaciones de primer grado, segundo grado y sistemas de ecuaciones lineales.

La trigonometría es una expansión algebraica del estudio de las relaciones de los elementos de un triángulo rectángulo y su aplicación a la solución de problemas geométricos prácticos, con un lenguaje especial enfocado hacia las expresiones trigonométricas fundamentales: seno, coseno, tangente y sus funciones recíprocas:

* Autor para la correspondencia. E-mail: edulpzsan@gmail.com Tel. 238-1092-807

41 cotangente, secante y cosecante. Esto conlleva a un estudio detallado del
42 comportamiento de los elementos del triángulo (catetos, hipotenusa y ángulos) para
43 establecer expresiones generando reglas para la solución de triángulos no rectángulos
44 (ley de senos y ley de cosenos), desarrolladas a partir del teorema de Pitágoras y las
45 relaciones de las variables involucradas. (Stewart, 2022)

46

47 En ingeniería civil, la trigonometría tiene una amplia aplicación en asignaturas como
48 Topografía, Estática, Dinámica, etc. La Estática, por ejemplo, es básica para la
49 comprensión de los temas que se abordan en las asignaturas de formación del área
50 de las Estructuras: Mecánica de Materiales, Análisis Estructural, Diseño Estructural,
51 Edificaciones Sismo-resistentes. Y a su vez, la Estática requiere de temas
52 matemáticos que se analizan en Cálculo Vectorial, por ejemplo, que hace uso continuo
53 de la Trigonometría, del Álgebra y del Cálculo Diferencial.

54

55 La academia de ingeniería civil del Departamento de Ciencias de la Tierra del Instituto
56 Tecnológico de Tehuacán, preocupada por el alto índice de reprobación que se
57 presentaba en el estudio de las materias de Ciencias Básicas, implementó un curso
58 propedéutico y de reforzamiento semestral que, secundado de la acción tutorial,
59 involucró a los alumnos de nuevo ingreso y a los docentes, para apuntalar temas
60 específicos de Álgebra y Trigonometría, acompañados del uso del software Maxima
61 para lograr una mejor asimilación de dichos temas. Mediante esta aplicación, cuya
62 curva de aprendizaje es muy suave, se logra comparar la resolución de un ejercicio
63 algebraico con la solución encontrada con las instrucciones y comandos que operan
64 dentro del software, permitiendo al alumno a interactuar y a desarrollar sencillas rutinas
65 para resolver problemas algebraicos y trigonométricos.

66

67 **2. Metodología o desarrollo**

68

69 **2.1 Planteamiento del problema**

70

71 Los índices de reprobación en las asignaturas de formación básica matemática
72 impartidas en el plan de estudio de la carrera de ingeniería civil del sistema de
73 tecnológicos del Tecnológico Nacional de México, específicamente en la sede de
74 Tehuacán, preocuparon a los docentes de la academia de ingeniería civil del
75 departamento de Ciencias de la Tierra, quienes se dieron a la tarea de proponer un
76 curso que ofreciera al alumno la oportunidad de comprender ciertos temas difíciles de
77 las asignaturas que se estudian, sobresaliendo la importancia de reforzar dos áreas
78 fundamentales: Álgebra y Trigonometría para apoyar en el aprendizaje de las
79 asignaturas que, a través del Departamento de Ciencias Básicas, se imparten, como
80 Cálculo Diferencial, Cálculo Integral, Cálculo Vectorial, Álgebra Lineal, Ecuaciones
81 Diferenciales y Métodos Numéricos.

82

83 La carrera de ingeniería civil, a partir del año 2014, ha crecido fuertemente en su
84 matrícula siendo la carrera que más alumnos aporta actualmente a la institución,
85 aproximadamente un 20% de todos los alumnos atendidos; sin embargo, su eficiencia

86 terminal, antes de 2016, se ubicaba muy por debajo de la media nacional, debido a la
87 deserción que se presentaba en los primeros semestres cuando los alumnos
88 reprobaban las materias de formación básica matemática. A partir de la
89 implementación del curso propedéutico y remedial, se ha logrado reducir el índice de
90 deserción por reprobación, logrando cambios de 65% a 48% y aumentando el índice
91 de eficiencia terminal de 28% a 45%.

92

93 **2.2 Estrategia del curso**

94

95 En el año 2016, por acuerdo de academia se decide implementar el curso propedéutico
96 para impartirse en una semana con una duración de 20 horas. Este curso, inicialmente
97 se considera como un curso diagnóstico para detectar las fallas que traen los alumnos
98 de nuevo ingreso en los conceptos tradicionalmente estudiados en Álgebra y
99 Trigonometría. Después de un examen de conocimientos al término de este curso, se
100 establece un horario de 5 horas a la semana durante el primer semestre para que,
101 aquellos alumnos que no hayan aprobado el examen, se incorporen a las clases del
102 curso remedial para abordar con mayor tiempo los temas mediante explicaciones y
103 ejercicios resueltos en el aula, y enfocados con otra perspectiva con el apoyo del
104 software CAS, en este caso, Maxima. Existen otros programas, la mayoría
105 comerciales, que operan el lenguaje algebraico de forma exitosa, pero con un costo
106 considerable como para que sean adquiridos por el alumno, el docente o la institución.
107 Debido a su fácil accesibilidad al ser un software abierto y de costo cero, se opta por
108 Maxima. (Mira, 2016)

109

110 **2.2.1 Enfoque Algebraico**

111

112 El Álgebra es una rama de la matemática que calcula números con variables (literales)
113 mediante expresiones, en donde se presentan signos de operación (suma, resta,
114 producto y división) acompañados de signos de agrupación (paréntesis, corchetes,
115 llaves) respetando siempre las propiedades de los números reales, Tabla 1.

116

117

Tabla 1. Propiedades de los números reales.

PROPIEDADES DE LA ADICIÓN	EXPRESIÓN	PROPIEDADES DEL PRODUCTO	EXPRESIÓN
1. Cerradura	$c = a + b$	6. Cerradura	$c = a \cdot b$
2. Asociativa	$(a + b) + c = a + (b + c)$	7. Asociativa	$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$
3. Conmutativa	$a + b = b + a$	8. Conmutativa	$a \cdot b = b \cdot a$
4. Neutro aditivo	$a + 0 = a$	9. Neutro multiplicativo	$a \cdot 1 = a$
5. Inverso aditivo	$a + (-a) = 0$	10. Inverso multiplicativo	$a \cdot \left(\frac{1}{a}\right) = 1$
11. Distributiva			
$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$			

118

119 Las propiedades 1 y 6 establecen a las dos operaciones fundamentales: la suma y el
 120 producto. Las propiedades 2, 3, 7, 8 y 11 se utilizan para comprender la jerarquía
 121 operatoria en las expresiones aritméticas y para comprender las operaciones
 122 algebraicas para simplificar expresiones al extenderlas, o para reducirlas mediante
 123 factorización. Las propiedades 4 y 9 establecen la existencia de dos números
 124 fundamentales: el cero (0) y el uno (1). Y las propiedades 5 y 10 establecen la
 125 existencia de la operación resta y la operación división. (López, 2020)

126 La tabla 2 muestra las relaciones importantes entre los productos notables y su
 127 factorización.

128 El uso de Maxima para resolver los ejercicios tradicionales de Álgebra, para
 129 comprender la reducción de términos semejantes, eliminación de signos de
 130 agrupación, desarrollo de productos notables y factorización se reduce a tres
 131 comandos: `expand()`, `factor()` y `fullratsimp()`, como se observa en la última columna de
 132 la tabla 2.

133

Tabla 2. Relaciones entre productos notables y la factorización (López, 2020)

PRODUCTO NOTABLE		FACTORIZACION		COMANDOS MAXIMA
Multiplicación de un monomio por un polinomio	$a(b + c)$	$ab + ac$	Factor común monomio	$expand()$ $factor()$ $fullratsimp()$
Multiplicación de dos polinomios	$(a + b)(c + d)$	$ac + ad + bc + bd$	Factor común por agrupación	
Producto de la suma por la diferencia de dos cantidades iguales (binomio conjugado)	$(a + b)(a - b)$	$a^2 - b^2$	Diferencia de cuadrados perfectos	
Producto de la forma $(a + b)(a^2 - ab + b^2)$	$(a + b)(a^2 - ab + b^2)$	$a^3 + b^3$	Suma o diferencia de cubos perfectos	
Producto de la forma $(a - b)(a^2 + ab + b^2)$	$(a - b)(a^2 + ab + b^2)$	$a^3 - b^3$		
Cuadrado de la suma de dos números	$(a + b)^2$	$a^2 + 2ab + b^2$	Trinomio cuadrado perfecto	
Cuadrado de la diferencia de dos números	$(a - b)^2$	$a^2 - 2ab + b^2$		
Producto de binomios de la forma $(x + a)(x + b)$	$(x + a)(x + b)$	$x^2 + (a + b)x + ab$	Trinomio de la forma $x^2 + bx + c$	
Producto de binomios de la forma $(mx + a)(nx + b)$	$(mx + a)(nx + b)$	$mnx^2 + (bm + an)x + ab$	Trinomio de la forma $ax^2 + bx + c$	
Cubo de la suma de dos números	$(a + b)^3$	$a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$	Cubo perfecto tetranomios	
Cubo de la diferencia de dos números	$(a - b)^3$	$a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$		
Binomio de Newton	$(a \pm b)^n$	$\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} (-1)^k a^{n-k} b^k$ $\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}; (-1)^k \text{ solo para la diferencia.}$	Desarrollo del binomio de Newton	
Cuadrado de un trinomio	$(a + b - c)^2$ $= a^2 + b^2 + c^2 + 2ab - 2ac - 2bc$	$a^n - b^n$ $= (a - b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 + \dots + b^{n-1})$ $a^n + b^n$ $= (a + b)(a^{n-1} - a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 - \dots + b^{n-1})$	Suma o diferencia de potencias iguales (*)	
(*) Cuando los exponentes son múltiplos de dos, lo correcto es factorizar la diferencia de potencias iguales como una diferencia de cuadrados. Si los exponentes son múltiplos de tres (3), entonces se factoriza como la diferencia de cubos perfectos. La suma de potencias de exponente par no es factorizable, excepto si se puede reducir a suma de cubos. Tabla elaborada con el permiso de la L.M. Ruth H. Carreón Flores				

134

135

136

137

138

139

140

141

142

143

Una ventaja de operar expresiones algebraicas con Maxima es la capacidad de desarrollar nuevas expresiones algebraicas a partir de variables usadas para almacenar las expresiones. Estos ejercicios se planteaban en el aula, se desarrollaban en el pizarrón y se comprobaban las operaciones aplicando Maxima. Para el estudio de los productos notables, el comando $expand()$ permite el desarrollo de los mismos.

La solución de ecuaciones algebraicas de primer grado, de segundo grado y hasta de tercer grado, con valores reales, se obtiene usando el comando $solve()$. El uso del

144 teorema de la compensación para llegar a la solución de una ecuación de primer grado,
 145 es fundamental para comprender las operaciones en las ecuaciones.

146

147 Para la solución de ecuaciones de segundo grado con una incógnita (Ecuación 1),
 148 directamente se aplica solve(); con ello se puede verificar la fórmula general para la
 149 solución (Ecuación 2) de la ecuación cuadrática, misma que tradicionalmente se
 150 obtiene con la técnica de complementación de cuadrados. (López, 2019) Algunos
 151 ejemplos se observan en la figura 1.

152

153

Ecuación 1: $Ax^2 + Bx + C = 0$

154

Ecuación 2: $x_{1,2} = \frac{-B \pm \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A}$

(%i1) solve(A·x^2+B·x+C=0,x);

(%o1) $\left[x = -\frac{\sqrt{B^2 - 4AC} + B}{2A}, x = \frac{\sqrt{B^2 - 4AC} - B}{2A} \right]$

(%i2) solve(4·x^2-2·x-5=0,x);

(%o2) $\left[x = -\frac{\sqrt{21}-1}{4}, x = \frac{\sqrt{21}+1}{4} \right]$

(%i4) kill(all);

(%o0) done

(%i3) solve(3·t^3·s^2+5·t·s-7·t=0,s);

(%o3) $\left[s = -\frac{\sqrt{84t^2+25}+5}{6t^2}, s = \frac{\sqrt{84t^2+25}-5}{6t^2} \right]$

155

156

157

158 Para una ecuación de tercer grado de la forma

159

Ecuación 3: $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$

160

161 el comando solve() directamente llega a la solución; esto se puede comparar con el
 162 algoritmo de Tartaglia-Cardano para verificar las soluciones, como se observa en la
 163 figura 2. (López, 2020)

Figura 1. Solución de ecuaciones de segundo grado.

$$\begin{array}{l}
 \text{TC}(a, b, c) := \left\{ \begin{array}{l}
 p \leftarrow b - \frac{a^2}{3} \\
 q \leftarrow \frac{1}{27} \cdot (2 \cdot a^3 - 9 \cdot a \cdot b + 27 \cdot c) \\
 \text{for } k \in 0..2 \\
 \left\{ \begin{array}{l}
 y_k \leftarrow 2 \sqrt{\frac{-p}{3}} \cdot \cos\left(\frac{1}{3} \cdot \arccos\left(\frac{-q}{2} \cdot \sqrt{\frac{27}{-p^3}}\right) + \frac{2 \cdot k \cdot \pi}{3}\right) \\
 x_k \leftarrow y_k - \frac{a}{3}
 \end{array} \right. \\
 x
 \end{array} \right.
 \end{array}$$

164
 165
 166
 167
 168
 169

Figura 2. Algoritmo de Tartaglia-Cardano para solucionar ecuaciones de tercer grado.

Para este caso, se implementa un pequeño programa en Maxima para solucionar la ecuación de tercer grado con el algoritmo TC (Tartaglia-Cardano) y verificar el resultado, como se observa en la figura 3. (Ramírez, 2008)

```

→ kill(all)$
TC(a,b,c):=block(
  [p,q,x,y],
  p:b-a^2/3,
  q:1/27*(2*a^3-9*a*b+27*c),
  x:[],
  y:[],
  for k:1 thru 3 do
  (
    y:endcons(2*sqrt(-p/3)*cos(1/3*acos(-q/2*sqrt(27/-p^3))+2*(k-1)*%pi/3),y),
    x:endcons(y[k]-a/3,x)
  ),
  return (float(x))
)$

```

Para la ecuación $8x^3 - 18x^2 - 95x - 75 = 0$, puede usarse directamente solve() o el programa TC() recién creado con los coeficientes correctos en forma de cociente.

```

(%i1) 8*x^3-18*x^2-95*x-75=0;
(%o1) 8 x^3 - 18 x^2 - 95 x - 75 = 0

→ solve(8*x^3-18*x^2-95*x-75=0,x),float;
TC(-18/8,-95/8,-75/8);
(%o30) [x = -1.25, x = 5, x = -1.5]
(%o31) [5.000000000000001, -1.500000000000002, -1.249999999999999]

```

170
 171
 172

Figura 3. Programa TC para solucionar ecuaciones de tercer grado.

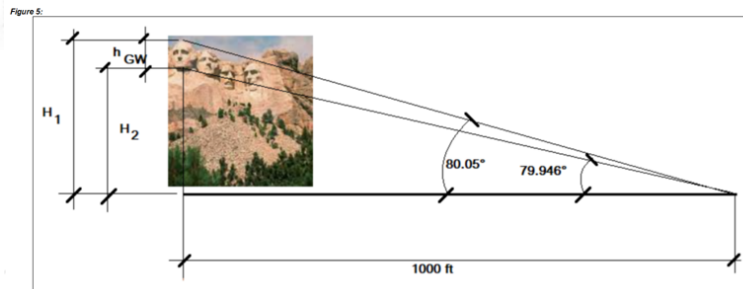
173 En el caso de sistemas de ecuaciones lineales de dos o tres incógnitas, el comando
 174 solve() y agrupando a las ecuaciones lineales en una lista, permite hallar fácilmente
 175 las incógnitas. Cuando el sistema crece en ecuaciones e incógnitas, se recomienda
 176 revisar algunos temas introductorios de Álgebra Lineal para aplicar determinantes
 177 (Regla de Cramer) o usar matrices y operaciones con ellas, o bien, técnicas numéricas
 178 para resolver grandes sistemas de ecuaciones simultáneas lineales, como el método
 179 LU. (O’Neil P, 2015).

180
 181 **2.2.1 Enfoque Trigonométrico**

182
 183 Para el repaso de Trigonometría, comentaremos brevemente como se plantearon
 184 algunos problemas prácticos que requieren la resolución de triángulos rectángulos y
 185 triángulos oblicuángulos; en el aula se solucionaron ecuaciones trigonométricas y se
 186 verificaron identidades trigonométricas, acompañando de las respuestas encontradas
 187 en Maxima. Se muestra en la figura 4 un problema práctico y su solución mediante un
 188 empaquetado de instrucciones en una celda con Maxima.

189

Desde un mirador a 1 000 pies de la base del monte Rushmore, el ángulo de elevación a la coronilla de la cabeza esculpida de George Washington mide 80.05°, mientras que el ángulo de elevación hasta la punta del mentón es de 79.946°. Calcule la altura de la cabeza de George Washington.



```

→ Lmirador:1000$
print("Altura del mirador: ",Lmirador," ft")$
Angcoronilla:80.05$
print("Ángulo de elevación de la coronilla de GW: ",Angcoronilla,"°")$
Angmenton:79.946$
print("Ángulo de elevación del mentón de GW: ",Angmenton,"°")$
H1:Lmirador*tan(Angcoronilla-%pi/180)$
H2:Lmirador*tan(Angmenton-%pi/180)$
hGW:H1-H2$
print("Altura de la cabeza de George Washington: ",float(hGW)," ft")$
Altura del mirador: 1000 ft
Ángulo de elevación de la coronilla de GW: 80.05 °
Ángulo de elevación del mentón de GW: 79.946 °
Altura de la cabeza de George Washington: 60.17414585891584 ft
    
```

190
 191

Figura 4. Solución trigonométrica de un problema práctico

192

193 **3. Resultados y análisis**

194

195 Se han implementado técnicas de comunicación interactiva que permite el software, el
 196 empaquetado de instrucciones en una celda para obtener resultados con salidas
 197 diseñadas por el usuario (print()) y programas basados en algoritmos desarrollados en
 198 pseudo programación; esto ha permitido al alumno que participa en estos cursos a un
 199 nuevo aprendizaje significativo que se ha demostrado con los resultados logrados en

200 la eficiencia terminal. Ha sido un trabajo intenso de los docentes que hemos
201 participado en este proyecto, pero los frutos alcanzados recompensan nuestro
202 quehacer educativo.

203

204 **4. Conclusiones**

205

206 Lograr un mejoramiento sustancial en los índices de eficiencia terminal al reducir los
207 índices de deserción por reprobación de las asignaturas iniciales de la formación
208 matemática básica, es un indicador del éxito de este curso propedéutico y remedial
209 implementado en la carrera de ingeniería civil del Instituto Tecnológico de Tehuacán
210 por parte de los docentes de la academia.

211

212 Es importante señalar que se han logrado abordar temas introductorios de Cálculo
213 Diferencial, Cálculo Integral, así como de Álgebra Lineal y Ecuaciones Diferenciales
214 Ordinarias mediante el uso de técnicas de Métodos Numéricos enfocados a solucionar
215 problemas específicos de ingeniería civil en la impartición del curso propedéutico
216 cuando el avance del mismo es satisfactorio repercutiendo en el beneficio de los
217 alumnos al interesarse en temas más profundos enfocados hacia el área de
218 Estructuras.

219

220 **Agradecimientos**

221

222 El primer autor agradece el apoyo del Departamento de Ciencias de la Tierra de la
223 carrera de Ingeniería Civil del Instituto Tecnológico de Tehuacán por el préstamo de la
224 información estadística del curso propedéutico y remedial.

225

226 **5. Índice de referencias**

227

228 • López, E. (2019). Programación Python para ingenieros civiles. Mauricio:
229 Editorial Académica Española

230 • López, E. (2020). La Matemática del Ingeniero Civil. Apuntes para el curso
231 propedéutico. México: Instituto Tecnológico de Tehuacán.

232 • Mira, J. M. (2016). Elementos para docencia con Maxima. España: Universidad
233 de Murcia. [En línea]. Obtenido en agosto de 2020 de la dirección:
234 <https://webs.um.es/mira/maxima.php>

235 • O'Neil, P. (2015). Matemáticas Avanzadas para Ingeniería. México: Cengage
236 Learning Editores.

237 • Ramírez, J (2008). Cálculo Numérico con Maxima. España: Universidad de
238 Cadiz.

239 • Stewart, I. (2022). 17 ecuaciones que cambiaron el mundo. México: Ediciones
240 Culturales Paidós.

241 • Villate, Jaime (2022). Proyecto Maxima. EEUU: Sourceforge. [En línea].
242 Obtenido en febrero de 2023 de la dirección:

243 <https://maxima.sourceforge.io/es/project.html>

ROBÓTICA: UNA MOTIVACIÓN PARA EL APRENDIZAJE

Anakaren Vega Rodríguez^{1, *}, Manuel Odilón Gómez Castillo² y Rebeca Angeles López

¹ *Colegio de Ciencias y Humanidades Plantel Vallejo*

AP-POSM016

Resumen

La Universidad y el Colegio de Ciencias y Humanidades se ha preocupado por desarrollar el interés de los jóvenes por la investigación y el estudio de algunas disciplinas que tienen mucho potencial de acuerdo al desarrollo actual de las tecnologías y a las necesidades del mercado laboral. De lo anterior el grupo de trabajo Hipatia de Alejandría ha trabajado en un conjunto de acciones curriculares y actividades de apoyo no curriculares que contribuyan a la formación integral de los jóvenes.

En el ciclo escolar 2022-2023 se realizará un trabajo conjunto entre profesores con una gran trayectoria y experiencia, teniendo en cuenta que cada uno de ellos tiene especialidades en distintas ramas del saber (matemáticas, cómputo, electrónica, mecatrónica, física, etcétera) con la finalidad de integrar el Club de Robótica; siendo este el espacio idóneo para contribuir a la formación integral de los alumnos aplicando los conocimientos adquiridos en su formación académica promoviendo valores, actitudes y trabajo en equipo para la solución de problemas.

El Club de Robótica ha trabajado una serie de módulos con diferentes temáticas acompañadas de pequeños proyectos y prácticas que van de lo simple a lo complejo, logrando generar motivos para el aprendizaje de la Robótica.

Palabras clave: robótica, motivación, aprendizaje, actividades, proyectos.

1. Introducción

El Club de Robótica e Informática (CReI) del plantel Vallejo tiene el objetivo de trabajar y promover en los alumnos el estudio de las ciencias y las ingenierías a través del desarrollo de diversas actividades lúdicas y el desarrollo de prototipos robóticos, los cuales pueden ser físicos o virtuales, es así como el trabajo desarrollado en el CReI Vallejo se apoya de diversas asignaturas del plan de estudios, como son Matemáticas, Cibernética y Computación, Taller de Cómputo, entre otras.

El CReI Vallejo trabaja de forma extracurricular en búsqueda de difundir el estudio de la robótica, por lo cual se convoca a los alumnos los martes y jueves de 13:00 a 15:00 horas a tomar cursos especiales y a desarrollar pequeños proyectos, los cuales le permitan complementar y apoyar los aprendizajes desarrollados en diversas asignaturas del plan de estudios.

¹ *Anakaren Vega Rodríguez. E-mail: anakaren.vegach.unam.mx Tel. 5543946340

45 El objetivo es desarrollar actividades, trabajos y proyectos que despierten en el
46 estudiante el gusto por el aprendizaje, la curiosidad, la innovación y la creatividad para
47 así potenciar su aprendizaje, también se busca generar valores que le permitan aplicar
48 todo lo aprendido en beneficio de la comunidad, ayudando así en la construcción de
49 una ciudadanía.

50

51 Estas actividades se concentran en el diseño e implementación de una serie de
52 módulos con los siguientes contenidos temáticos:

53

- 54 • Introducción a la Robótica
- 55 • El mundo de Karel
- 56 • Electrónica
- 57 • Programación con Arduino
- 58 • Impresión en 3D
- 59 • Programación en C

60

61 En el presente trabajo se pretende mostrar el módulo de Introducción a la Robótica
62 que tiene el principal objetivo de lograr que los alumnos se sientan motivados e
63 identificados para pertenecer al club con actividades que van de lo simple a lo
64 complejo.

65

66 **2. Metodología o desarrollo**

67

68 Después de la pandemia causada por la COVID-19 consideramos que sería muy
69 complicado interesar a los alumnos por el club de Robótica, sin embargo, con agrado
70 podemos decir que hemos recibido un grupo numeroso de alumnos y eso ha
71 impactado en nuestra enseñanza con la necesidad de replantear nuevas estrategias y
72 dinámicas.

73

74 De forma general se planearon una serie de diez sesiones por cada curso (Figura 1)
75 que permitan alcanzar aprendizajes específicos que faciliten el tránsito de la robótica
76 hasta la conclusión del diseño y programación de su propio robot.

77

78

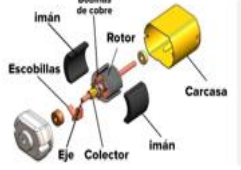
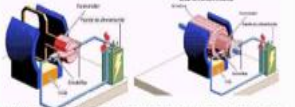



8	<ul style="list-style-type: none"> • Funcionamiento básico de un motor 	<p>Se explican las cuestiones teóricas y las características principales de un motor DC, así como su funcionamiento.</p>  <p>Principio de Funcionamiento</p>  <p>El principio de funcionamiento de los motores eléctricos de corriente directa o continua se basa en la repulsión que ejercen los polos magnéticos de un imán permanente cuando, de acuerdo con la Ley de Lorentz, interactúan con los polos magnéticos de un electroimán</p>	 <p>Práctica Aeroplano</p> <p>Posteriormente se organizan por equipos de 4 personas y se entrega la práctica correspondiente, se inicia sólo con la construcción del aeroplano usando abatelenguas, cartón, y pegamento.</p> <p>El diseño es libre y los alumnos podrán expresar su creatividad</p>
9	<ul style="list-style-type: none"> • Construcción de un aeroplano 	<p>Se presenta un video del Aeroplano para que los alumnos despierten su creatividad e identifiquen el objetivo de la práctica.</p>	<p>10</p> <ul style="list-style-type: none"> • Construcción de un aeroplano <p>En esta sesión continuaremos con la práctica del aeroplano y en esta sesión se realizará la conexión correspondiente para que los alumnos puedan montarlo en su aeroplano.</p> <ol style="list-style-type: none"> Soldar el interruptor al motor DC. Soldar un cable al interruptor. Colocar el cable que queda libre del motor al polo positivo de la pila y soldar. Conectar el cable que va hacia el interruptor al polo negativo de la pila y soldar. <ol style="list-style-type: none"> Pegar la pila en medio de los dos abatelenguas. Pegar el interruptor en el abatelenguas, arriba de la pila.    <p>Click en la Foto para Ver Video</p>

Figura 1. Diseño de sesiones

79
80
81
82
83
84
85
86
87
88
89
90
91
92
93
94
95
96
97
98
99
100
101
102
103
104

2.1 Introducción a la Robótica

El curso de Introducción a la Robótica tiene el propósito de facilitar la apropiación de conceptos y procedimientos básicos por medio de la exploración de actividades lúdicas que le permitan al alumno crear un fundamento sólido y generar motivos por el aprendizaje de la Robótica.

El aprendizaje de la robótica es necesario para introducir a los alumnos en la comprensión de las interacciones entre el mundo físico y el virtual, al comprender sus lenguajes y su lógica en la resolución de problemas, los alumnos se preparan para entender y cambiar el mundo. La integración de este campo de conocimiento permite a los estudiantes desarrollar habilidades fundamentales para solucionar diversas problemáticas sociales, crear oportunidades y prepararse para su integración en el mundo del trabajo.

El curso se organizó en la plataforma Teams como medio de comunicación con los alumnos, así como tener un espacio para compartir materiales de lectura, enlaces y asignación de actividades.

Los contenidos temáticos que se desarrollaron en este curso son los siguientes:

105

106

- Historia de la Robótica

107

- Robots en nuestro entorno

108

- ¿Qué es un robot y qué no lo es?

109

- Clasificación de Robots

110

- Construcción de una mano robótica

111

- Issac Asimov

112

- Leyes de la Robótica

113

- Aplicación de las leyes de la robótica

114

- Robots en el entorno

115

- Funcionamiento básico de un motor

116

- Funcionamiento básico de una pila

117

- Construcción de un aeroplano

118

119

120 2.1.1 Proyectos

121

122 Dentro de las temáticas trabajadas mostraremos algunas actividades lúdicas y
123 proyectos que se generaron en el primer módulo.

124

125

- Competencia en Kahoot “Fundamentos de la Robótica”

126

- Construcción de una mano robótica

127

- Participación en puzzle

128

- Construcción de un aeroplano

129

130

131 Competencia en Kahoot

132

133 Está actividad (Figura 2), permite que los alumnos entren en una dinámica de
134 competencia para reforzar los fundamentos de la robótica con una serie de preguntas
135 que invita al alumno a vincular la teoría con los avances tecnológicos a su alrededor y
136 que han sido fruto del estudio de la robótica.

137

138

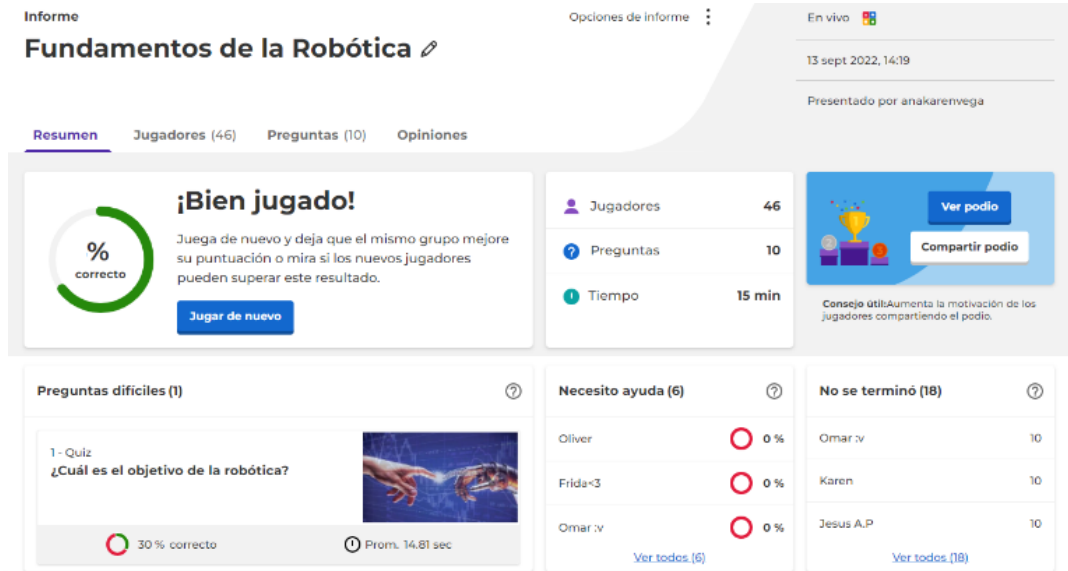
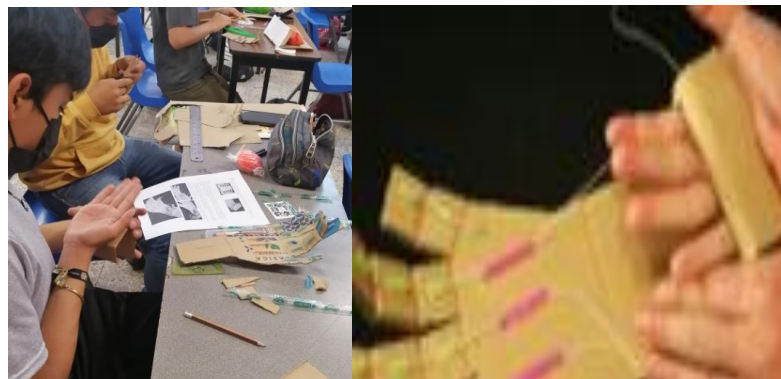


Figura 2. Competencia en Kahoot

139
140
141
142
143
144
145
146 **Construcción de una mano robótica**

147
148 Esta actividad (Figura 3), permite que los alumnos despierten su creatividad e inicien
149 con la construcción lógica y ordenada de un prototipo básico, desarrollando
150 habilidades sociales y trabajo en equipo.

151
152 El prototipo es construido con materiales básicos, como cartón, popotes, cuerda y
153 pegamento, al finalizar su prototipo se desarrolla una competencia al tomar cierta
154 cantidad de objetos de una caja.



155
156
157
158
159
Figura 3. Mano Robótica

160 Construcción de un aeroplano

161

162 Esta actividad (Figura 4), permite incorporar aprendizajes adquiridos sobre el
 163 funcionamiento básico de una pila y un motor DC, así como conocimientos básicos de
 164 electrónica, la actividad es realizada por equipos, permitiendo trabajar habilidades
 165 sociales, trabajo en equipo, toma de decisiones y creatividad en el diseño único de un
 166 aeroplano.

167



Figura 4. Aeroplano

168

169

170

171 **3. Resultados y análisis**

172

173 Las actividades lograron su objetivo al incorporar conceptos básicos de la robótica con
 174 actividades lúdicas e integradoras.

175

176 Con ayuda de la aplicación Kahoot se obtiene el informe correspondiente (Figura 5) de
 177 la actividad *Fundamentos de la robótica*, donde el alumno en una modalidad de
 178 competencia reforzó los aprendizajes adquiridos.

179

Resumen Jugadores (46) Preguntas (10) Opiniones Presentado por anakarenevega

Nombre	Clasificación	Respuestas correctas	Sin respuesta	Puntuación final
Bran	1	90%	—	8 436
EMI :)	2	100%	—	8 202
Victoria M	3	90%	—	8 036
Valeria	4	90%	—	7 973
Yo	5	90%	—	7 906
El Ado	6	90%	—	7 888
👉	7	90%	—	7 880
Erikur	8	90%	—	7 753
Abner	9	90%	—	7 627
Uulono	10	80%	—	7 450



Figura 5. Informe Kahoot

180

181

182

183

184

185 La actividad de construcción de una mano robótica permitió a los alumnos reflexionar
186 e identificar oportunidades de mejora en el diseño de su prototipo para lograr el objetivo
187 de tomar una mayor cantidad de objetos. (Figura 6)

188
189



190
191
192 **Figura 6. Competencia “Mano Robótica”**

193
194

195 La actividad de aeroplano fue evaluada considerando la creatividad, diseño y
196 aplicación de conceptos. (Figura 7)

197



198
199 **Figura 7. Diseño de Aeroplano**

200
201
202

203 4. Conclusiones

204

205 El club de robótica del plantel Vallejo busca que el aprendizaje sea significativo
206 considerando las características muy particulares de los alumnos del CCH,
207 proponiendo comenzar la enseñanza aprendizaje con sus sentidos personales y no
208 por una enseñanza formal. Este curso introductorio permitió afianzar el gusto por el
209 estudio de las ciencias y la robótica, así como mostrar un panorama general de los
210 conceptos básicos y sus aplicaciones con el objetivo de transitar a conceptos más
211 avanzados.

212

213 Al ser una actividad extracurricular es importante mantener el gusto y la atención por
214 lo que reconocemos que es importante diseñar y crear estrategias más dinámicas que
215 permitan fortalecer diferentes habilidades actitudinales y conceptuales para seguir
216 enriqueciendo la formación integral de alumnos y profesores, y de esa forma favorecer
217 el uso y desarrollo de prototipos automatizados que ayuden a la humanidad y en
218 particular, les permitan concretizar los conocimientos que han adquirido durante su
219 vida académica.

220

221 Estamos seguros que el objetivo del Club de Robótica en Vallejo no es sólo enfocarnos
222 en aquellos alumnos que poseen grandes habilidades y destrezas sino motivar a la
223 mayoría de los alumnos para el estudio de las ciencias, despertar la curiosidad y
224 potenciar su creatividad.

225

226

227 5. Índice de referencias

228

229 Libros

230

231 • Barrera Lombana, N. (2015). Uso de la robótica educativa como estrategia
232 didáctica en el aula. *Praxis & Saber*, 6(11), 215-234.

233 • Zúñiga, A. L. A. (2012). Diseño y administración de proyectos de robótica
234 educativa: lecciones aprendidas. *Teoría de la Educación. Educación y Cultura*
235 *en la Sociedad de la Información*, 13(3), 6-27.

236

PROTOTIPO SOBREALIMENTADOR ELECTRONICO PARA MOTORES A GASOLINA

Abraham Rodríguez Galeotte^{1*}

¹Instituto Politécnico Nacional. UPIITA. Av. IPN 2580, La Laguna Ticomán, Gustavo A. Madero, 07340, Ciudad de México, CDMX.

AP-POSM018

Resumen

Año con año la industria automotriz gasta millones de dólares en la investigación y desarrollo de nuevas tecnologías que optimicen el consumo de combustible y mejoren la potencia de sus motores, siendo un medio claro para este fin el uso de sobrealimentadores (desde 1920), lo que permite que cada vez motores más pequeños nos proporcionen mejores prestaciones para la satisfacción de nuestras necesidades.

Para responder a esta tendencia y disminuir el consumo de combustible, en el presente trabajo se pretende diseñar y construir un prototipo de turbo cargador inercial (turbina), que no dependa del motor a gasolina, capaz de aumentar la potencia (HP) y el torque en un rango mínimo de 20% superior a la eficiencia del motor, a través de una fase de control electrónica, conectado a un juego de engranes y poleas para lograr una relación de compresión equivalente 1.29:1 a la salida del compresor a partir de las 1000 R.P.M. del motor, sincronizado a las revoluciones del motor, manteniendo la presión estable en el múltiple de admisión, de esta manera el movimiento del turbo cargador es independiente, concentrando la potencia mecánica al desplazamiento del vehículo mejorando el desempeño de los parámetros arriba mencionados

Palabras clave: motor, gasolina, turbocargador, control, potencia.

1. Introducción

Los vehículos automotores son un ejemplo claro de la ingeniería en el día a día de nuestra sociedad y no es para menos, año con año las industrias automotoras gastan millones de dólares en la investigación y desarrollo de nuevas tecnologías, diseños y medios para su venta. Pero el funcionamiento, la razón original de su movimiento sigue siendo el motor de combustión interna. Los cambios que con el tiempo han presentado son la optimización y aprovechamiento de su potencia, siendo un medio claro para este fin el uso de sobrealimentadores, lo que permite que cada vez sean más pequeños y con mayor potencia.

Actualmente los sobrealimentadores son sistemas acoplados al motor de combustión interna con el objetivo de garantizar una alimentación superior de la mezcla aire-combustible para obtener una explosión más potente. Estos sistemas presentan varias configuraciones (lóbulo, Roots, Lysholm, compresor centrífugo, etc.) pero todas obtienen su energía de trabajo del motor. Por lo que representan una carga parásita que puede ser de hasta 60 hp, dependiendo del tipo, tamaño de motor y sistema de sobrealimentación, esta carga es justificada por la relación costo beneficio al utilizar

^{1*} Abraham Rodríguez Galeotte. E-mail: abrrodriguez@ipn.mx Tel. 55-5729-6000, Ext: 56882

42 un sistema de sobrealimentación, pero este trabajo se realiza con el objetivo de
 43 disminuir esa carga y de esta manera realizar un sistema más eficiente, y por
 44 consecuencia, un motor más potente con un consumo menor de combustible.
 45

46 2. Metodología o desarrollo

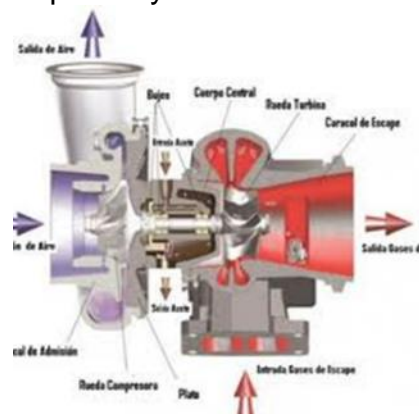
47 2.1 Planteamiento del problema

48 En los motores de combustión interna a gasolina que son sobrealimentados
 49 específicamente con compresores centrífugos (Figura 1), existen diferentes problemas
 50 asociados con la instalación y funcionamiento del sistema que afectan la eficiencia del
 51 compresor, así como del motor de combustión, los principales se describen a
 52 continuación
 53

- 54 • El turbocompresor inercial (1), funciona a velocidades superiores a las 100,000
- 55 R.P.M., lo que demanda una gran lubricación.
- 56 • Los gases de escape a altas velocidades generan altas temperaturas en la
- 57 turbina de escape (mayores a 400°C), debiendo enfriarse con el aceite del
- 58 motor, al menos 3 minutos antes de apagar el motor.
- 59 • Los turbocompresores inerciales están limitados a un número de R.P.M. del
- 60 motor a gasolina para entregar su máxima potencia.

61 El prototipo espera resolverlas eliminando la turbina de escape; reemplazándola con
 62 un motor eléctrico; los beneficios que se buscan son los siguientes:
 63

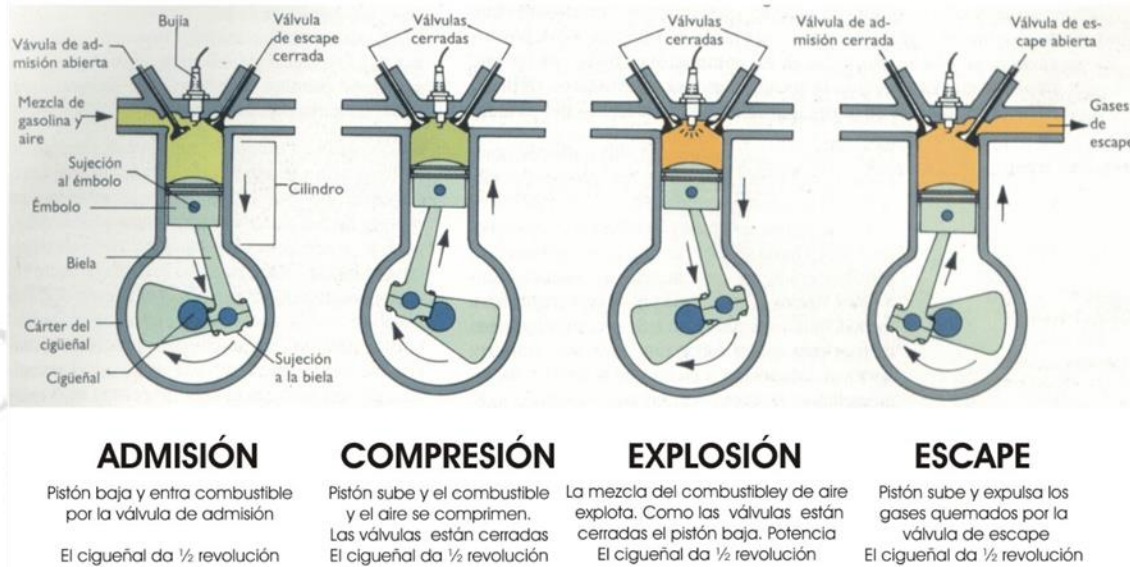
- 64 • Eliminar la necesidad de un sistema de lubricación compartido con el motor a
- 65 gasolina y reducir el tiempo de apagado.
- 66 • Eliminar el consumo de HP por concepto de contrapresión, aumentando la
- 67 eficiencia del motor a gasolina.
- 68 • Aumentar la capacidad de mezcla de admisión que puede usarse en la cámara
- 69 de combustión.
- 70 • Reducir el calentamiento de los gases de admisión, siendo el calentamiento
- 71 generado únicamente por concepto de rozamiento en las moléculas de aire.
- 72 • Entregar los máximos Hp a mayor R.P.M. del motor a gasolina.



74 **Figura 1. Compresor centrífugo.**

75

76 Un motor de combustión interna es una máquina que toma su energía de la reacción
 77 química que se produce en la combustión realizada dentro de una cámara cerrada que
 78 al producirse la reacción tan violenta que genera una gran cantidad de energía y una
 79 rápida expansión y aceleración de los gases.
 80 El motor de combustión interna usado en la gran mayoría de los autos basa su
 81 funcionamiento en el ciclo termodinámico de Otto de 4 tiempos (figura 2).



EN UN MOTOR DE 4 T SE PRODUCE UNA EXPLOSIÓN (FASE POTENTE) CADA 2 REVOLUCIONES

Figura 2. Ciclo Otto 4 tiempos.

82
83
84
85
86
87
88
89
90
91

2.1.1 Especificaciones de diseño del producto PDS (Product Design Specification).

Para la propuesta de solución se analizan todas las variables y se traducen en términos mensurables de ingeniería concretos para iniciar la etapa de diseño, (Tabla1). Se describe como un requerimiento obligatorio con la letra “D” y como un deseable con la letra “d”.

Tabla 1. Requerimientos aplicando PDS.

Especificaciones (Sobrealimentador para motor a gasolina Windsor 351)		
Cambios	D,d	Requerimientos
	D	Rango de R.P.M máximo de trabajo de 17,000 R.P.M. del motor eléctrico
	d	Relacion de presión constante que logre en el múltiple de 2.4:1
	D	Rango de corriente de trabajo máxima de 20 amp.
	D	Voltaje de operación de 14 v
	d	Factor de seguridad de 1.5
	d	Transmisión o motor diseñado para 15,000 R.P.M
	D	Factor de seguridad de 1.25
	D	Un rango de trabajo -10,225 °C de temperatura
	d	Sistema de baleros de aguja para rodamientos
	D	Temperatura de admisión a la camara de combustión 60° C
	d	Temperatura de admisión a la camara de combustión 40° C
	d	Motor brush-less de alta velocidades sin sistema de transmisión
	D	Relación de presión constante que logre en la cámara de 14.5:1

92

93 2.1.2 Análisis morfológico

94 En la siguiente tabla se muestra la ruta para cumplir con los objetivos de este trabajo
 95 siendo escogido entonces un motor eléctrico de corriente directa con un juego de
 96 poleas para un compresor centrífugo, con un radiador aire-aire, control PID, estructura
 97 de acero y tubería de acero con coples de manguera con una fuente acoplada de DC
 98 (Tabla 2).
 99

Tabla 2. Requerimientos aplicando PDS.

Colección de atributos				
	Motor electrico	Sistema de transmicion	Compresor	Intercooler
A	Brush-less	N/A	Inercial	N/A
B	Shunt	Tren de engranajes	Paletas recirpocantes	Aire-Aire
C	Serie	Sin fin-Corona	Tornillo	Aire-Agua
D		Polea	De lobulos	Criogenico

Colección de atributos				
	Sistema de control	Estructura y soporte	Tuberia	Acondicionador electrico
A	PyD	Acero	Acero	Fuente voltaje variable
B	Integrador	Hierro	Aluminio	Fuete DC Standart
C	Derivador	Aluminio	Manguera	Fuente corriente variable
D	Mamamdami			Fuente conmutadas

Propuestas de solucion				
1	C	D	A	B
2	B	C	D	A
3	A	A	A	B

Propuestas de solucion				
1	A	C	C	B
2	A	A	A	C
3	D	A	A	D

100
101

102 2.1.3 Compresor.

103 Para conocer el trabajo realizado por el compresor necesitamos calcular la
 104 temperatura de carga y descarga del compresor para usarla en la ecuación. (2)

105
106

$$\text{Ecuación 1. } W_r = C_p (T_2 - T_1)$$

107 Ya que el aire en esta compresión se comporta como un gas ideal en este ciclo que
 108 forma una compresión isentrópica adiabática (4), por lo cual partimos a calcular la
 109 temperatura de descarga mediante la siguiente ecuación (1):
 110

111

$$\text{Ecuación 2. } T_2 = T_1 \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{0.283}$$

112 Para este caso se supone una temperatura de entrada promedio de 16°C (60.8°F) por
 113 lo tanto $T_1 = 60.8 + 460 = 520.8R$ y $P_1 = 0 + 11.2 \text{ psi} = 11.2 \text{ psi}$ y $P_2 = 26.992 \text{ ps}$. Por
 114 lo tanto la temperatura de salida teórica T_2 es:

115

$$\text{Ecuación 3. } T_2 = (520.8 R^o) \left(\frac{26.992 \text{ psi}}{11.2 \text{ psi}} \right)^{0.283} = 668.0082 R^o (T_2 = 208.0082^o F)$$

116

117 y dado que esta idealización es prácticamente tan factible como el movimiento
118 perpetuo, debemos considerar la eficiencia del compresor de la siguiente manera:

119

120 **Ecuación 4.** $\frac{\text{Elevacion ideal de la temperatura}}{\text{Eficiencia adiabatica}} = \text{Elev.R. de Temp.} = 147.3081^{\circ}\text{C}$

121 Por lo tanto, con estos datos podemos calcular el trabajo desarrollado por el compresor
122 de la formula anteriormente mencionada con los siguientes datos:

123

124

$$\text{Ecuación 5. } W_r = C_p (T_2 - T_1)$$

125 Si $W_r = 131.9636$; $C_p = 1.005$; $T_2 = 297.1545^{\circ}\text{F}$ (420.4571°K); $T_1 = 60.8^{\circ}\text{F}$ (289.15°K)

126 De los datos anteriormente mencionados se obtiene el trabajo real generado por el
127 compresor con un valor de: $W_r = 131.9636 \text{ watts}$.

128

129 2.1.4 Motor eléctrico.

130 Una vez que hemos obtenido el trabajo se prosigue al diseño del motor eléctrico,
131 debido a la aplicación que requiere de un funcionamiento constante, por mucho tiempo
132 de trabajo (todo el tiempo que el motor trabaje) además de cumplir con requisitos
133 específicos de corriente continua como son 15 amperes y 14 volts máximo. Para el
134 uso máximo de este motor obtenemos un uso energético de este motor de:

135

136 **Ecuación 6.** $W = V * A$ por lo tanto: $W = 210 \text{ watts}$

137

138 La elección se basó finalmente en las prestaciones de torque que los motores de
139 corriente directa con escobillas ofrecen, escogiendo un motor de C.D. de imanes
140 permanentes con las siguientes prestaciones:

141 *34 volts de CD; 5 amperes máximos; 2000 R.P.M. máximas*

142

143 Para poder acoplar este motor se aplicó un convertidor de CD-CD que eleva por un
144 factor de 3 el voltaje de entrada, y maneja las siguientes prestaciones.

145 *Voltaje de entrada de 8.5-48 V.; Voltaje de salida 12-50 V.;*

146 *Corriente de salida de 0.2-8 amp (10 amp máx.)*

147

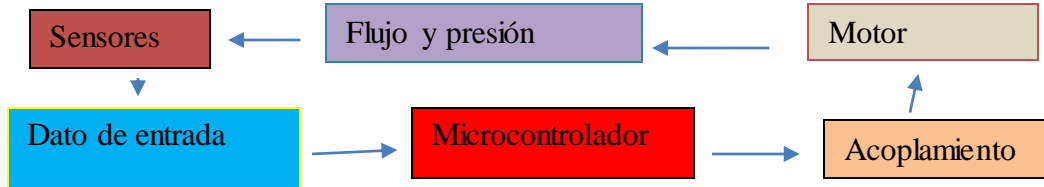
148 El cual otorga la cantidad de corriente y voltaje necesario para un correcto y prolongado
149 uso del motor a escobillas seleccionado.

150

151 2.1.5 Control electrónico del motor

152 Para lograr un control correcto del compresor solo fue necesario conocer 3 parámetros,
153 presión absoluta que existe dentro del múltiple de admisión, revoluciones del motor y
154 la mezcla estequiometria Aire/Gasolina para asegurar el que el compresor estará
155 funcionando en el punto exacto por lo cual solo se agregó el sensor de presión en el
156 múltiple de admisión en la salida al vacío que va directo al carburador para tener una
157 lectura precisa. Así como un circuito para capturar en qué momento se enciende la
158 bujía numero 1 para obtener las revoluciones del motor y junto con una wideband para

159 adquirir el valor Aire/Gasolina en tiempo real y asegurar el funcionamiento del turbo
 160 compresor, para no dañar el motor de combustión interna. (Figura 3).
 161



162
 163
 164

Figura 3. Diagrama de control del motor eléctrico.

165 Es un sistema cerrado que se retroalimenta en todo momento y monitorea los
 166 parámetros de manera continua y arroja alertas en caso de que algún sistema falle.

167
 168

3. Resultados y análisis

169 En este apartado se describe a detalle cada una de las soluciones dadas a la
 170 construcción del prototipo, los elementos finales que lo compondrán, dimensiones y
 171 espacios que ocuparán en el ensamble.

172 El sistema de escape se modificó por mejorar el desfogue de los mismos, se optó por
 173 aumentar el diámetro de los tubos de escape a 2.75 pulgadas.

174 Se modificó la carrera del pistón y se forjaron las bielas con acero SAE 4140.

175



176
 177
 178

Figura 4a y 4b. Proceso de forja de las bielas

179 El intercooler (enfriador del aire), se colocó delante del radiador, para una mayor
 180 eficiencia del cambio térmico.

181 Se diseño y fabricó una base con una placa unida a la pared de fuego con perfil PTR
 182 para que soporte el peso del turbocompresor *Vortech*. (3)

183
 184



Figura 5a y 5b. Base y motor eléctrico

185 **4. Conclusiones**

186 Después de la puesta a punto del motor se obtuvieron los siguientes resultados
187 En las pruebas del sistema de compresión del aire se alcanzó el objetivo de la relación
188 14.5:1 (Requerimiento obligatorio). El sistema soportó la fricción entre las paletas
189 directrices (alabes) sin ocasionar calentamientos excesivos, aunque en algunas
190 pruebas no se pudo delimitar la sobre alimentación por lo que se podría adaptar un
191 sistema Twin-Turbo. (2 prototipos a la vez). El diseño y la manufactura de los circuitos
192 de control, la conexión del motor eléctrico, la válvula de alivio fue lo suficientemente
193 compacto para entrar en los espacios disponibles debajo del capo del automóvil. El
194 diseño de la tubería y el intercooler, no generó turbulencia y evitó presiones de aire
195 extras dentro del sistema. Las pruebas en el dinamómetro arrojaron solo un aumento
196 de la potencia y el torque en promedio del 16% debido al desgaste natural de las partes
197 del motor.

198

199 **5. Índice de referencias**

- 200 (1) MacInnes, H. (1994). *Manual de turbocargadores*. México. Prentice-Hall Hispano.
201 (2) Saravanamutto. (1996). *Gas Turbine Theory*. Harlow Essex, England: Longman
202 Group Limited.
203 (3) Technologies, H. T. (2015). pp 12 de 4. *Turbocharger guide*.
204 https://www.turbobygarrett.com/turbobygarrett/sites/default/files/catalog/Garrett_Catalog_V5.pdf.
205
206 (4) Tolmo, C. G. (2013). *Selección y diseño de compresores centrífugos*. Madrid.
207 Universidad Politécnica.
208 (5) Bell, C. (1997) *Máximum Boost: design, testing and installing turbocharger systems*.
209 USA. Cengage Learning.

210

211

APLICACIÓN DIDÁCTICA DE MONTY HALL

Ingrid Torres Ramos^{1*}, *María Eugenia Canut Díaz Velarde*²

^{1,2} *FES Acatlán Avenida Alcanfores y San Juan Totoltepec s/n Sta. Cruz Acatlán,
53150 Naucalpan de Juárez, México.*

AP-POSM020

Resumen

Se presenta una actividad didáctica para el proceso de enseñanza-aprendizaje en el contexto de probabilidad 1 en un grupo de 50 estudiantes con la idea de apoyarlos a comprender y experimentar con conceptos probabilísticos como experimento aleatorio, suceso, espacio muestral, probabilidad condicional y total entre otros. El objetivo de este trabajo es utilizar como herramienta la paradoja de Monty Hall, esta actividad didáctica es resuelta de dos formas tanto intuitiva como probabilística que permite identificar los errores y dificultades de los estudiantes al enfrentarse a resolver problemas prácticos que afectan a la toma de decisiones en los procesos de la vida diaria.

La metodología usada consiste en una secuencia didáctica basada en cuatro pasos: 1) presentación de la paradoja; 2) inicio del juego; 3) se realizó una lluvia de ideas y con su respuesta se divide el grupo de estudiantes entre la opción de cambiar la elección primaria o no; 4) probar el resultado de manera intuitiva y probabilística.

Como resultado la actividad demostró a los estudiantes que no es suficiente basarse en el proceso cognitivo de la intuición y con ello se vieron forzados a desarrollar el pensamiento lógico probabilístico, que les permite comprender conceptos y su aplicación de forma que se logra un aprendizaje significativo, con ello se adquiere el saber hacer, construir y resolver diferentes situaciones, es decir, se presenta un mejor nivel de asimilación. De los 50 estudiantes que participaron en la realización de la actividad 30 decidieron no cambiar su primera opción y el resto sí cambió su opción siendo este grupo el ganador de la actividad y con ello los estudiantes lograron deducir los conceptos empleados construyendo significativamente el conocimiento.

Palabras clave: paradoja, probabilidad, recurso, constructivista, Selvin, Hall.

1. Introducción

La resolución de problemas es uno de los ejes primordiales en la educación matemática pues cuando el estudiante se enfrenta a una situación problemática y procede a resolverla debe hacer uso de sus habilidades de lectura, razonamiento lógico y reflexión para obtener la mejor solución y comunicación posible.

Una inquietud constante de la mayoría de los profesores es el uso de recurso

^{1*} Autor para la correspondencia. E-mail: ingrid-tr@iencias.unam.mx Tel. 55-56-23-17-56

43 didácticos para su clase con el objetivo de incentivar a sus estudiantes con
44 aplicaciones de toma de decisiones en la vida diaria. Se utiliza como herramienta de
45 aprendizaje probabilístico el manejo de paradojas con soluciones asequibles que
46 permiten analizar los elementos conceptuales estudiados en el salón de clase que
47 tienen como fin desarrollar el razonamiento lógico-matemático por medio de diversos
48 conocimientos y experiencias que Ball, Lubienski y Mewborn (2001) denominan
49 *conocimiento matemático para la enseñanza* considerando la forma de cómo los
50 estudiantes piensan, entienden y aprenden cada contenido.

51
52 El uso de paradojas en la enseñanza no es nuevo, sin embargo, es importante que
53 exista una motivación constante en el aula. Lesser (1998) indica que el uso inteligente
54 de paradojas en la clase de matemáticas apoya una pedagogía constructivista, en
55 donde el alumno tendrá que utilizar los conocimientos previos para generar nuevos
56 conocimientos y así ir adquiriendo progresivamente conocimientos más complejos de
57 probabilidad. Falk y Konold (1992), sugieren que la solución de estas paradojas implica
58 por parte del resolutor una consciencia de sus propios pensamientos que es un paso
59 vital para alcanzar la capacidad matemática abstracta. Konold (1994), Basulto y
60 Camuñez (2007) y León (2009) se expresan en el mismo sentido.

61
62 La paradoja de Monty Hall representa una solución intuitiva, para el aprendizaje del
63 concepto de probabilidad condicional, que ayuda al estudiante a desarrollar su
64 capacidad de razonamiento y a construir el conocimiento necesario para la aplicación
65 del teorema de Bayes.

66 67 1.1 Desarrollo histórico de la Paradoja Monty Hall

68 69 1.1.1 Steve Selvin

70
71 Originalmente la paradoja fue planteada y resuelta por el matemático estadounidense
72 Steve Selvin, profesor de bioestadística y epidemiología en la Universidad de
73 California, Berkeley por más de 40 años.

74
75 Selvin también es miembro de la Escuela de Salud Pública de Johns Hopkins y ha
76 enseñado en el Instituto de Verano de Bioestadística y Epidemiología durante los
77 últimos 15 años. Ha escrito 10 libros sobre métodos estadísticos aplicados, es autor o
78 coautor de más de 250 artículos en el área de estadística aplicada a temas de
79 epidemiología, salud relacionada con malformaciones congénitas y cáncer infantil.

80
81 La Universidad de California ha otorgado varios premios a Selvin por sus logros en la
82 enseñanza como son el Premio a la Enseñanza Distinguida de Berkeley en 1983, el
83 Premio a la Enseñanza Distinguida de la Escuela de Salud Pública en 1998 y fue
84 nombrado Profesor emérito en la Universidad de California, Berkeley.

85
86 En febrero de 1975, Selvin publica en la revista *American Statistician* el artículo titulado
87 *A Problem in Probability*, Un problema en probabilidad, conocido coloquialmente como

88 el problema de Monty Hall. En un inicio, Selvin recibe algunas críticas sobre la manera
 89 en que soluciona el problema motivándolo a retomar el problema en agosto del mismo
 90 año en el artículo titulado *On the Monty Hall Problem*, Sobre el problema de Monty
 91 Hall.

92

93 1.1.2 Marilyn vos Savant

94

95 El problema se volvió popular cuando la columnista, escritora, estadounidense Marilyn
 96 vos Savant lo publica en la revista Parade en 1990 en la columna semanal *Ask Marilyn*,
 97 en donde respondía a una variedad de preguntas académicas y acertijos de lógica.
 98 Marilyn nunca pensó en la polémica que surgiría al resolver el problema presentado
 99 por el lector, Craig F. Whitaker:

100

101 Supón que estás en un concurso y te han dado a elegir entre tres puertas. Detrás
 102 de una de ellas hay un coche y detrás de las otras dos hay cabras. Eliges una puerta,
 103 digamos la 1, y el presentador, que sabe lo que hay detrás de cada puerta, abre una
 104 de las que no has elegido, digamos la 3, dejando ver detrás de ella a una cabra. Y
 105 ahora te pregunta: "¿Quieres cambiar tu elección a la puerta 2?" Es imposible que
 106 alguien responda esta pregunta correctamente. (1990)

107

108 Este enunciado es llamado la *Paradoja de Monty Hall*. Al leer el problema es probable
 109 que te resulte familiar, pienses en automático en algún programa de televisión. La
 110 pregunta de Craig se basó en el famoso programa de juegos de televisión *Let's Make
 111 a Deal*, conducido por el presentador Monty Hall, ver figura 1.

112



113

114 **Figura 1.** Imagen del programa estadounidense *Let's make a deal* (1963-2003). Imagen obtenida
 115 de internet.

116

117 2. Metodología o desarrollo

118 2.1 Objetivos

119 Construir en el estudiante el concepto de probabilidad condicionada y espacio muestral
 120 al analizar una situación en el que un determinado suceso ocurra dado que otro suceso
 121 ocurrió, para ello se revisará la paradoja Monty Hall.

122 Objetivo específico

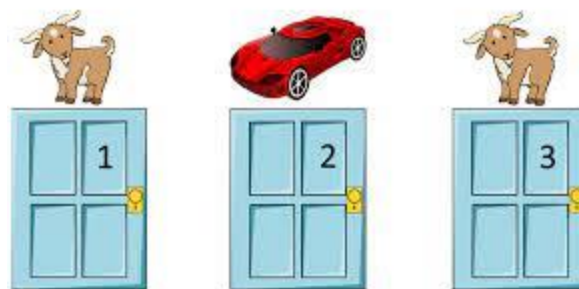
123 Examinar y resolver una actividad a través de la paradoja Monty Hall, analizando los
 124 conceptos principales y sus posibles soluciones.

125 2.2 Descripción de la paradoja

126 La actividad didáctica se aplicó a un grupo de Probabilidad 1 de la carrera de Actuaría
 127 en una Universidad Pública. El grupo de la materia está constituido por 50 estudiantes,
 128 teniendo conceptos básicos como: la definición de probabilidad, los tipos de
 129 probabilidad que existen y reglas de probabilidad. Con estos conceptos previos se les
 130 invita a participar en aplicar los conocimientos en el juego desarrollado de la paradoja
 131 de Monty Hall. El desarrollo de la actividad está basado en cuatro pasos, en donde el
 132 alumno inicia a razonar de manera lógica los posibles casos que existen para resolver
 133 el problema planteado y proceder a su solución.

134

135 Como primer paso se plantea la paradoja de Monty Hall y se confirma que se
 136 comprenda. Considerando que los estudiantes escogen la puerta 1 y el presentador
 137 muestra que en la puerta 3 hay una cabra se procede a preguntar la decisión que
 138 tomaría cada estudiante ¿Quieres cambiar tu elección a la puerta 2?, con el fin de
 139 determinar los posibles casos existentes, ver figura 2.



140

141 **Figura 2. Paradoja de Monty Hall. Imagen obtenida de internet.**

142 Paso dos. Por medio de una lluvia de ideas y generando duda sobre la honestidad del
 143 programa se dan las posibles situaciones:

- 144 1. Un grupo de estudiantes que opinan que es lo mismo cambiar de opinión o no,
 145 se tiene la misma probabilidad del 50% al escoger la puerta 1 o 2.
- 146 2. Un grupo de estudiantes que deciden no cambiar de opinión, es decir, escogen
 147 la puerta 1 considerando que el presentador está generando duda pues saben
 148 que su elección es la ganadora.

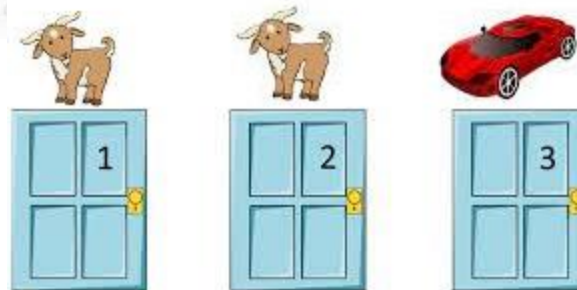
149 3. Un grupo de estudiantes que decide cambiar de opinión, es decir, escogen la
 150 puerta 2.

151 Paso tres. Se divide el grupo en dos: los estudiantes que deciden cambiar de elección
 152 y los que deciden no cambiar de puerta. Al realizar 100 veces el experimento se
 153 concluyó que los estudiantes que decidieron cambiar de puerta ganaron 88 veces y
 154 los que decidieron no cambiar de opinión ganaron 8 veces.

155 De manera experimental se pudo observar que no se tiene la misma posibilidad
 156 quedarse con la misma puerta que cambiar, es decir, del 50%. Tampoco influye la
 157 parte psicológica. Por lo que, lo idóneo es cambiar de opinión.

158 Paso cuatro. Se procede a resolver el problema primero de manera visual
 159 considerando que siempre se cambiará de opinión cuando pregunte el presentador y
 160 posteriormente se formaliza la idea.

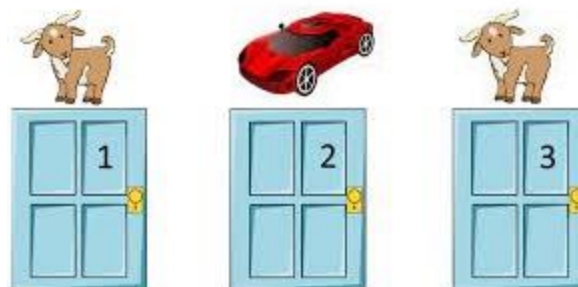
161 Caso 1. Supóngase que atrás de las puertas 1 y 2 hay cabras. Si se elige la puerta 1
 162 el presentador debe mostrar la puerta 2, como se decidió cambiar de opción de puerta
 163 se elige la opción 3 por lo que él estudiante gana, ver figura 3.



164

165 **Figura 3. Caso 1. Imagen obtenida de internet.**

166 Caso 2. Supóngase que atrás de las puertas 1 y 3 hay cabras. Si se elige la puerta 1
 167 el presentador debe mostrar la puerta 3, como se decidió cambiar de opción de puerta
 168 se elige la opción 2 por lo que él estudiante gana, ver figura 4.



169

170 **Figura 4. Caso 2. Imagen obtenida de internet.**

171 Caso 3. Supóngase que atrás de las puertas 2 y 3 hay cabras. Si se elige la puerta 1
 172 el presentador puede mostrar la puerta 2 ó 3, como se decidió cambiar de opción de
 173 puerta se elige la opción 2 por lo que el estudiante no gana, ver figura 5.
 174

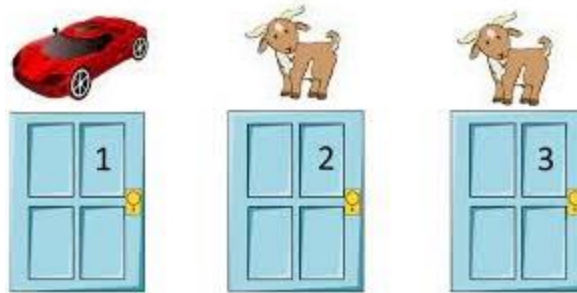


Figura 5. Caso 3. Imagen obtenida de internet.

175
 176 Se puede realizar un análisis análogo para los demás casos, así concluir que se tiene
 177 una probabilidad de $2/3$ de ganar y $1/3$ de perder.
 178

181 Es momento de formalizar utilizando lenguaje matemático. Primero se darán los
 182 sucesos de interés para este experimento.
 183 Sean A el jugador selecciona inicialmente la puerta que contiene el coche,
 184 B el jugador selecciona inicialmente la puerta que contiene una cabra,
 185 C el jugador gana el coche.

186 Como el interés es calcular la probabilidad de ganar el carro, $P(C)$, entonces
 187 probabilidad total

$$P(C) = P(C|A)P(A) + P(C|B)P(B)$$

191 Suponiendo que el juego es honesto se tiene que $P(A) = \frac{1}{3}$ y $P(B) = \frac{2}{3}$.

192 Ahora, al igual que se analizó la solución de manera intuitiva se estudiarán dos casos:
 193 el jugador nunca cambia de elección; el jugador siempre cambia de opción.

195 Caso 1. El jugador nunca cambia de elección.

$$\begin{aligned} 196 \quad P(C) &= P(C|A)P(A) + P(C|B)P(B) \\ 197 \quad &= 1(1/3) + 0(2/3) \\ 198 \quad &= 1/3 \end{aligned}$$

201 Caso 2. El jugador siempre cambia de elección.

$$\begin{aligned} 202 \quad P(C) &= P(C|A)P(A) + P(C|B)P(B) \\ 203 \quad &= 0(1/3) + 1(2/3) \\ 204 \quad &= 2/3 \end{aligned}$$

207 De los casos 1. y 2. se concluye que la mejor estrategia es cambiar siempre de
208 elección de puerta. También se puede observar que el resultado es acorde a lo visto
209 de manera gráfica.

210

211 3. Resultados

212

213 El grupo de probabilidad 1 con 50 alumnos se dividió en dos partes: 35 estudiantes
214 decidieron no cambiar su decisión, debido a la suposición que si continúan con la idea
215 original de la puerta escogida tienen $1/2$ de posibilidad de ganar; el segundo grupo
216 conformado por 15 de los alumnos decidieron cambiar de puerta para probar tener
217 mayor posibilidad de ganar. Esto nos da como resultado que la mayoría de los
218 estudiantes no estaba considerando el concepto de probabilidad condicional debido
219 que únicamente consideran la probabilidad clásica al tomar en cuenta que tienen como
220 posibilidad de ganar en $1/2$, cuando en realidad se tiene $2/3$ de ganar y $1/3$ de perder.

221

222 Los estudiantes se dan cuenta de la importancia de desarrollar los conceptos
223 probabilísticos para lograr tomar mejores decisiones y no solo considerar la intuición
224 como solución de los problemas.

225

226 Los alumnos muestran una mayor participación en la clase y prestan más atención a
227 la teoría, como consecuencia les interesa resolver problemas de esta manera.

228

229 4. Conclusiones

230

231 A simple vista el estudiante considera que es una pregunta muy fácil de contestar, de
232 manera automática en su mayoría dice que tiene $1/2$ de probabilidad de ganar el carro.
233 Sin embargo, es aquí en donde se tiene el dilema como le sucedió a Savant al
234 contestar en su columna le indico al lector que *sí, deberías cambiar de opción, pues la*
235 *primera puerta tiene $1/3$ de posibilidades de ganar, pero la segunda puerta tiene $2/3$*
236 *de posibilidades.* Dando pie a varias columnas en donde Savant defendía su postura
237 en contra de lectores indignados, a tal grado que Parade recibió alrededor de 10,000
238 cartas que opinaban que la solución dada era incorrecta. Más aún, recibió comentarios
239 agresivos hacia su persona y descalificativos por ser mujer.

240

241 5. Índice de referencias

242

- 243
- 244 • Ball, D. L., Lubienski, S. T., & Mewborn, D. S. (2001). Research on teaching
245 mathematics: The unsolved problem of teachers' mathematical knowledge. En
246 V. Richardson (Ed.), *Handbook of research on teaching* (pp. 433-456).
247 Washington, DC: American Educational Research Association.
 - 248 • Basulto, J. & Camuñez, J. A. (2007). El problema de los dados del caballero de
Méré: soluciones publicadas en el siglo XVII. *Suma* 56, 43-54.

- 249 • Falk, R., & Konold, C. (1992). *The psychology of learning probability*. En F.
250 Gordon y S. Gordon (Eds.), *Statistics for the twenty-first century*, MAA Notes
251 26 (pp. 151-164). Washington, DC: Mathematical Association of America.
252 • Konold, C. (1994). Teaching probability through modeling real problems. *The*
253 *Mathematics Teacher* 87(4), 232-235.
254 • León, N. (2009). La historia como elemento motivador hacia el estudio de la
255 probabilidad: el problema de la apuesta interrumpida. *Sapiens: Revista*
256 *Universitaria de Investigación* 10, 69-87.
257 • Lesser, L. M. (1998). Countering indifference: Using counterintuitive examples.
258 *Teaching Statistics* 20(1), 10-12.
259 • Selvin, S. (1975). A Problem in Probability (Letter to the Editor). *The American*
260 *Statistician* 29 (1), 67-71.
261 • Selvin, S. (1975). On the Monty Hall Problem (Letter to the Editor). *The American*
262 *Statistician* 29(3), 134-134.
263 • Vos Savant, M. (1992). *Ask Marilyn: The Best of Ask Marilyn Letters Published*
264 *in Parade Magazine from 1986 to 1992 and Many More Never Before Published*.
265 USA: St. Martin's Press.

MEMORIAS DEL
Congreso Internacional
Sobre la Enseñanza y Aplicación de las Matemáticas

ESTABILIDAD EN LA SOLUCIÓN DE SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES Y NÚMERO DE CONDICIÓN MATRICIAL

Cruz Sandoval Alejandro¹*, Villegas Gutiérrez Marco Antonio², Gutiérrez Armenta Esiquio Martín³, Reyes Ortiz José Alejandro⁴ y Alfonso Jorge Quevedo Martínez⁵
^{1,2,3,4,5}Universidad Autónoma Metropolitana Unidad Azcapotzalco Departamento de Sistemas, Área Sistemas Computacionales. Avenida San pablo No 180, Col. Reynosa Tamaulipas, C.P. 02200, Ciudad de México, México

AP-POSM025

Resumen

Un sistema de ecuaciones lineales de la forma $A\vec{x}=\vec{b}$, se puede resolver por varios métodos directos del álgebra lineal (Eliminación de Gauss, Gauss-Jordan, factorización LU, etc). Al resolver el sistema por estos métodos y efectuar pequeños cambios en los valores o coeficientes de la matriz A o el vector b, se pueden obtener resultados bastante significativos y por lo tanto afectar considerablemente el verdadero valor de la solución. Para tal efecto, se requiere el uso del término condicionamiento matricial. Término que es muy importante para determinar que tan bien o mal puede estar condicionada una matriz. Y básicamente el número de condición matricial, nos indicará el grado de estabilidad del sistema lineal, sobre todo para sistemas lineales relativamente grandes. Se mostrará la forma de determinar el número de condición matricial y cómo afecta en la solución de un sistema de ecuaciones lineales, sobre todo para aplicaciones de manera práctica en la solución de diversos problemas. Y aunque todo desarrollo matemático con fines prácticos está sujeto a errores, es importante minimizar el error y mantener el sistema que se está resolviendo, lo más estable posible, es decir, a pequeñas variaciones en los datos de entrada, obtener pequeñas variaciones en los datos de salida.

Palabras clave: ecuaciones, lineales, número, condición, estabilidad, Gauss.

1. Introducción

Considérese un sistema de ecuaciones lineales de la forma: $A\vec{x}=\vec{b}$ donde se introduce el número de condición de la matriz A, término muy importante y que ayuda a determinar la estabilidad en la solución del sistema. Y donde se debe determinar, qué sucede al variar, con valores pequeños, los componentes tanto de la matriz A, como los de el vector \vec{b} . Y para responder esta inquietud, se puede plantear un ejemplo para visualizar los efectos que causan las variaciones de datos al ser modificados en la solución de un sistema lineal. Y el ejemplo es el siguiente: Una empresa compra tres materiales A, B y C, en cantidades dadas en kg., como se indica en la tabla 1. Se dispone de tres facturas en las que consta el total pagado en dólares.

Tabla 1. Datos de materiales A, B y C

Factura	A	B	C	Total
1	2.0	4.0	5.0	220
2	6.0	9.0	8.0	490

¹* Autor para la correspondencia. E-mail: acs@azc.uam.mx Tel: 557592-6971

3	4.1	5.0	3.0	274
---	-----	-----	-----	-----

42

43 Con estos datos, debe determinarse el precio por kg., de cada material. Sean x_1, x_2, x_3
 44 los precios por kg., que deben determinarse. Entonces se pueden plantear las
 45 ecuaciones lineales siguientes:

46

$$2.0x_1 + 4.0x_2 + 5.0x_3 = 220$$

47

$$6.0x_1 + 9.0x_2 + 8.0x_3 = 490$$

48

$$4.1x_1 + 5.0x_2 + 3.0x_3 = 274$$

49 En notación matricial o vectorial $A\vec{x}=\vec{b}$:
$$\begin{bmatrix} 2.0 & 4.0 & 5.0 \\ 6.0 & 9.0 & 8.0 \\ 4.1 & 5.0 & 3.0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 220 \\ 490 \\ 274 \end{bmatrix}$$

50 Al resolver el sistema por el método directo de Gauss se obtiene el siguiente resultado:

51

$$x = [40.0 \ 10.0 \ 20.0]$$

52 Supóngase ahora que, al capturar la información, hubo una equivocación al ingresar
 53 los datos en la matriz A y se introdujo el dato de $a_{31} = 4.2$, en lugar del valor correcto,

54 $a_{31} = 4.1$.

55

$$\begin{bmatrix} 2.0 & 4.0 & 5.0 \\ 6.0 & 9.0 & 8.0 \\ 4.2 & 5.0 & 3.0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 220 \\ 490 \\ 274 \end{bmatrix}$$

56 Resolviendo el sistema nuevamente se obtiene:

57

$$x = [20.00 \ 31.53 \ 10.76]$$

58 Y como se observa, un cambio pequeño produjo un cambio muy significativo en la
 59 solución. Entonces el nuevo resultado es fuertemente afectado por este cambio, por lo
 60 que el resultado obtenido por medio de este sistema de ecuación lineal no es confiable
 61 para la toma de decisiones. A este tipo de sistemas, se les denomina mal
 62 condicionados.

63

64

65 2. Metodología o desarrollo

66

67 2.1 Número de Condición

68

69 Ya se ha considerado el sistema de ecuaciones lineales planteado por: (Bashier
 70 Eihab B.M.(2020)):

71

72

$$\text{Ecuación 1. } A\vec{x} = \vec{b}$$

73

74 Se propone ΔA al error de redondeo computacional en la matriz A , Δb al error de
 75 redondeo computacional de b y Δx la perturbación o variación en la solución de
 76 ecuación 1, entonces se considera que $\|A^{-1} \cdot \Delta A\| < 1$ y se tiene que:

77

78

$$\text{Ecuación 2. } \frac{\|\Delta x\|}{\|x\|} \leq \frac{k(A)}{1 - k(A) \frac{\|\Delta A\|}{\|A\|}} \cdot \left(\frac{\|\Delta b\|}{\|b\|} + \frac{\|\Delta A\|}{\|A\|} \right)$$

79

80 Primero: Se considera que una variación del lado derecho de la ecuación 1, es decir,
 81 del vector \vec{b} a $(\vec{b} + \Delta\vec{b})$, puede provocar un cambio en la solución del sistema de $(\vec{x} +$
 82 $\Delta\vec{x})$, quedando de la siguiente forma:

$$A(x + \Delta x) = b + \Delta b$$

$$Ax + A\Delta x = b + \Delta b$$

85 **Ecuación 3.** $A\Delta x = \Delta b$ entonces $\Delta x = A^{-1}\Delta b$

86 porque $Ax = b$

87 Y para variaciones o perturbaciones en el vector \vec{b} y suponiendo que A no presenta
 88 error alguno, entonces aplicando la norma vectorial:

89
 90 **Ecuación 4.** $\|b\| = \|Ax\| \leq \|A\| \cdot \|x\| \Rightarrow \|A\| \cdot \|x\| \geq \|b\|$

91 Y aplicando la norma matricial en ambos lados y utilizando su definición de norma de
 92 un operador se tiene:

93 **Ecuación 5.** $\|\Delta x\| = \|A^{-1} \cdot \Delta b\| \leq \|A^{-1}\| \cdot \|\Delta b\|$

94 Dividiendo la ecuación 5 por la ecuación 4 se obtiene:

95
 96 **Ecuación 6.** $\frac{\|\Delta x\|}{\|x\|} \leq \|A\| \cdot \|A^{-1}\| \cdot \frac{\|\Delta b\|}{\|b\|}$

97 Y entonces:

98 **Ecuación 7.** $\frac{\|\Delta x\|}{\|x\|} \leq k(A) \cdot \frac{\|\Delta b\|}{\|b\|}$

99
 100 Donde: $k(A)$, se le conoce como número de condición de la matriz A .

101 Y se puede concluir, que cuando más grande sea el número de condición, mayor será
 102 la inestabilidad del sistema lineal en ambos lados de la ecuación 1.

103 Y se puede ver a partir de la ecuación 7, el cambio relativo en la solución del sistema
 104 o ecuación 1, en comparación con el cambio relativo del lado derecho del sistema lineal
 105 de la ecuación 1.

106
 107 Segundo: Si se asume ahora, que la matriz A es afectada por la variación de $A + \Delta A$
 108 conduce a cambios en la solución de $x + \Delta x$, entonces:

109 $(A + \Delta A)(x + \Delta x) = b \Rightarrow Ax + A\Delta x + \Delta A(x + \Delta x) = b$

110 entonces: $A\Delta x + \Delta A(x + \Delta x) = 0$

111 y multiplicando ambos lados por A^{-1} se obtiene:

112 $\Delta x + A^{-1}\Delta A(x + \Delta x) = 0 \Rightarrow -\Delta x = A^{-1}\Delta A(x + \Delta x)$

113 Y volviendo aplicar las normas para ambos lados obtenemos:

114 $\|\Delta x\| = \|A^{-1}\Delta A(x + \Delta x)\| \leq \|A^{-1}\| \cdot \|\Delta A\| \cdot \|x + \Delta x\|$

115 Y dividiendo ambos lados por: $\|x + \Delta x\|$ y multiplicando el lado derecho por: $\frac{\|A\|}{\|A\|}$ se
 116 obtiene:

117 **Ecuación 8.** $\frac{\|\Delta x\|}{\|x + \Delta x\|} \leq k(A) \frac{\|\Delta A\|}{\|A\|}$

118
 119 La ecuación 8 muestra la relación entre el cambio relativo en el vector solución x
 120 comparado con el cambio relativo en la matriz A , en términos del número de condición

121 de la matriz A . Se puede observar que si el número de condición de la matriz A es
 122 pequeño, el sistema lineal será menos sensible a variaciones, lo que indicará que el
 123 sistema estará bien planteado. Por el contrario, si el número de condición es grande,
 124 el sistema será severamente sensible a variaciones y por lo tanto el sistema estará
 125 mal planteado.

126 Ahora con los dos resultados anteriores de la ecuación 7 y ecuación 8, es posible
 127 determinar el caso general en que se varían o alteran a la vez A y \vec{b} :

$$128 \quad (A + \Delta A) \cdot (x + \Delta x) = b + \Delta b$$

129 Desarrollando y usando el hecho de que \vec{x} es la solución de (1) se tiene que:

$$130 \quad (A + \Delta A) \cdot \Delta x = \Delta b - \Delta A \cdot x$$

131 Y como se planteó inicialmente $\|A^{-1} \cdot \Delta A\| < 1$ entonces $(A + \Delta A)$ es invertible y

$$132 \quad \text{Ecuación 9. } \|(A + \Delta A)^{-1}\| \leq \frac{\|A^{-1}\|}{1 - \|A^{-1}\| \cdot \|\Delta A\|}$$

133 Entonces en ese caso $\Delta x = (A + \Delta A)^{-1} \cdot (\Delta b - \Delta A \cdot x)$ de tal manera que:

$$134 \quad \|\Delta x\| = \|(A + \Delta A)^{-1} \cdot (\Delta b - \Delta A \cdot x)\|$$

$$135 \quad \leq \|(A + \Delta A)^{-1}\| \cdot \|(\Delta b - \Delta A \cdot x)\|$$

$$136 \quad \leq \|(A + \Delta A)^{-1}\| \cdot (\|\Delta b\| + \|\Delta A \cdot x\|)$$

$$137 \quad \leq \|(A + \Delta A)^{-1}\| \cdot (\|\Delta b\| + \|\Delta A\| \cdot \|x\|)$$

138 Entonces dividiendo por $\|x\|$

$$139 \quad \text{Ecuación 10. } \frac{\|\Delta x\|}{\|x\|} \leq \|(A + \Delta A)^{-1}\| \cdot \left(\frac{\|\Delta b\|}{\|x\|} + \|\Delta A\| \right)$$

140 Usando la definición de norma de un operador en la ecuación 1, se tiene que $\|b\| \leq$
 141 $\|A\| \cdot \|x\|$

142 y por lo tanto $\|x\| \geq \|A\|^{-1} \|b\|$. Entonces sustituyendo en la ecuación 10 y luego
 143 usando la ecuación 9:

$$144 \quad \frac{\|\Delta x\|}{\|x\|} \leq \|(A + \Delta A)^{-1}\| \cdot \left(\frac{\|\Delta b\|}{\|x\|} + \|\Delta A\| \right)$$

$$145 \quad \leq \|(A + \Delta A)^{-1}\| \cdot \left(\frac{\|\Delta b\|}{\|A\|^{-1} \cdot \|b\|} + \|\Delta A\| \right)$$

$$146 \quad \leq \frac{\|A^{-1}\|}{1 - \|A^{-1}\| \cdot \|\Delta A\|} \cdot \left(\frac{\|\Delta b\|}{\|A\|^{-1} \cdot \|b\|} + \|\Delta A\| \right)$$

$$147 \quad \leq \frac{\|A^{-1}\|}{1 - \|A^{-1}\| \cdot \|\Delta A\|} \cdot \left(\frac{\|\Delta b\|}{\|b\|} + \frac{\|\Delta A\|}{\|A\|} \right)$$

148 Es decir,

$$149 \quad \text{Ecuación 11. } \frac{\|\Delta x\|}{\|x\|} \leq \frac{k(A)}{1 - k(A) \cdot \frac{\|\Delta A\|}{\|A\|}} \cdot \left(\frac{\|\Delta b\|}{\|b\|} + \frac{\|\Delta A\|}{\|A\|} \right)$$

150 Que es la desigualdad buscada.

151 Finalmente se pueden plantear las siguientes propiedades para hacer aplicaciones o
 152 ejemplos prácticos:

153 1.- $k(A) \geq 1, \quad AA^{-1} = I \Rightarrow \|A \cdot A^{-1}\| = \|I\| \Rightarrow \|A\| \cdot \|A^{-1}\| \geq 1$

154 2.- $k(A^{-1}) = k(A)$

159 3.- Si k es pequeña, la matriz está bien codicionada.
 160 Si k es grande, la matriz está mal codicionada.

161
 162 Y la norma matricial utilizada es:

163 **Ecuación 12. Norma infinita** $\|A\|_{\infty} = \max \sum_{j=1}^n |a_{i,j}|, i = 1, 2, \dots, n$

164
 165
 166 **3. Resultados y análisis**

167
 168 3.1 Ejemplo 1 tomado de (Ciarlet, P.G.(1995)):

169 Considérese el siguiente sistema de ecuaciones lineales $A\vec{x} = \vec{b}$ con:

170
$$A = \begin{pmatrix} 10 & 7 & 8 & 7 \\ 7 & 5 & 6 & 5 \\ 8 & 6 & 10 & 9 \\ 7 & 5 & 9 & 10 \end{pmatrix}, b = \begin{pmatrix} 32 \\ 23 \\ 33 \\ 31 \end{pmatrix}$$

171 Resolviendo por el método de Gauss, la solución del sistema es:

172
$$x = [1 \ 1 \ 1 \ 1]$$

173 Calculando el número de condición con la norma infinita: $k(A) = \|A\|_{\infty} \cdot \|A^{-1}\|_{\infty} =$
 174 $(33) \cdot (136) = 4488 \gg 1$. Por lo que el sistema está mal condicionado.

175 Ahora considérese que se tiene una variación o perturbación en \vec{b} dada por:

176
 177
$$\Delta b = \begin{pmatrix} 0.1 \\ -0.1 \\ 0.1 \\ -0.1 \end{pmatrix}, \text{ es decir, } b = \begin{pmatrix} 32.1 \\ 22.9 \\ 33.1 \\ 30.9 \end{pmatrix}$$

178
 179 Resolviendo por el método de Gauss, la solución del sistema es:

180
$$x = [9.2 \ -12.6 \ 4.5 \ -1.1]$$

181 Y como se puede observar, el resultado es muy significativo.

182 Entonces se tiene que el error relativo por la ecuación 7 es: $\frac{\|\Delta x\|}{\|x\|} \leq k(A) \cdot \frac{\|\Delta b\|}{\|b\|}$

183
$$\frac{\|\Delta x\|}{\|x\|} \leq k(A) \cdot \frac{\|\Delta b\|}{\|b\|} = \frac{13.6}{12.6} = 1.079 \times 100 = 107.9\% \leq 4488 \times \frac{0.1}{33.10} = 13.464 \times 100 =$$

184 1346.4%

185 La variación en el vector \vec{b} es muy superior comparado con el vector \vec{x} solución y
 186 además se cumple la desigualdad lo que indica plenamente que es un sistema mal
 187 condicionado. Y también se pueden utilizar las siguientes relaciones:

188
$$\frac{\|\Delta x\|_{\infty}}{\|x\|_{\infty}} \approx 1.079 \times 100 = 107.9\% \quad \frac{\|\Delta b\|_{\infty}}{\|b\|_{\infty}} = 0.00302 \times 100 = 0.302\%$$

189 Verificando lo planteado anteriormente.

190 Ahora consideremos que se tiene una variación o perturbación en la matriz A dada por:

191
 192
$$\Delta A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0.1 & 0.2 \\ 0.08 & 0.04 & 0 & 0 \\ 0 & 0.02 & 0.11 & 0 \\ 0.01 & 0.01 & 0 & 0.02 \end{pmatrix}, \text{ es decir, } A = \begin{pmatrix} 10 & 7 & 8.1 & 7.2 \\ 7.08 & 5.04 & 6 & 5 \\ 8 & 5.98 & 9.89 & 9 \\ 6.99 & 4.99 & 9 & 9.98 \end{pmatrix}$$

193
 194 Resolviendo por el método de Gauss, la solución del sistema es:

195 $x = [-81 \ 137 \ -34 \ 22]$

196

197 Como se puede ver, el resultado es muy significativo.

198 Entonces se tiene que el error relativo por ecuación 8 es: $\frac{\|\Delta x\|}{\|x+\Delta x\|} \leq k(A) \frac{\|\Delta A\|}{\|A\|}$

199 $\frac{\|\Delta x\|_{\infty}}{\|x\|_{\infty}} \leq k(A) \cdot \frac{\|\Delta A\|_{\infty}}{\|A\|_{\infty}} = \frac{13.6}{12.6} = 1.079 \times 100 = 107.9\% \leq 4488 \times \frac{0.1}{33.10} = 13.464 \times 100 =$
 200 1346.4%

201 La variación en la matriz A es muy inferior comparado con el vector \vec{x} solución y
 202 además se cumple la desigualdad lo que indica plenamente que es un sistema mal
 203 condicionado. Y también se pueden utilizar las siguientes relaciones:

204 $\frac{\|\Delta x\|_{\infty}}{\|x\|_{\infty}} \approx 0.9927 \times 100 = 99.27\% \quad \frac{\|\Delta A\|_{\infty}}{\|A\|_{\infty}} = 0.0061 \times 100 = 0.61\%$

205 Verificando lo planteado anteriormente.

206

207 3.2 Ejemplo 2. Considérese el siguiente sistema de ecuaciones lineales $A\vec{x} = \vec{b}$,
 208 tomado de Rodríguez Ojeda L. (2011):

209 $2.0x_1 + 4.0x_2 + 5.0x_3 = 220$

210 $6.0x_1 + 9.0x_2 + 8.0x_3 = 490$

211 $4.1x_1 + 5.0x_2 + 3.0x_3 = 274$

212 En notación matricial o vectorial $A\vec{x} = \vec{b}$:

213
$$\begin{bmatrix} 2.0 & 4.0 & 5.0 \\ 6.0 & 9.0 & 8.0 \\ 4.1 & 5.0 & 3.0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 220 \\ 490 \\ 274 \end{bmatrix}$$

214 Al resolver el sistema por un método directo de Gauss se obtiene el resultado:

215 $x = [40.0 \ 10.0 \ 20.0]$

216 Calculando el número de condición con norma infinita: $k(A) = \|A\|_{\infty} \cdot \|A^{-1}\|_{\infty} = (23) \cdot$
 217 $(33.3077) = 766.07 \gg 1$. Por lo que el sistema está mal condicionado.

218 El sistema solo presenta variaciones en la matriz A :

219 $\Delta A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0.1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$, es decir, $A = \begin{pmatrix} 2.0 & 4.0 & 5.0 \\ 6.0 & 9.0 & 8.0 \\ 4.2 & 5.0 & 3.0 \end{pmatrix}$

220 Resolviendo por el método de Gauss, la solución del sistema es:

221 $x = [20.0 \ 31.53 \ 10.76]$

222 Que difiere bastante de la solución sin variación en la matriz A .

223 Entonces se tiene que el error relativo por ecuación 8 es:

224 $\frac{\|\Delta x\|_{\infty}}{\|x\|_{\infty}} \leq k(A) \cdot \frac{\|\Delta A\|_{\infty}}{\|A\|_{\infty}} = \frac{13.6}{12.6} = 1.079 \times 100 = 107.9\% \leq 4488 \times \frac{0.1}{33.10} = 13.464 \times 100 =$

225 1346.4%. La variación en la matriz A es muy inferior comparado con el vector \vec{x} solución
 226 y además se cumple la desigualdad lo que indica plenamente que es un sistema mal
 227 condicionado. Y también se pueden utilizar las siguientes relaciones:

228 $\frac{\|\Delta x\|_{\infty}}{\|x\|_{\infty}} \approx 0.6828 \times 100 = 68.28\% \quad \frac{\|\Delta A\|_{\infty}}{\|A\|_{\infty}} = 0.0043 \times 100 = 0.43\%$

229 La variación en el vector solución es muy superior a la variación de la matriz de
 230 coeficientes. Y se concluye que el sistema está mal condicionado. Verificando lo
 231 planteado anteriormente.

232

233

234

235 3.3 Ejemplo 3. Un sistema bien condicionado y uno mal condicionado, tomado de Skiba

236 Yuri N.(2019):

237 $Ax = b \Rightarrow a) \begin{bmatrix} 8 & -5 \\ 4 & 10 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 14 \end{bmatrix}$ y $b) \begin{bmatrix} 0.66 & 3.34 \\ 1.99 & 10.01 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 12 \end{bmatrix}$

238 Resolviendo ambos sistemas por Gauss el resultado es:

239

$$x = [1, 1]$$

240 a) Si se introduce una variación en el primer sistema: $\Delta b = [-0.04, -0.06]$ en b es

241 decir, $b = [2.96 \quad 13.94]$

242 Resolviendo el sistema por Gauss el resultado es:

243

$$x = [0.9930 \quad 0.9968]$$

244 b) Si se introduce una variación en el segundo sistema: $\Delta b = [-0.04, -0.06]$ en b es

245 decir, $b = [3.96, \quad 11.94]$

246 Resolviendo el sistema por Gauss el resultado es:

247

$$x = [6.00, 0.00]$$

248 El número de condición para el sistema con norma infinita es a): $k(A) =$

249 $\|A\|_{\infty} \|A^{-1}\|_{\infty} = 2.10$

250 El número de condición para el sistema con norma infinita es: $k(A) =$

251 $\|A\|_{\infty} \|A^{-1}\|_{\infty} = 4005$

252 Lo que verifica que el número de condición de a) es muy cercano a la unidad y por lo
253 tanto el sistema está bien condicionado, y el número de condición de b) es muy grande
254 y por lo tanto el sistema está mal condicionado. Se utilizó la norma infinita para realizar
255 los cálculos analíticos.

256

257 4. Conclusiones

258

259 Para que un sistema de ecuaciones lineales se mantenga estable, el número de
260 condición matricial ayuda a saber si un sistema está bien o mal condicionado. Sobre
261 todo, cuando se utilizan algoritmos directos sencillos, como es el caso del algoritmo de
262 Gauss y el que resulta un tanto deficiente e inestable para calcular la solución de un
263 sistema de manera eficiente y segura. Y se puede ver que, al variar ligeramente los
264 coeficientes, tanto del vector \vec{b} como de la matriz \vec{A} , se producen resultados bastante
265 significativos, lo que repercute en la solución del sistema de ecuaciones lineales. Y si
266 resulta que el número de condición es pequeño, el sistema tendrá variaciones
267 pequeñas y por lo tanto el sistema estará bien planteado; por lo contrario, si el sistema
268 presenta el número de condición muy grande, el sistema estará mal planteado.

269 En un futuro trabajo, se pueden refinar estos procedimientos, utilizando el método de
270 Gauss-Jordan, para mejorar la solución de un sistema de ecuaciones lineales, sobre
271 todo de aquellos que pudieran presentar variaciones en sus coeficientes.

272

273

274

275

276

277 **Referencias**

278

279 **Libros**

- 280 • Ciarlet, P.G.(1995) Introduction to Numerical Linear Algebra and Optimization.
281 Cambridge, Cambridge Univerty Press.

282

283

284 **Capítulo de libros**

- 285 • Rodríguez Ojeda L.(2011) Análisis Numérico Básico. Un enfoque algorítmico
286 con el soporte de MATLAB.Métodos directos para resolver sistemas de
287 ecuaciones lineales. Sistemas Mal Condicionados (pp. 71-77). Guayaquil,
288 Ecuador.

- 289 • Bashier Eihab B.M.(2020) Practical Numerical and Scientific Computing with
290 MATLAB and Python. Condition Numbers and Ill-Conditional Matrices (pp. 67-
291 70) CRC Press, A Chapman &Hall Book. U.S.A.

292

293

293 **Revistas**

- 294 • Skiba Yuri N.(2019). Número de Condición de una Matriz y Métodos de su
295 Evaluación. Contactos, Revista de Educación en Ciencias e Ingeniería. No.
296 114(32-43).

297

298

299

1 EXPLORACIÓN Y CUANTIFICACIÓN DE HABILIDADES BLANDAS 2 EN UNIVERSITARIOS DE CIENCIAS DURAS: UN ESTUDIO DE CASO

3 Jorge Javier Jiménez Zamudio *¹ Jeanett López García
4 *Facultad de Estudios Superiores Acatlán, UNAM.*

5
6 IP-POSM028
7

8 Resumen

9 *El éxito de un profesionista en el desarrollo de sus funciones y de su vida depende de dos tipos de*
10 *habilidades: las blandas y las duras. De acuerdo con Charoensap-Kelly et al (2015), las habilidades*
11 *conocidas como duras se refieren al conocimiento y destrezas relacionadas con las capacidades que*
12 *los trabajadores necesitan para desempeñar sus deberes de manera efectiva; entre ellas, la experiencia*
13 *técnica y el conocimiento requerido para un trabajo específico (como saberes matemáticos,*
14 *alfabetización informática, operaciones de equipos, etc.). Marrero y Mohamed (2018) hacen hincapié en*
15 *que las habilidades blandas son las competencias para este milenio, que son los atributos o capacidades*
16 *que permiten a una persona desempeñarse en su trabajo de manera efectiva con base en su desarrollo*
17 *del lado emocional y favorece la interacción que el individuo realiza con el resto del personal en un*
18 *entorno; es decir, son las capacidades para empleos del futuro y que se consideran necesarias inclusive*
19 *para trabajos que posiblemente aún no existen. Las habilidades blandas son constructos difíciles de*
20 *cuantificar y generalmente se describen con escalas cualitativas. Charoensap-Kelly, et al (2015) señalan*
21 *que éstas están estrechamente asociadas con la inteligencia emocional. López y Lozano (2021) apuntan*
22 *que las habilidades blandas, también llamadas no-cognitivas, no son innatas del ser humano, sino que*
23 *son adquiridas. Cabe entonces la pregunta de investigación sobre ¿si son suficientes las habilidades*
24 *blandas que han desarrollado los estudiantes al ingresar al cuarto semestre de una licenciatura del área*
25 *de ciencias físico-matemáticas y de las ingenierías o las universidades deben desarrollarlas? Este*
26 *trabajo de investigación, a través de autoinformes, explora y cuantifica la presencia de variables no*
27 *cognitivas tales como: perseverancia, voluntad de trabajo, resiliencia, autocontrol y metacognición en*
28 *dos generaciones de universitarios de ciencias exactas o duras.*

29
30 **Palabras clave:** *habilidades blandas, perseverancia, resiliencia, autocontrol, metacognición.*

31 32 1. Introducción

33 1.1 Retos para la formación de nuevos profesionistas

34 Marrero y Mohamed (2018, p. 2) señalan que los empleadores de este milenio exigen
35 profesionales con competencias que vayan más allá del saber hacer y que
36 corresponden a las habilidades identificadas como duras. Es decir, se busca que sus
37 empleados sean capaces de adaptarse a las necesidades emergentes derivadas de
38 un mundo cambiante.

39 De Campos *et al.* (2020, pp. 1504-1505) manifiestan que las habilidades blandas
40 comprenden comportamientos tales como responsabilidad social, creatividad, ética e
41 inteligencia emocional, entre otros; asimismo agregan que organizaciones tales como

1 *jzamudio02@yahoo.com Tel. 55-54-51-73-20

42 la Academia Nacional de Ingeniería (NAE por sus siglas en inglés) y el Consejo de
43 Acreditación de Ingeniería y Tecnología (ABET), han tomado medidas proactivas para
44 impulsar el desarrollo de habilidades sociales en Ingeniería, no obstante, aún falta
45 comprender qué habilidades blandas tienen un mayor impacto en cada carrera o
46 campo, esencialmente en los campos de Ciencia, Tecnología, Ingeniería y
47 Matemáticas.

48

49 1.2 Definición de los constructos de las habilidades blandas evaluadas

50 Con base en una revisión de algunos teóricos, Jiménez (2023, pp. 65-67) propone las
51 siguientes definiciones: (i) *perseverancia* es la determinación de mantener por largo
52 tiempo una acción voluntariamente con objeto de alcanzar un objetivo a pesar de los
53 obstáculos, las dificultades o el desánimo; (ii) *voluntad de trabajo* es la capacidad de
54 los estudiantes de comprometerse a realizar una actividad desde su inicio, y mantener
55 la intención de concluirla, superando los obstáculos que se llegasen a presentar; (iii)
56 *resiliencia* es la capacidad humana que permite a un individuo sobreponerse y tener
57 éxito frente a la adversidad, con base en sus recursos internos, sus experiencias y su
58 entorno; (iv) *autocontrol* es la capacidad de los individuos para controlar las acciones,
59 pensamientos o emociones impulsivas o no planificadas y adaptarse o sobreponerse,
60 consciente y esforzadamente, a impulsos o tendencias no deseadas; (v)
61 *metacognición* es la capacidad del estudiante de reflexionar, comprender, controlar y
62 evaluar un aprendizaje en forma autónoma.

63 1.3 Objetivo de la investigación

64 Con base en la aseveración de López y Lozano (2021) que apuntan que las habilidades
65 blandas, también llamadas no-cognitivas, no son innatas del ser humano sino que son
66 adquiridas, este trabajo de investigación explora y cuantifica la presencia de las
67 variables: perseverancia, voluntad de trabajo, resiliencia, autocontrol y metacognición,
68 en dos generaciones de universitarios de ciencias duras para determinar cuáles de
69 ellas corresponden a áreas de oportunidad institucional y ofrecer en forma optativa
70 talleres, cursos o seminarios que coadyuven y enriquezcan algunos de los rasgos que
71 potencien la posibilidad de éxito de las personas, en sus roles de estudiantes y
72 egresados. La presencia de las habilidades blandas a evaluar permite analizar dos
73 momentos en la vida de los encuestados: (i) intramuros: pronostica los riesgos de
74 deserción; y (ii) extramuros: augura el éxito de su inserción en el mercado laboral.

75

76 2. Metodología o desarrollo

77 La investigación corresponde a un estudio empírico, cuantitativo, longitudinal,
78 exploratorio-descriptivo, y aspira obtener un panorama hermenéutico. La unidad de
79 muestreo la conformaron estudiantes universitarios de dos generaciones consecutivas
80 que cursaban la asignatura de Cálculo Vectorial en el cuarto semestre de la
81 licenciatura en Matemáticas Aplicadas y Computación de la UNAM.

82 La recolección de datos se realizó en dos momentos: (i) el primero correspondiente al
83 último año de clases virtuales debido a la pandemia de COVID-19 y; (ii) al año
84 inmediato al reinicio de clases presenciales. Si bien la muestra fue indicativa, no
85 probabilística, de acuerdo con Hernández-Sampieri, Fernández y Baptista (2014, pp.

86 189-190), los estudios exploratorios, como el presente, frecuentemente emplean
 87 muestras no probabilísticas. Para la unidad de muestreo, no se consideró el año de
 88 ingreso a la licenciatura. El tamaño de la muestra fue de 143 estudiantes. La recogida
 89 de datos se realizó mediante un cuestionario de autoinforme de elaboración propia,
 90 tipo Likert con cinco categorías, de igual peso cuantitativo, con cinco dimensiones
 91 (habilidades blandas o variables no cognitivas) y 76 ítems²; para la primera muestra
 92 se utilizó una herramienta en línea y para la segunda generación, la captación de datos
 93 fue en forma presencial.

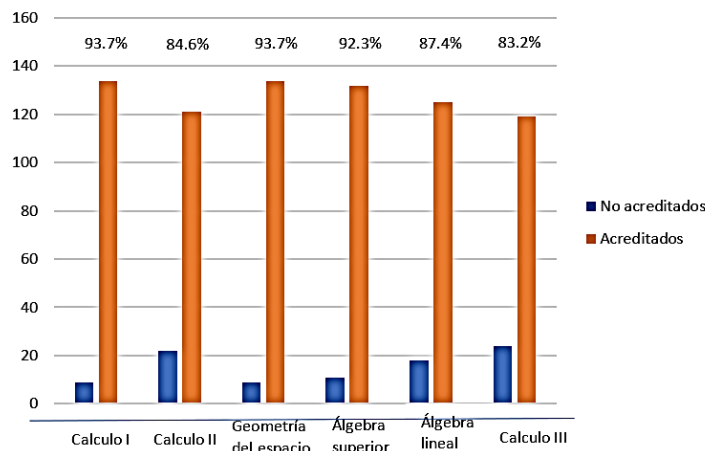
94 La clasificación teórica de datos se realizó considerando lo deseable de los rasgos no
 95 cognitivos evaluados y se contrastó con la distribución de datos evaluados
 96 empíricamente. La clasificación teórica propuesta contempla las siguientes categorías:
 97 (i) *Excelente* para puntuaciones comprendidas en el intervalo cerrado del 85 al 100%
 98 de presencia del *atributo*; (ii) *Aceptable* para $70 \leq \text{atributo} < 85\%$; (iii) *Regular* para 55
 99 $\leq \text{atributo} < 70\%$; (iv) *Deficiente* para $40 \leq \text{atributo} < 55\%$; *Alarmante* para $0 \leq \text{atributo}$
 100 $< 40\%$.

101

102 3. Resultados y análisis

103 3.1 Rasgos académicos de la muestra

104 La población encuestada, en principio, se podría conceptualizar como competente,
 105 pues casi no presenta adeudos en materias de contenido matemático de los tres
 106 semestres iniciales de la licenciatura, Gráfica 1.



107

108 **Gráfica 1. Acreditación de materias antecedentes a Cálculo Vectorial (elaboración propia)**

109 3.2 Estadísticos descriptivos de la distribución de la muestra

110 Dado que la investigación corresponde a un estudio de caso, se ha considerado
 111 importante caracterizar al estudiantado que conformó la muestra. Así, con base en las
 112 cinco escalas validadas psicométricamente por Jiménez (2022) con relación a las
 113 habilidades blandas se obtuvieron los resultados que se muestran en la Tabla 1.

114

² Para más información sobre el cuestionario, consultar Jiménez (2020).

115

116

117

Tabla 1. Estadísticos descriptivos de las habilidades blandas o rasgos no cognitivos (elaboración propia)

<i>Habilidad blanda</i>	<i>Perseverancia</i>	<i>Voluntad de trabajo</i>	<i>Resiliencia</i>	<i>Auto-control</i>	<i>Meta-cognición</i>	Conjunto de habilidades blandas
Estadístico						
Puntuación máxima	60	80	60	70	110	380
Media	6.413	55.874	42.790	44.965	76.245	76.245
Desviación estándar	6.413	7.943	6.554	5.585	12.845	76.245

118

119 3.3 Distribución de frecuencias absolutas de la muestra con base en la propuesta
 120 teórica

121 En la Tabla 2 se presenta la distribución por intervalos de las frecuencias absolutas de
 122 la muestra.

123

124

Tabla 2. Distribución de frecuencias absolutas de la muestra con base en la propuesta teórica (elaboración propia)

<i>Habilidad blanda</i>	<i>Perseverancia</i>	<i>Voluntad de trabajo</i>	<i>Resiliencia</i>	<i>Auto-control</i>	<i>Meta-cognición</i>	Conjunto de habilidades blandas*
Propuesta teórica por intervalos						
85 ≤ Excelente ≤ 100%	16	6	13	1	14	10
70 ≤ Aceptable < 85%	61	67	75	40	55	60
55 ≤ Regula < 70%	55	59	43	80	61	60
40 ≤ Deficiente < 55%	11	10	12	22	10	13
85 ≤ Alarmante ≤ 100%	0	1	0	0	3	1

*La columna corresponde a la media aritmética de los cinco rasgos evaluados. Las demás columnas contienen el dato de estudiantes comprendidos en el intervalo.

125

126 3.4 Distribución de frecuencias relativas de la muestra con base en la propuesta teórica
 127 Con objeto de comparar los datos empíricos con la propuesta teórica, las frecuencias
 128 absolutas se transformaron a frecuencias relativas, Tabla 3.

129

130

131

132

133

134

135

136

Tabla 3. Distribución de frecuencias relativas de la muestra con base en la propuesta teórica (elaboración propia)

<i>Habilidad blanda</i>	<i>Perseverancia</i>	<i>Voluntad de trabajo</i>	<i>Resiliencia</i>	<i>Auto-control</i>	<i>Meta-cognición</i>	Conjunto de habilidades blandas*
Propuesta teórica por intervalos						
85 ≤ Excelente ≤ 100%	11.2%	4.2%	9.1%	0.7%	9.8%	6.99%
70 ≤ Aceptable < 85%	42.7%	46.9%	52.4%	28.0%	38.5%	41.68%
55 ≤ Regula < 70%	38.5%	41.3%	30.1%	55.9%	42.7%	41.68%
40 ≤ Deficiente < 55%	7.7%	7.0%	8.4%	15.4%	7.0%	9.09%
0 ≤ Alarmante < 40%	0.0%	0.7%	0.0%	0.0%	2.1%	0.56%

*El porcentaje de esta columna se deriva de la media aritmética de la Tabla 2

137

138 3.5 Análisis de los resultados

139 Considerando que la población es de aproximadamente 280 estudiantes y el
 140 instrumento de recogida de datos se aplicó a 143, no obstante, de que la muestra no
 141 fue aleatoria, el número de participantes fue adecuado, de acuerdo con las
 142 sugerencias dadas por Israel (1992), Tabla 4, a un nivel de confianza del 95%.

143

Tabla 4. Parámetros para la determinación del tamaño de muestra (Israel, 1992, p. 3).

Sample size for ±5%, ±7% and ±10% Precision
 Levels Where Confidence Level is 95% and P=.5.

Size of Population	Sample Size (n) for Precision (e) of:		
	±5%	±7%	±10%
100	81	67	51
125	96	78	56
150	110	86	61
175	122	94	64
200	134	101	67
225	144	107	70
250	154	112	72

144

145

146 Si bien, las cinco habilidades blandas son importantes en la vida de los encuestados,
 147 tanto como estudiante y como egresado, algunas de éstas podrían ser consideradas
 148 como más relevantes de acuerdo con el estatus de la persona.

149 Los indicadores más relevantes para mantenerse con éxito en sus estudios
 150 profesionales y no desertar corresponden a las variables: perseverancia, resiliencia y
 151 metacognición. Así, de acuerdo con la Tabla 3, la variable *resiliencia* que podría
 152 implicar la posibilidad de que el estudiante se sobreponga a materias no acreditadas,
 153 se presenta en un 61.5% en los intervalos de *aceptable* y *excelente*; para

154 *perseverancia*, habilidad necesaria para mantenerse enfocado en las metas, el
155 resultado fue un poco menos alentador, pues sólo se obtuvo el 53.9% en los dos
156 intervalos superiores; pero la situación más crítica se presenta para *metacognición*
157 pues sólo el 48.3% de la muestra se encuentra en la clasificación de *aceptable* y
158 *excelente*, lo cual es significativo por tratarse del área de matemáticas y que podría
159 implicar la tendencia a la no acreditación.

160 Respecto a las variables para augurar una inserción y permanencia exitosa en el
161 ámbito profesional corresponden a: *voluntad de trabajo* y *autocontrol*. Así, una vez más
162 con base en la Tabla 3, para *voluntad de trabajo* se alcanzó el 51.1% entre los
163 intervalos de *aceptable* y *excelente*, en tanto que para *autocontrol* la situación es
164 crítica, pues sólo el 28.7% de la muestra se encuentra en los dos niveles superiores,
165 y lo cual podría implicar que los estudiantes no sean capaces de concentrarse en sus
166 estudios debido a distractores propios de la vida social o incapacidad de manejar sus
167 tiempos.

168 El resultado en conjunto de las cinco habilidades blandas evaluadas muestra que el
169 48.67% de los encuestados se encuentra en las categorías de *aceptable* y *excelente*.
170 Respecto a la carencia de habilidades blandas el porcentaje de estudiantes en
171 situación *alarmante* es casi nulo.

172 Dado la importancia que la distribución normal tiene para predecir si las proporciones
173 de una población caerán en cierto rango, y la posibilidad de aplicación de otras pruebas
174 paramétricas, por ejemplo, las Post Hoc, ANOVA y t para muestras independientes, se
175 consideró conveniente realizar la prueba de normalidad. El resultado de la prueba de
176 Shapiro-Wilk se muestra en la Tabla 5. Los resultados de la muestra se distribuyeron
177 de acuerdo a lo esperado para una distribución normal, con base a su nivel de
178 significancia mayor a 0.05; excepto la habilidad blanda *resiliencia*, pues no obstante
179 mostrar un valor alto de correlación entre las frecuencias acumuladas y la recta de
180 normalidad, su valor fue menor a 0.05 que sugiere un problema respecto a la hipótesis
181 de normalidad.

182 Adicionalmente, en la Gráfica 2 se muestran los histogramas de frecuencia y la
183 correlación entre la distribución acumulada de cada variable y la recta de normalidad.

184 **Tabla 5. Resultados de la prueba de normalidad (elaboración propia)**

	Shapiro-Wilk		
	Estadístico	gl	Sig.
Metacognición	.984	143	.103
Resiliencia	.976	143	.013
Autocontrol	.985	143	.130
VoluntadTrabajo	.985	143	.130
Parseverancia	.989	143	.357
ConjuntoDimensiones	.983	143	.068

185
186

187

188

189

190

191

192

193

194

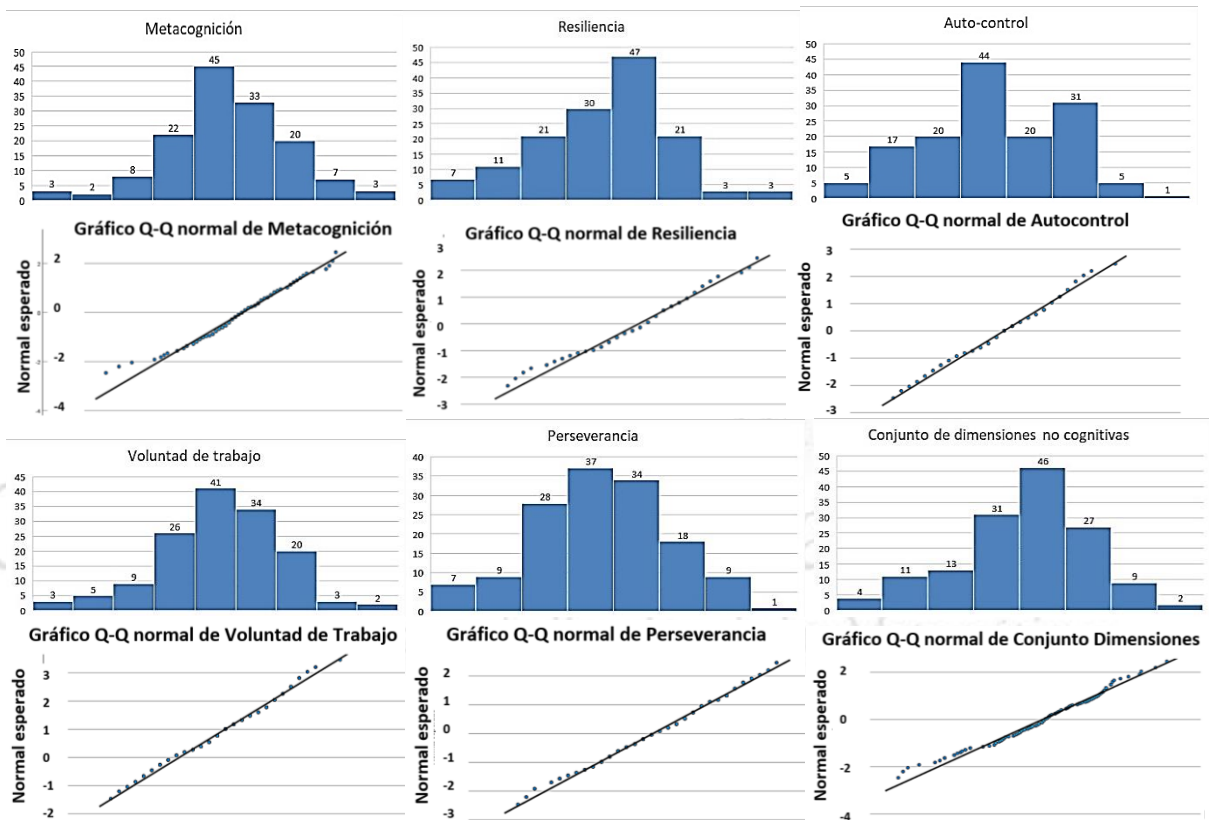
195

196

197

198

199



Gráfica 2. Histogramas de frecuencia y correlación de los datos observados y la recta de normalidad (elaboración propia)

4. Conclusiones

La investigación sí permitió explorar y cuantificar la presencia de las habilidades blandas identificadas como perseverancia, voluntad de trabajo, resiliencia, autocontrol y metacognición en estudiantes universitarios del área de ciencias duras.

De acuerdo con los resultados, es necesaria una intervención educativa institucional para subsanar las deficiencias, que en mayor o menor grado, presentaron los estudiantes en la muestra. En caso necesario, se deberán desarrollar materiales y estrategias, a la par de capacitar personal especializado para su óptima aplicación.

Los resultados corresponden a una primera aproximación para determinar la presencia de ciertas habilidades blandas, por lo que a futuro se proyecta la aplicación a una tercera cohorte.

Falta aún determinar los pesos específicos de cada una de las habilidades blandas evaluadas, para determinar cuáles tienen mayor influencia, al menos en las actividades intramuros.

213 La distribución de los datos de la muestra presentó una distribución normal, lo cual
214 permitirá la aplicación a futuro de otras pruebas paramétricas.

215

216 **5. Índice de referencias**

217 De Campos, D. B., de Resende, L. M. M., & Fagundes, A. B. (2020). The Importance
218 of Soft Skills for the Engineering. *Creative Education*, **11**, 1504-1520. Disponible en
219 <https://doi.org/10.4236/ce.2020.118109>

220 Charoensap-Kelly, P., Broussard, L. & Lindsly, M. (2015). Evaluation of a Soft Skills
221 Training Program. *Business and Professional Communication Quarterly*. Volume 79,
222 Issue 2, 1–26. Disponible en <https://doi.org/10.1177/2329490615602090>

223 Hernández-Sampieri, R., Fernández C. y Baptista, M. (2014). *Metodología de la*
224 *Investigación* (6ª ed.). McGraw-Hill / Interamericana

225 Israel, D. (1992). Determining Sample Size. Reviewed June 2003. *University of Florida*.
226 *IFAS Extensión*, 1-5. <http://edis.ifas.ufl.edu>

227 Jiménez, J. (2022). *Elaboración y validación de una escala de autoinforme de*
228 *habilidades no cognitivas predictora del logro educativo en matemáticas*. Jorge Javier
229 Jiménez Zamudio; Universidad Anáhuac. Tesis de doctorado. Universidad Anáhuac,
230 México

231 López, L. y Lozano, C. (2021). Las habilidades blandas y su influencia en la
232 construcción del aprendizaje significativo. *Ciencia Latina* 5, 6. 1-10. En
233 https://doi.org/10.37811/cl_rcm.v5i6.1129 p10829

234 Marrero, O. y Mohamed, R. (2018). Habilidades blandas: necesarias para la formación
235 integral del Estudiante universitario. *Ecociencia. Edición Especial*. 1-18. En
236 <https://revistas.ecotec.edu.ec/index.php/ecociencia/article/view/144>

ELECTROMAGNETISMO Y LOS NÚMEROS COMPLEJOS

Pedro Guzmán Tinajero^{1*}, Aide Castro Fuentes², Celina Elena Urrutia Vargas³,
Víctor Hugo Hernández Gómez⁴

¹⁻⁴ *Facultad de Estudios Superiores Cuautitlán. Carretera Cuautitlán Teoloyucan Km
2.5. Cuautitlán Izcalli Estado de México. C.P. 54714*

AP-POSM029

Resumen

Los números complejos son muy utilizados en electromagnetismo, basta recordar el concepto de reactancia capacitiva, reactancia inductiva y resistencia para eslabonar un número complejo llamado impedancia.

La intención de este artículo es el análisis de los números complejos desde una formulación práctica a través del manejo de la impedancia en un circuito RCL.

Esto permitirá a los alumnos entender de manera directa la importancia de las formulaciones complejas en ingeniería.

Palabras clave: *Electromagnetismo, Complejos, Ingeniería, Impedancia, Física, Matemáticas.*

1. Introducción

La Facultad de Estudios Superiores Cuautitlán (FESC), cuenta con una población estudiantil aproximada de 18,000 alumnos, siendo la primera escuela que salió del campus de Ciudad Universitaria, de la Universidad Nacional Autónoma de México, para atender las necesidades educativas del Norte del área metropolitana y del Estado de México. Fue fundada el 22 de abril de 1974 en el Municipio de Cuautitlán Izcalli en el Estado de México.

La FESC cuenta con una estructura departamental y un orden matricial, por lo que un mismo departamento académico atiende a diferentes carreras. Uno de los Departamentos que atiende varias carreras dentro de la FESC es el Departamento de Física. Los profesores que integran el Departamento han trabajado desde hace varios años en Claustros del conocimiento.

Actualmente el Claustro de Teoría Electromagnética se encuentra integrado por los siguientes académicos:

Ing. Baruch Arriaga Morales, Ing. Eduardo Carrizales Ramírez, Ing. Aide Castro Fuentes, Ing. Juan Rogelio Castro Sánchez, Ing. Lucía García Luna, Dr. Pedro Guzmán Tinajero, Dr. Ramón Osorio Galicia, Ing. Ángel Rueda Ángeles, Ing. César Rueda Ángeles, Ing. Antonio Serrano Aponte, Ing. Ana María Terreros de la Rosa y Dr. Víctor Hugo Hernández Gómez, Carlos González Hernández y Gilberto González Ortíz.

^{1*} Autor para la correspondencia. E-mail: pgconacyt@gmail.com. Tel. 56231887

47 El objetivo de este trabajo es mostrar la importancia de los números complejos en el
48 electromagnetismo y cómo se afronta la enseñanza de este concepto a través de la
49 experimentación en las materias de Física, específicamente Electricidad y Magnetismo
50 y Teoría electromagnética.

51 La asignatura de Electricidad y Magnetismo se imparte en el tercer semestre de las
52 carreras de Ingeniero en Telecomunicaciones Sistemas y Electrónica, Ingeniero
53 Mecánico Electricista e Ingeniero Industrial. Es una materia obligatoria y cuenta con
54 11 créditos ya que su naturaleza es teórico - práctica. Es decir, cuenta con una parte
55 experimental que se imparte en el laboratorio.

56
57 La asignatura de Teoría Electromagnética se imparte en el quinto semestre de la
58 carrera de Ingeniero en Telecomunicaciones Sistemas y Electrónica. Es una materia
59 obligatoria y cuenta con 10 créditos ya que su naturaleza es teórico - práctica. Es decir,
60 cuenta con una parte experimental que se imparte en el laboratorio.

61
62 En las asignaturas de Electricidad y Magnetismo y Teoría Electromagnética, uno de
63 los temas a desarrollar es el manejo de impedancias tanto para circuitos eléctricos
64 como para líneas de transmisión respectivamente.

65
66 Por todo lo anterior, se decidió trabajar de manera colegiada para desarrollar un
67 experimento que permitiera a los alumnos y alumnas, comprender el tema de los
68 números complejos en el electromagnetismo. Considerando temas como la reactancia,
69 la impedancia y la impedancia característica de una línea.

70 71 1.1 Objetivo

72 Mostrar la importancia de los números complejos en el electromagnetismo y cómo se
73 afronta la enseñanza de este concepto a través de la experimentación en las materias
74 de Física, específicamente Electricidad y Magnetismo y Teoría electromagnética.
75 Considerando para ello temas como reactancia, impedancia e impedancia
76 característica.

77 78 1.2 Problema

79 Se requiere un experimento que explique de manera objetiva la utilidad de los números
80 complejos a través de la experimentación en las materias de Física, específicamente
81 Electricidad y Magnetismo y Teoría electromagnética. Considerando para ello temas
82 como reactancia, impedancia e impedancia característica.

83 84 85 1.3 Hipótesis

86 Si se cuenta con un experimento que demuestre de manera objetiva la utilidad de los
87 números complejos en el electromagnetismo, los alumnos y alumnas, alcanzaran una
88 mayor comprensión del tema. Favoreciendo con ello el incremento de sus
89 calificaciones.

90 1.4 Estado del Arte

91

92 1.4.1 Números complejos

93

94 Cuando hablamos de números complejos, hacemos referencia a aquellos elementos
95 que poseen una componente real y una imaginaria. Ésta última denotada por i o bien
96 j (en ingeniería se utiliza j para no confundirla con la intensidad de corriente eléctrica).
97 De tal forma que, de manera general, se pueden describir una situación compleja como
98 se muestra en la Ec. (1)

99

100 **Ecuación 1.** $Z = a + bj$

101

102

103 1.4.2 Números imaginarios

104

105 Según Ramírez (2019), la primera mención de un número imaginario se produce en el
106 año 75 d.C. en el libro estereometría escrito por el griego Herón de Alejandría, al querer
107 calcular la altura de una pirámide trunca. El mismo autor indica que el italiano
108 Gerolamo Cardano fue el primer autor en introducir el concepto de una raíz negativa y
109 que fue René Descartes el responsable de darle a esta expresión el mote de números
110 imposibles o imaginarios, por no pertenecer a los números reales.

111

112 Convencionalmente los números imaginarios se denotan por no tener raíz par,
113 considerando el clásico ejemplo el número negativo -1 . Ver Ec. (2)

114

115 **Ecuación 2.** $j = \sqrt[2]{-1}$

116

117 Sin embargo, considerando aplicaciones en ingeniería, podemos utilizar el número
118 imaginario para simbolizar aquello que de principio no debería ocurrir, pero ocurre.
119 Como es el caso de las reactancias tanto capacitivas como inductivas tanto en circuitos
120 eléctricos como en líneas de transmisión.

121

122

123

124 1.4.3 Capacitor y capacitancia

125

126 El capacitor es un dispositivo eléctrico conformado por dos superficies equipotenciales
127 y separado por un medio dieléctrico (no conductor) entre ellas. Posee la particularidad
128 de almacenar cargas cuando se conecta en corriente continua y trabajar como un filtro
129 cuando se conecta a la corriente alterna. Antiguamente solo se consideraban dos
130 placas paralelas separadas por un dieléctrico en la definición, sin embargo, en la
131 actualidad resulta necesario actualizar tal definición ya que puede hablarse de
132 microcintas, micro capacitores y nano capacitores extendiendo la definición a cualquier
133 superficie equipotencial, incluso a nivel molecular.

134 La capacitancia por su parte puede entenderse como: la capacidad que tiene un
135 capacitor de almacenar carga eléctrica en sus superficies equipotenciales. Sin
136 embargo, surge la pregunta obligada ¿Cómo es que el capacitor se carga si se
137 encuentra separado por un medio dieléctrico?

138

139 Esta interrogante estuvo vigente hasta que, primero Faraday de manera experimental
140 y posteriormente Maxwell, en forma teórica, determinaron la posibilidad de que la carga
141 eléctrica se pudiera transmitir aún en medios no conductores. Llamando a este
142 fenómeno corriente de desplazamiento por encontrarse en un medio dieléctrico,
143 encontrando que era generada por una variación del campo eléctrico en el tiempo. Ver
144 Ec (3). Lo cual abrió el panorama para que Tesla, posteriormente, investigara a fondo
145 el uso de una corriente variable en el tiempo.

146

147

Ecuación 3. $\frac{\delta \epsilon \vec{E}}{\delta t}$

148

149

150 1.4.4 Inductor e inductancia

151

152 El inductor es un elemento eléctrico conformado por un alambre conductor enrollado.
153 Cuando se le alimenta con corriente continua tiende a comportarse como un corto
154 circuito, produciendo como demostró Oersted un campo magnético a su alrededor de
155 acuerdo a la ley de la mano derecha.

156

157 Sin embargo, cuando a un inductor se le alimenta con corriente alterna, produce una
158 carga y descarga oscilatoria capaz de generar radiación magnética. Si se aproxima
159 una segunda bobina, sin necesidad de una conexión física, ésta última recibirá la
160 energía magnética, transformándola nuevamente en corrientes y voltaje. Como lo
161 determinó experimentalmente Faraday. Ver Ec. (4)

162

163

164

Ecuación 4. $V = -\frac{d}{dt} \iint \vec{B} \cdot d\vec{s}$

165

166

167 1.4.5 Reactancia eléctrica

168

169 La reactancia eléctrica es el valor en unidades de Ohm, de la oposición que presenta
170 un capacitor o un inductor al paso del flujo de cargas cuando se le alimenta con un
171 voltaje de corriente alterna. Existen reactancias tanto capacitivas X_C como inductivas
172 X_L , en ambos casos afectadas por la frecuencia angular ω , estos valores son
173 representados por números imaginarios enmarcados por la letra j (no se utiliza i, para
174 no confundirla con la intensidad de corriente eléctrica), es interesante apuntar que la
175 reactancia capacitiva y la reactancia inductiva se presentan con signos opuestos, lo

176 que brinda la oportunidad de su anulación en la suma algebraica produciendo el
177 fenómeno conocido como resonancia, Ver Ecs. (5) – (6)

178

179

$$\text{Ecuación 5. } X_L = j \omega L$$

180

181

$$\text{Ecuación 6. } X_C = -j \frac{1}{\omega C}$$

182

183 La reactancia eléctrica representa entonces la “resistencia imaginaria” que posee un
184 capacitor o un inductor al conectarse a la corriente alterna. Se debe recordar que la
185 presencia de la alternancia se encuentra en la variación angular ω , pues ésta está
186 conformada por la frecuencia de la onda y la relación de 2π . Ver Ec. (7)

187

188

$$\text{Ecuación 7. } \omega = 2\pi f$$

189

190 1.4.6 Resistor y resistencia

191

192 El resistor es un elemento eléctrico que de manera convencional se define como todo
193 aquel material que se opone al paso de la corriente eléctrica. Sin embargo, este
194 concepto de oposición no es tan real. Porque con la excepción de un circuito abierto,
195 un resistor si deja pasar la corriente eléctrica, pero a cambio “se queda con algo”, por
196 lo tanto, parece más a la acción de una caseta de peaje que a la obstrucción de un
197 camino en su equivalente motriz. (Guzmán, 2022), este “cobro” es lo que llamamos
198 resistencia.

199

200 1.4.7 Impedancia eléctrica (Z)

201

202 La impedancia eléctrica es el número complejo que representa la resistencia cuando
203 los circuitos poseen una parte capacitiva y otra inductiva, o bien en las ondas TEM una
204 parte de campo eléctrico y otra de campo magnético, está formada por una parte real
205 y otra imaginaria.

206

207 En el caso de los circuitos eléctricos la parte real la conforma la parte resistiva y la
208 imaginaria la parte reactiva, ya sea capacitiva o inductiva. Estos elementos se ven
209 reflejados en la ecuación convencional de impedancia. Ver Ec. (8)

210

211

$$\text{Ecuación 8. } Z = R \pm j X$$

212

213 Considerando la ley de Ohm se puede observar claramente la aplicación de la
214 impedancia en el manejo de circuitos convencionales o en las líneas de transmisión,
215 tomando en cuenta la impedancia intrínseca de las mismas para el cálculo de
216 corrientes y voltajes.

217

218

219

220 2. Metodología o desarrollo

221

222 2.1 Detección del problema

223

224 El estudio de la impedancia y su relación con las reactancias capacitivas o inductivas,
225 así como el campo eléctrico y el magnético, resultan fundamentales para los alumnos
226 y alumnas de ingeniería. En particular en las asignaturas de Electricidad y Magnetismo
227 y Teoría Electromagnética. Para afianzar este conocimiento se requiere profundizar en
228 los temas relacionados a los números complejos.

229

230 2.2 Experimento

231

232 Para fortalecer la comprensión de la impedancia considerada como un número
233 complejo. Se decidió desarrollar un experimento en laboratorio, utilizando un
234 equivalente de un circuito RLC. Con datos nominales de resistencia de 100 ohms,
235 inductancia de 36 mili henrys y capacitancia de 43 nano faradios.

236

237 Se compararon los resultados teóricos con los resultados prácticos y se determinaron
238 conclusiones, que permitieron a los alumnos y alumnas de los grupos experimentales
239 un mejor entendimiento de los fenómenos. Ver. Fig (1).

240



241

242

Figura 1. Experimento con impedancia (RCL)

243

244 Una vez determinados los materiales y la metodología para representar el fenómeno
245 se desarrolló el experimento grabándolo en vídeo, el resultado se colocó en la
246 plataforma de Youtube: Alumnos del doctor Pedro (2022) y se compartió a los alumnos
247 del grupo de estudio mediante la plataforma de Classroom, dejándolo como video
248 privado para controlar los alumnos que lo verían.

249

250 3. Resultados y análisis

251

252 Una vez que se desarrollaron estrategias como la planteada en este trabajo, se
253 observó una mejor comprensión de los temas que involucraban números complejos
254 como la impedancia (circuito RCL). En el grupo de estudio. Mientras que, en el grupo
255 de control, el conocimiento de los temas complejos se volvió más lento.

256

257 La experimentación en el laboratorio, permitió a los alumnos y alumnas comprender
258 de mejor manera la interacción del resistor, el capacitor y del inductor en un circuito
259 RCL. Este circuito es uno de los que forman la base de las telecomunicaciones
260 modernas, por ello resulta de vital importancia la comprensión del tema.

261

262 4. Conclusiones

263

264 El concepto de los números complejos es necesario para la mejor comprensión de
265 temas como la impedancia eléctrica ya que este tema se desarrolla en líneas de
266 transmisión y telecomunicaciones. Así como en la propagación misma de las ondas
267 TEM. Utilizar herramientas como las mostradas en este trabajo, permiten a los
268 educandos mejorar la percepción de los fenómenos reforzados por la experimentación.

269

270 Lograr traducir las ecuaciones a eventos prácticos no solo permite reforzar el
271 conocimiento de la física, también refuerza el conocimiento propio de las matemáticas
272 involucradas en ello.

273

274

275 5. Índice de referencias

276

277 Revistas

- 278 • Guzmán, P. et all (2022). Estudio práctico del Circuito RL en corriente directa y
279 alterna. *Memorias del Congreso Científico Tecnológico de las carreras de*
280 *Ingeniería Mecánica Eléctrica, Industrial y Telecomunicaciones, sistemas y*
281 *electrónica. 1 - 7.*

282

283 Información en línea

- 284 • Alumnos del doctor Pedro (2022). Experimento sencillo para demostrar la
285 impedancia. [En línea] Disponible en:
286 <https://youtu.be/Kxl8kO-VnWg>
- 287
- 288
- 289 • Ramírez (2019). Una breve historia imaginaria. pp. 1-9 [En línea] Disponible en:
290 [https://www.researchgate.net/profile/Camilo-Ramirez-](https://www.researchgate.net/profile/Camilo-Ramirez-Maluendas/publication/332412976_Una_breve_historia_imaginaria/links/5f6b7472299bf1b53eec3dce/Una-breve-historia-imaginaria.pdf)
291 [Maluendas/publication/332412976 Una breve historia imaginaria/links/5f6b7](https://www.researchgate.net/profile/Camilo-Ramirez-Maluendas/publication/332412976_Una_breve_historia_imaginaria/links/5f6b7472299bf1b53eec3dce/Una-breve-historia-imaginaria.pdf)
292 [472299bf1b53eec3dce/Una-breve-historia-imaginaria.pdf](https://www.researchgate.net/profile/Camilo-Ramirez-Maluendas/publication/332412976_Una_breve_historia_imaginaria/links/5f6b7472299bf1b53eec3dce/Una-breve-historia-imaginaria.pdf)

DESARROLLO DE BIOMODELO PARA ANÁLISIS NUMÉRICO CON MÉTODO DEL ELEMENTO FINITO

Maria de la Luz Suárez Hernández^{1*}, Guillermo Urriolagoitia Sosa,
Beatriz Romero Ángeles, Gerardo Esteban Santiago López
*Instituto Politécnico Nacional, Escuela Superior de Ingeniería Mecánica y Eléctrica,
Sección de Estudios de Posgrado e Investigación, Unidad Profesional Adolfo López
Mateos, Col. Lindavista, Alcaldía Gustavo A. Madero, C.P. 07300, Ciudad de México,
México.*

AP-POSM030

Resumen

Actualmente, existen diversas áreas de investigación referentes a estructuras anatómicas del cuerpo humano. Sin embargo, sería complejo desarrollar un tema sin la realización de pruebas experimentales que implicarían la utilización de técnicas invasivas a pacientes. Por lo que, se han desarrollado diferentes herramientas computacionales que facilitan el uso de equipo médico para desarrollar biomodelos virtualmente fiables sin comprometer la integridad física de las personas. Con el uso de imágenes obtenidas por una Tomografía Axial Computarizada (TAC) es posible la elaboración en 3D de estructuras anatómicas, usando programas computacionales CAD (Diseño Asistido por Computadora). Hoy en día se desarrollan simulaciones de biomodelos como huesos y ligamentos empleando geometría compleja en programas que emplean el Método del Elemento Finito como método de análisis computacional, facilitando el estudio de la estructura seleccionada bajo diferentes condiciones, permitiendo su análisis estructural bajo diferentes circunstancias, prueba de funcionamiento de prótesis que permiten su desarrollo, mejoramiento y personalización, diagnóstico de distintos padecimientos por mencionar algunos. En este trabajo, de manera generalizada, se expondrá el proceso para la construcción de modelos 3D de sistemas biológicos y las ventajas del uso de biomodelos para el desarrollo de análisis numéricos utilizando el Método de Elemento Finito. Asimismo, estos modelos son altamente complejos y se acercan a la realidad del sistema biológico.

Palabras clave: Biomodelos, MEF, estructuras anatómicas, biomecánica

1. Introducción

Con los avances tecnológicos que se encuentran disponibles hoy en día en equipo médico, se han propuesto nuevos métodos de investigación en el área de la medicina aplicando técnicas poco invasivas. Claro ejemplo es el diseño de biomodelos, que consiste en un modelo preciso que replica la geometría biológica del ser vivo (Lohfeld et al., 2005), permitiendo visualizar y analizar la estructura anatómica. Con herramientas como la Tomografía Axial Computarizada (TAC) o una Imagen de Resonancia Magnética (IRM) se obtienen imágenes internas del cuerpo humano de determinada zona en escala de grises que, dependiendo de la densidad de los tejidos, facilitan a los médicos la visualización de tejidos u órganos sin la necesidad de hacer intervenciones quirúrgicas (López, 2012). La evolución de herramientas referentes al

^{1*}María de la Luz Suárez Hernández: luzsuarez398@gmail.com

45 cálculo numérico aplicado a Ingeniería se ha ampliado al área de la Biomecánica, la
 46 cual se enfoca en analizar un modelo de estructuras anatómicas en programas
 47 computacionales. Trabajos similares donde se evalúan diferentes tejidos biológicos
 48 como el oído (López-Liévano et al., 2017), hueso (Mastache-Miranda, 2016) o diente
 49 (Hernández-Vázquez, 2018), por mencionar algunos, han sido desarrollados para
 50 diagnóstico o tratamiento de patologías. El objetivo principal de este trabajo se limita
 51 a presentar y explicar cómo realizar el biomodelo del hueso de la escápula con sus
 52 componentes cortical y trabecular, a partir de una Tomografía Axial Computarizada
 53 para su posterior análisis.

54
 55
 56

2. Metodología o desarrollo

57 A fin de realizar un modelo 3D virtualmente fiable de la escápula para su posterior
 58 evaluación numérica, se describen las diferentes etapas que conforman el proceso,
 59 mencionando programas computacionales que se utilizaron para el desarrollo del
 60 modelo, sin limitarse a los mismos.

61
 62
 63

2.1 Adquisición de datos mediante la obtención de imágenes

64 Para obtener la información del modelo a realizar, al paciente y/o individuo se le realiza
 65 una Tomografía Axial Computarizada la cual proporciona imágenes por secciones
 66 enfocadas en la zona de interés, obteniendo una secuencia de imágenes en un archivo
 67 tipo *DICOM* (*Digital Imaging and Communications in Medicine*), en una escala de
 68 grises con tres planos diferentes: coronal, sagital y axial, como se aprecia en la Figura
 69 1. Para su interpretación se usa la escala de Hounsfield (Lohfeld et al., 2005).

70
 71
 72
 73
 74
 75
 76
 77
 78
 79
 80
 81
 82
 83
 84
 85
 86
 87
 88
 89

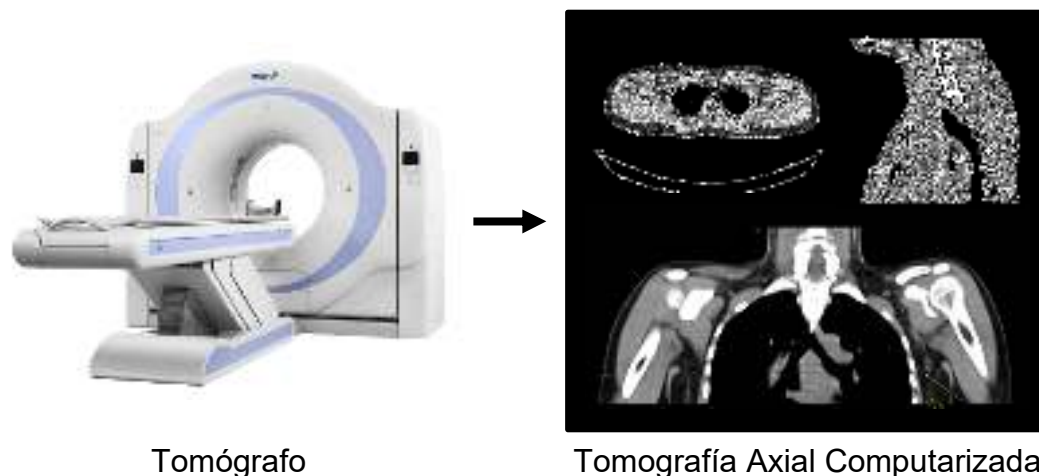
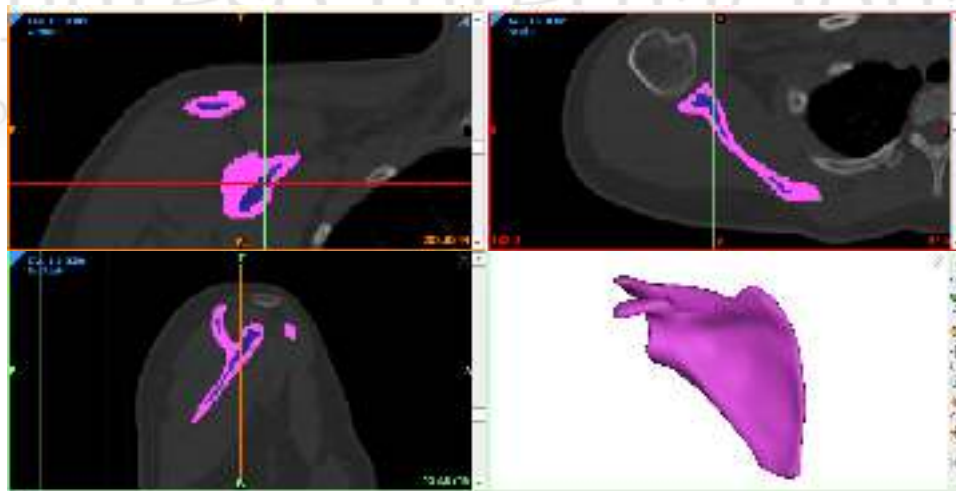


Figura 1. Equipo para realizar una Tomografía Axial Computarizada

90 **2.1 Procesamiento de imagen**

91
 92 El proceso para el diseño de un modelo óseo continúa con la importación del archivo
 93 tipo *DICOM* a un programa computacional *CAD* donde sea posible generar la
 94 caracterización de la estructura compleja. Con el programa *Mimics Medical*® se elabora
 95 un proyecto al cual se importan las imágenes tipo *DICOM* para iniciar a convertir los
 96 datos anatómicos de las imágenes en un modelo 3D. Con las herramientas que están
 97 en el menú del programa, se inicia desarrollando una máscara para cada elemento
 98 óseo a representar (hueso cortical y hueso trabecular) delimitando el área a trabajar
 99 en cada uno de los cortes dados por la Tomografía, así como en sus planos (coronal,
 100 sagital y axial).

101 Después se procede a delimitar la estructura y rellenar cada uno de los elementos que
 102 conformarán el modelo de la escápula, procediendo a editar la máscara en cada uno
 103 de los cortes o imágenes que se tienen. Este procedimiento se repite hasta que se
 104 genera el modelo tridimensional completo como en la Figura 2. El proyecto se guarda
 105 con la versión dada por el programa para continuar editando el modelo 3D.



106
 107
 108
 109
 110
 111
 112
 113
 114
 115
 116
 117
 118
 119
 120 **Figura 2. Representación de hueso cortical y trabecular de un tejido óseo**

121
 122 **2.3 Generación del modelo 3D**

123
 124 Posteriormente, el modelo se exporta al programa *Materialise 3-matic*® para corregir
 125 defectos geométricos como triángulos sobrepuestos o bordes además de pulir la
 126 superficie del biomodelo de manera manual o automática. Asimismo, se aplica un
 127 suavizado para obtener una superficie uniforme y fina. Debido a que el modelo es
 128 obtenido a partir de imágenes, lo que se tiene es una nube de puntos
 129 (*STereoLithography*) por lo que no se cuenta con una geometría sólida. Este programa
 130 facilita la realización de superficies cerradas para adquirir un modelo sólido (volumen),
 131 como se muestra en la Figura 3. Igualmente, favorece a la elaboración del discretizado
 132 uniforme del modelo según su geometría. Como paso final, el modelo sólido se exporta
 133 en formato *STL*, para que sea compatible con programas que utilicen el Método del
 134 Elemento Finito (*MEF*) para su posterior análisis.

135
 136
 137
 138
 139
 140
 141
 142
 143
 144
 145
 146
 147
 148
 149
 150
 151
 152
 153
 154
 155
 156
 157
 158
 159
 160
 161
 162
 163
 164
 165
 166
 167
 168
 169
 170
 171
 172
 173
 174
 175
 176
 177
 178
 179

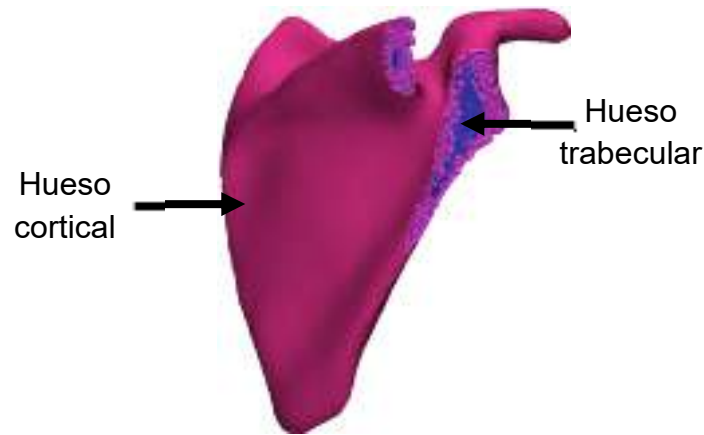


Figura 3. Biomodelo del hueso solidificado

2.4 Análisis por medio del Método del Elemento Finito

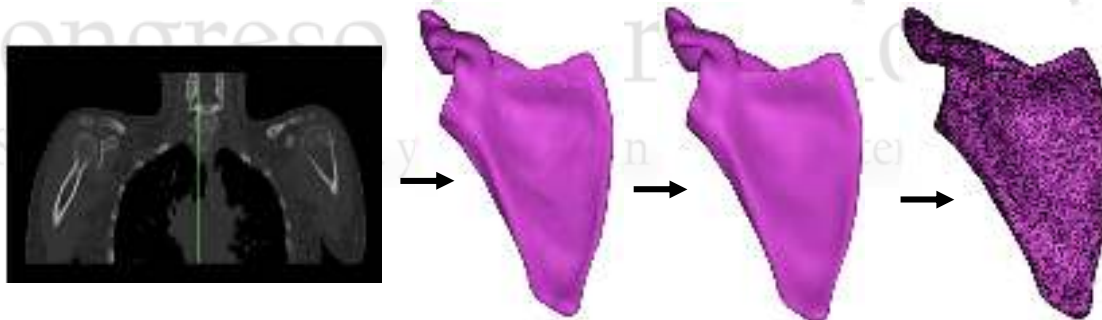
Teniendo el biomodelo de la escápula solidificado, se importa el archivo con extensión *STL* a un programa que realice análisis numéricos por medio del *MEF*, el cual divide el sistema en n elementos de diversas geometrías que se encuentran unidas por nodos, donde se establecen ecuaciones diferenciales parciales para llegar a una solución final aproximada (Torres-García, 2016). *Abaqus*® y *ANSYS*® son ejemplos de programas computacionales que trabajan con *MEF* y la razón fundamental para utilizarlos es que facilitan la resolución de problemas con geometría compleja, por lo que su evaluación analítica sería difícil (Hernández et al, 2014). En este tipo de programas, el análisis se lleva a cabo definiendo el tipo de estudio y geometría, determinando las propiedades mecánicas del material, aplicando condiciones de frontera y aplicación de cargas, dando como resultado la visualización del comportamiento del sistema biológico desde el punto de vista de la mecánica clásica.

2.5 Importancia del uso de biomodelo usando *MEF*

Con la incursión del *MEF* en la medicina se han hecho grandes aportes al hacer análisis de modelos que cuentan con la caracterización de estructuras complejas lo suficientemente precisos que ofrecen resultados que son aproximaciones a la realidad prediciendo cómo se comportara la estructura biológica. Los Biomodelos son una alternativa al estudio de órganos y tejidos del ser humano, sin comprometer la integridad física de pacientes, ahorrando tiempo, recursos económicos y materiales, haciendo del biomodelado la solución adecuada para solucionar cierto tipo de cuestiones médicas (Hernández et al, 2014) teniendo impacto directo en desarrollo de soluciones como implantes quirúrgicos o prótesis personalizadas para el paciente, además del diagnóstico de distintos padecimientos.

180 **3. Resultados y análisis**

181
 182 La elaboración del biomodelo de sistemas biológicos no es una actividad sencilla de
 183 realizar, pero con la metodología presentada en este trabajo, se puede desarrollar
 184 biomodelos de estructuras óseas independientemente de su morfología en un menor
 185 tiempo, ya que se presentan los pasos fundamentales para la realización de un modelo
 186 complejo del hueso con sus componentes (cortical y trabecular) (Figura 4) con alto
 187 nivel de precisión, desempeñando un lugar importante y novedoso en área de la
 188 mecánica y la medicina, donde se obtienen con el análisis numérico, resultados de
 189 simulaciones aproximadas a la realidad, facilitando la comprensión de determinadas
 190 patologías, contribuyendo en la elaboración de nuevos dispositivos que mejoren la
 191 calidad de vida. Es fundamental hacer mención que los modelos que se generan son
 192 solamente de un paciente específico, por lo que no se pueden generalizar las
 193 predicciones a las que se llegan basándose en un único biomodelo ya que influyen
 194 diferentes factores como edad, género, alimentación, raza, estilo de vida, entre otros.



204 **Figura 4. Representación del proceso de para el desarrollo de un biomodelo**

205
 206 **4. Conclusiones**

207
 208 Como se puede observar en la elaboración del biomodelo 3D, a pesar de las
 209 limitaciones que se pudieran presentar, su desarrollo es una alternativa para
 210 comprender procesos biológicos con aplicaciones médicas aplicando técnicas no
 211 invasivas al paciente. El nivel de complejidad de los modelos se debe a la evolución
 212 de los equipos médicos, programas computacionales y técnicas aplicadas. Teniendo
 213 en cuenta que en las simulaciones realizadas no es posible incluir todos y cada uno
 214 de los factores que influyen como edad, estilo de vida, alimentación entre otros
 215 factores, por lo que son resultados aproximados.

216
 217 **Agradecimientos**

218
 219 Se agradece el apoyo al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT), al
 220 Instituto Politécnico Nacional y a la Escuela Superior de Ingeniería Mecánica y
 221 Eléctrica Unidad Zacatenco Sección de Estudios de Posgrado y de Investigación por
 222 el apoyo brindado.

223
 224

225 5. Referencias

226

227

228

229

230

231

232

233

234

235

236

237

238

239

240

241

242

243

244

245

246

247

248

249

- Lohfeld, S., Barron, V. y McHugh, P. E. (2005). Biomodels of Bone: A Review. *Annals of Biomedical Engineering* 33 (10), 1295-1311.
- López, C. I. (2012). Aplicación de un método no destructivo para la obtención propiedades físicas de tejido óseo basado técnica imagenológica y herramientas software CAD. *Prospectiva* 10 (2), 22-30.
- López-Liévano, A., López-Liévano, D. R., Caicedo-Ortiz, H. E., Gonzales-Rebattú, A. y Gonzales-Rebattú, M. (2017). Biomodelado de los componentes del oído medio humano haciendo uso de imágenes de resonancia magnética. *Científica* 21 (1), 3-8.
- Mastache-Miranda, O. A. (2016). *Modelado mediante tomografías de volúmenes de estructuras óseas para la simulación numérica bajo la acción de cargas y/o agentes externos*. Tesis de Maestría. Instituto Politécnico Nacional. México.
- Hernandez-Vázquez, R. A. (2018). *Análisis mecanobiológico de la distribución de esfuerzos debido a cargas masticatorias en los órganos dentales*. Tesis de Doctorado. Instituto Politécnico Nacional. México.
- Torres-García, H. L. (2016). *Desarrollo e implementación de modelo de predicción en el proceso de temple por inducción para un Acero AISI-SAE 1043*. Tesis de Maestría. Universidad Autónoma de Nuevo León. México.
- Hernández, A. F., Cañizo R. G. R., Huerta O. S., Cruz, E. A. M., Pineda, J. M. S. y Hernández, E. P. (2014). Aplicación de metodología de modelado 3D utilizando Tomografías computarizadas para su análisis numérico. *Revista Facultad de Ingeniería Universidad de Antioquía*, 72, 116-126.

UNA APLICACIÓN DE LA DERIVADA APLICANDO EL CÁLCULO DIFERENCIAL, USANDO SOFTWARE MATEMÁTICO

José Juan Contreras Espinosa^{1, *}, José Luz Hernández Castillo² y Iván Noé Mata Vargas³

^{1,2,3} Universidad Nacional Autónoma de México.
Facultad de Estudios Superiores Cuautitlán
Departamento de Matemáticas
Edificio A-8 Planta Baja.
Cuautitlán Izcalli Estado de México,
Km 2,5 Carretera Cuautitlán Teoloyucan
CP: 54714
Teléfono: 56231890, Tel. y Fax.56231886

EN-POSM032

Resumen

En la enseñanza del cálculo diferencial e integral para las carreras de Ingeniería Mecánica Eléctrica, Ingeniería Agrícola, Ingeniería en Alimentos, Ingeniería Química, Químico Farmacéutico Biólogo, Licenciado en Farmacia Hospitalaria, Licenciado en Bioquímica Analítica, Química, Química Industrial y Licenciado en Tecnología se busca que el alumno comprenda los conceptos de la asignatura a través del desarrollo analítico de algunas fórmulas y posteriormente se usan como una herramienta para la solución de problemas de las matemáticas o de las áreas de conocimiento así como de las áreas de preespecialización de las carreras aludidas. En las carreras del área de ingeniería en las que el alumno puede tener un mayor conocimiento de antecedentes de matemáticas tales como: álgebra, geometría analítica y trigonometría y que a la vez cuenta con una mayor predisposición para el estudio de estas, el alumno asimila fácilmente los conceptos vertidos.

Como una parte complementaria al curso, se usa software de matemáticas como una alternativa que facilite al alumno el aprendizaje de los temas de la asignatura referida haciendo principalmente uso del software Maple que es versátil y capaz de resolver un problema matemático general o de aplicación de varias formas. Tantas como el estudioso de las matemáticas idee en el momento.

Palabras clave: Ingeniería, matemáticas, función, derivada, software, enseñanza.

1. Introducción

Cuando se empieza a analizar algunas de las aplicaciones en donde se usan las derivadas para modelar las razones a las que cambian las cosas en el mundo, principalmente con respecto al tiempo (Thomas, 2015). El problema de encontrar la recta tangente a una curva y el problema de encontrar la velocidad de un objeto involucran encontrar el mismo tipo de límite, este tipo especial de límite se denomina

¹José Juan Contreras Espinosa. E-mail: jjuancon@unam.mx

45 derivada y en las ciencias e ingeniería puede ser interpretada como una razón de
 46 cambio. (Stewart, 2021).

47
 48 Razones de cambio.

49
 50 Suponer que y es una cantidad que depende de otra cantidad x . Así, y es una función
 51 de x y se expresa como $y = f(x)$. Si x cambia de x_1 a x_2 , entonces el cambio en x
 52 (también conocido como incremento de x) es $\Delta x = x_2 - x_1$ y el cambio correspondiente
 53 en y es $\Delta y = f(x_2) - f(x_1)$.

54 El cociente de diferencias $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$ se llama razón de cambio promedio de y
 55 respecto a x sobre el intervalo $[x_1, x_2]$, y puede interpretarse como la pendiente de la
 56 recta secante PQ en la figura 1.

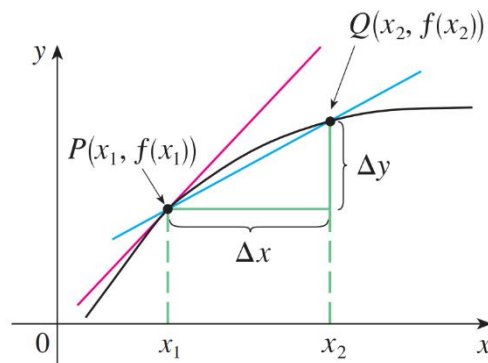


Figura 1. Razón de cambio promedio de y respecto a x .

70 Por analogía con la velocidad, considerar la razón de cambio promedio en intervalos
 71 cada vez más pequeños haciendo que x_2 tienda a x_1 y, por tanto, hacer que Δx tienda
 72 a 0. El límite de estas razones de cambio promedio se llama razón de cambio
 73 (instantánea) de y respecto a x en $x = x_1$, lo cual se interpreta como la pendiente de la
 74 recta tangente a la curva $y = f(x)$ en $P(x_1, f(x_1))$.

75 Razón de cambio instantánea $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{x_2 \rightarrow x_1} \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$. Se conoce este límite
 76 como la derivada $f'(x_1)$. Se sabe que una interpretación de la derivada $f'(a)$ es como
 77 la pendiente de la recta tangente a la curva $y = f(x)$ cuando $x = a$.

78
 79 Ahora se tiene una segunda interpretación. La derivada $f'(a)$ es la razón de cambio
 80 instantánea de $y = f(x)$ respecto a x cuando $x = a$. El vínculo con la primera
 81 interpretación es que si se dibuja la curva $y = f(x)$, entonces la razón de cambio
 82 instantánea es la pendiente de la recta tangente a esta curva en el punto donde $x = a$.

83

84 Esto significa que cuando la derivada es grande (y, en consecuencia, la curva es
 85 pronunciada, como en el punto P de la figura 2), los valores de y cambian rápidamente.
 86 Cuando la derivada es pequeña, la curva es relativamente plana (como en el punto Q),
 87 y el valor de y cambia lentamente. En particular, si $s = f(t)$ es la función posición de
 88 una partícula que se mueve a lo largo de una línea recta, entonces $f'(a)$ es la razón
 89 de cambio del desplazamiento s respecto al tiempo t . En otras palabras, $f'(a)$ es la
 90 velocidad de la partícula en el tiempo $t = a$. La rapidez de la partícula es el valor
 91 absoluto de la velocidad, es decir, $|f'(a)|$.

92

93

94

95

96

97

98

99

100

101

102

103

104

105

106

107

108

109

110

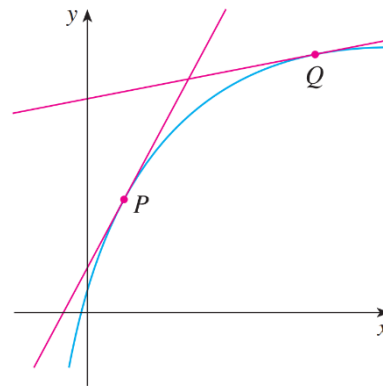
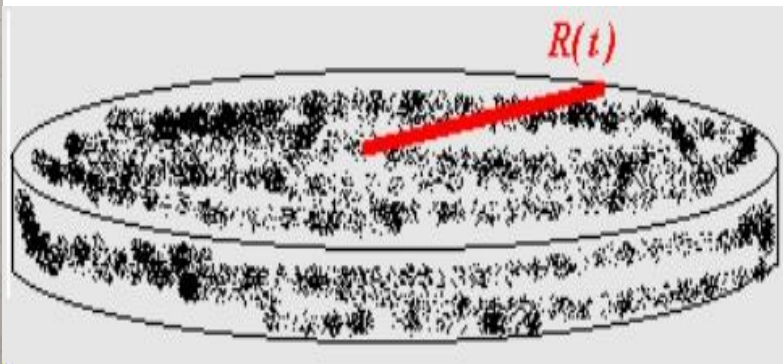


Figura 2. Los valores y cambian rápidamente en P y lentamente en Q .

2. Metodología o desarrollo

Suponer que el petróleo derramado por un buque cisterna con una fuga del referido líquido se esparce siguiendo un patrón circular cuyo radio se propaga con una rapidez de $2m/s$. ¿Con qué rapidez está incrementándose el área del derrame cuando su radio es de $60m$?



111

112 **Figura 3. Representación de la mancha del petróleo derramado por el buque cisterna y**
113 **representación del radio en función del tiempo t .**
114

115 3. Resultados y análisis

116
117 Solución.

118
119 Para la solución se hacen las siguientes consideraciones.

120 t = número de segundos transcurridos a partir del momento del derrame.

121 r = radio del derrame en metros después de t segundos.

122 A = área del derrame en m^2 después de t segundos.

123 dr/dt = rapidez con la que se está incrementado el radio en el tiempo.

124 dA/dt = rapidez con la que se está incrementado el área con el tiempo.

125

126 Por lo tanto, la incógnita es dA/dt ; $r = 60m$, dA/dt es la rapidez con la que se está incrementando
127 el área del derrame cuando $r = 60m$.

128

129 Se sabe que el área de un círculo está dada por $A = \pi r^2$, como A y r son funciones variables
130 que dependen de t , se deriva la expresión $A = \pi r^2$ con respecto a t para obtener.

131

132 $A = \pi r^2$

133 $\frac{d}{dt}(A) = \frac{d}{dt}(\pi r^2) ; \frac{d}{dt}(A) = \pi \frac{d}{dt}(r^2) ; \frac{dA}{dt} = 2\pi r^{2-1} \frac{dr}{dt} ; \frac{dA}{dt} = 2\pi r \frac{dr}{dt}$

134

135 Se sabe que.

136

137 $\frac{dr}{dt} = 2 \frac{m}{seg}$.

138

139 Por lo tanto.

140

141 $\frac{dA}{dt} = 2\pi r (2) = 4\pi r$

142

143 Ahora cuando $r = 60m$.

144

145 $\left. \frac{dA}{dt} \right|_{r=60} = 4\pi(60) ; \left. \frac{dA}{dt} \right|_{r=60} = 240\pi m^2 / seg$

146

147 O bien.

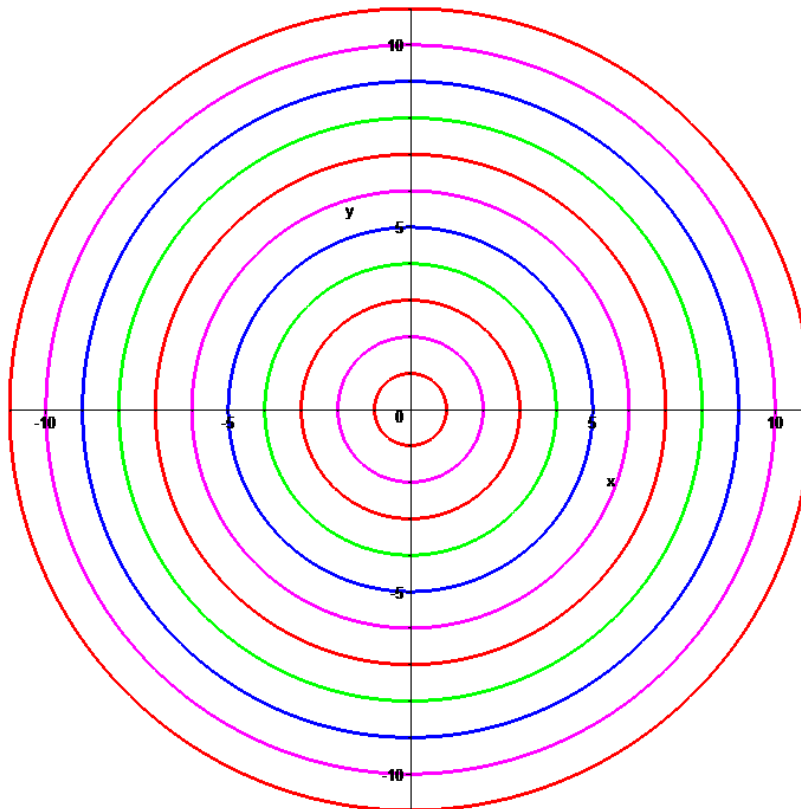
148

149 $\left. \frac{dA}{dt} \right|_{r=60} = 753.98 m^2 / seg$


```

150
151
152 Respuesta.
153
154 El área del derrame se incrementa con una rapidez de  $240\pi m^2/s$ , cuando su radio es de  $60m$ .
155 Con maple
156 > restart: # Se limpian las memorias de maple.
157 > A:=Pi*r^2; # Se ingresa la función área.
158 > dA/dt:=diff(A,r)*[dr/dt]; # Se calcula la derivada respecto al tiempo t.
159 > subs([dr/dt]=2,%); # Se sustituye la rapidez de cambio del radio en el tiempo t.
160 > subs(r=60,%); # Se sustituye el radio r = 60m
161 > evalf(%); # Se obtiene el resultado en decimales.
162
163 En seguida se simula el crecimiento del derrame de petróleo con una animación.
164
165 > restart:with(plots):
166 > p1:=implicitplot([seq(x^2+y^2=j^2,j=-1..11)],x=-12..12,y=-12..12,color=[red,green,blue,
167 magenta],axes=normal,grid=[100,100]):
168 > p2:=animate([11*sin(t)*cos(u),11*sin(t)*sin(u),u=0..2*Pi],t=0..Pi,view=[-11..11,-11..11],
169 frames=100,thickness=3,color=black):
170 > display(p1,p2);
171

```



172

173 **Figura 4. Animación de la mancha del petróleo derramado por el buque cisterna en función del**
174 **tiempo t .**

175

176 **4. Conclusiones.**

177

178 Para el proceso de enseñanza-aprendizaje en el estudio del cálculo diferencial en las
179 carreras de ingenierías es de los más grandes desafíos de la educación en la
180 actualidad, no solo por ser un contenido en la formación de aquellos alumnos que
181 estudian ingeniería, ya que los estudiantes de primer ingreso en la mayoría de las
182 carreras de ingeniería que se imparten en esta institución, presentan dificultades en su
183 asimilación y son causa de bajos índices de aprovechamiento académico, así como
184 que, la asignatura llegue a presentar un alto índice de reprobación.

185

186 Es de suma importancia el protagonismo de las TIC's para la introducción de los
187 conceptos básicos más esenciales y para la resolución de ejercicios de tópicos de la
188 asignatura y de problemas propios de las carreras de ingeniería.

189

190 Con un buen uso de las TIC's en la solución de problemas propios para la formación
191 de ingenieros, se puede contribuir al logro de aprendizajes significativos en los
192 estudiantes.

193

194 Una mejora en la estructura del proceso de enseñanza-aprendizaje del cálculo
195 diferencial con el apoyo de las TIC's en las carreras de ingeniería en nuestra institución
196 considera la utilización de herramientas como entorno virtual de enseñanza
197 aprendizaje de las matemáticas para facilitar el intercambio entre los profesores y
198 estudiantes.

199

200 **Agradecimientos.**

201

202 Trabajo realizado con el apoyo del programa UNAM-DGAPA-PAPIME PE108322.

203

204 **5. Índice de referencias.**

205

206 Libros

207 • Stewart, J. (2021). *Cálculo de una variable. Trascendentes tempranas*. México:
208 CENGAGE.

209 • Thomas. (2015). *Cálculo de una sola variable*. México: PEARSON.

210 Información en línea

211 • <http://www.maplesoft.com>

MODELIZACIÓN MATEMÁTICA DE LAS ARTICULACIONES DE UN ROBOT CARTESIANO ENSAMBLADOR DE MODELOS DENTALES 3D.

Gerardo Esteban Santiago Lopez*, ¹Guillermo Urriolagoitia Sosa, Beatriz Romero Ángeles, María de la Luz Suárez Hernández y David Esaú Carbajal López. *Instituto Politécnico Nacional, Escuela Superior de Ingeniería Mecánica y Eléctrica, Sección de Estudios de Posgrado e Investigación, Unidad Profesional Adolfo López Mateos, “Zacatenco”, Edificio 5, 2do. Piso, Colonia Lindavista, Delegación Gustavo A. Madero C.P.07738, Ciudad de México, México.*

MEMORIAS AP-POSM033

Resumen

La tecnología robótica a diario llega a sectores que son ajenos de las industrias automotrices y manufactureras, donde desde la década de los 60's se ha utilizado para reducir costos y aumentar la productividad (Oppenheimer, 2021). La industria odontológica no está exenta, pues en conjunto con tecnología digital e impresión 3D se fabrican prótesis dentales y modelos que se utilizan para realizar diversos diagnósticos a una cantidad más grande de pacientes en menor tiempo y con mayor precisión. En la Ciudad de México, laboratorios de radiología maxilofacial como CEDIRAMA DIGITAL S.C. utilizan granjas de impresoras 3D para fabricar modelos dentales cuyas formas se extraen de escaneos laser. Posteriormente se arman de manera artesanal. El desarrollo de una célula robótica permite ensamblar estos modelos de manera flexible reduciendo errores humanos y mejorando los tiempos de ensamble (cada vez más laboratorios odontológicos optan por usar modelos fabricados con estas técnicas). Se propone con este trabajo de investigación delimitar el modelado matemático cuyas ecuaciones definen fuerza, velocidad y aceleración existentes en las articulaciones de un robot manipulador cartesiano, consecuencia de la planificación de trayectorias que deben seguirse para satisfacer la tarea de ensamblado de estos modelos dentales. En la investigación se definen matrices de transformación homogénea que definen posición y orientación de las articulaciones y efector final con respecto a la base del manipulador robótico cartesiano. Se plantean ecuaciones de Euler-Lagrange para describir el cambio en la energía cinética y potencial del manipulador que sigue una trayectoria (Spong, Hutchinson, & Vidyasagar, 2004) y toma en cuenta el acoplamiento entre eslabones.

Palabras clave: Robótica, articulaciones, fuerza, velocidad, aceleración.

1. Introducción

La aparición de problemas dentales como caries e infecciones dentales se asocian normalmente a factores sociales. En México el consumo frecuente de bebidas altamente cariogénicas y alimentos procesados con alto contenido de azúcares industrializados, constituyen un factor importante en la generación de caries, sobre todo en el sector Urbano (Jensen & Jensen, 1983). Estos padecimientos comúnmente

¹ * Autor para la correspondencia E-mail: gsantiagol1301@alumno.ipn.mx Tel. 5516860210

44 escalan a problemas de ortodoncia, aunque también una gran parte de la población
45 acude al dentista por problemas relacionados con un mal desarrollo de su mandíbula.
46 En años recientes la industria odontológica ha avanzado, y en conjunto con
47 tecnologías digitales ha implementado técnicas de diagnóstico y tratamiento por medio
48 de impresiones y modelos digitales obtenidas a partir de escaneos intra-orales y
49 tomografías, que ayudan a percibir problemas o enfermedades no visibles durante un
50 examen dental regular. En adición, la utilización de técnicas de impresión 3D y
51 manufactura con tecnologías CAD-CAM (diseño y fabricación asistidas por
52 computadora) ha permitido la obtención de modelos dentales físicos más refinados,
53 personalizados según las características de cada paciente, para aquellos que prefieren
54 realizar sus estudios y diagnósticos con un objeto físico (Nguyen & Jackson, 2018). Es
55 gracias a estas técnicas que la calidad, eficiencia y tiempo de realización de estos
56 diagnósticos en laboratorios odontológicos ha mejorado. Cada vez más clínicas
57 dentales optan por utilizar modelos fabricados a partir de estas técnicas. Laboratorios
58 de radiología maxilofacial como CEDIRAMA DIGITAL S.C. (Ciudad de México) utilizan
59 granjas de impresión 3D para fabricar modelos dentales impresos, posteriormente en
60 un bloque con piezas de acrílico e imanes arman de manera manual un prototipo de
61 modelo de estudio, conocido como *Dental Print* (con patente MX/U/2019/000083). Es
62 debido a las múltiples ventajas que ofrece este producto, que entre el año 2019 y 2020
63 su demanda por parte de laboratorios odontológicos creció un 122%, por lo que se
64 solicitó el rediseño de la línea de fabricación. Se optó por automatizar el ensamblado
65 de imanes que este prototipo necesita para su armado mediante una celda robótica
66 que cuenta con un robot manipulador cartesiano. El presente trabajo de investigación
67 propone el modelado matemático con el cual es posible descifrar los valores de fuerza,
68 velocidad y aceleración presentes en las articulaciones del robot. Delimitando las
69 ecuaciones de cinemática directa e inversa que definen la posición y orientación de su
70 efector final y que se manifiestan en forma de matrices de transformación homogénea,
71 en consecuencia también se describirán el cambio en las energías potenciales y
72 cinéticas en las articulaciones y eslabones del manipulador resultado de la
73 planificación de la trayectoria que efectuara el manipulador para realizar la tarea de
74 ensamble de imanes.

75

76 2. Desarrollo

77

78 2.1 Obtención del modelo cinemático

79

80 Tomando en consideración las medidas del manipulador robótico cartesiano diseñado
81 para efectuar la tarea de ensamble de imanes, se construye su representación unifilar
82 que facilita la estructuración cinemática de la cadena articulada del manipulador, con
83 la cual se puede asignar sistemas de referencia a cada articulación del robot.

84
85
86
87
88
89
90
91
92
93
94
95
96
97
98
99
100
101
102
103
104
105

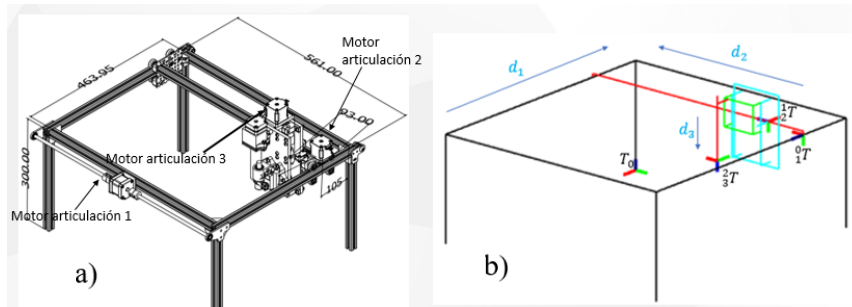


Figura 1. Manipulador robótico cartesiano. a) Isométrico con las medidas del diseño propuesto, b) Representación unifilar.

2.1.1 Cinemática directa

Mediante parámetros de *Denavit-Hartenberg* e inspección visual, se construyen las matrices de transformación homogénea, las cuales describen la orientación y posición relativas entre las articulaciones de los eslabones del robot, con la finalidad de conseguir la matriz que defina la posición y orientación del efector final con respecto a la base el robot (*Corke, 2007*). Además, se les multiplica por una matriz (en este caso de translación por ser un robot cartesiano) que define las variables de cambio en la posición de la articulación y, por lo tanto, del efector final. Se realiza para las 3 articulaciones.

Ecuación 1. matriz de transformación homogénea T_1^0 , multiplicada por una matriz de traslación en Z (d_1).

$$T_1^0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 105 \\ -1 & 0 & 0 & 561 \\ 0 & -1 & 0 & 300 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} * T_z(d_1)$$

Ecuación 2. matriz de transformación homogénea T_2^1 , multiplicada por una matriz de traslación en Z (d_2).

$$T_2^1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 93 \\ 0 & 1 & 0 & -10 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} * T_z(d_2)$$

Ecuación 3. matriz de transformación homogénea T_3^2 , multiplicada por una matriz de traslación en Z (d_3).

$$T_3^2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & -100.32 \\ 0 & 0 & 1 & -71.139 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} * T_z(d_3)$$

Se lleva a cabo el desarrollo de las ecuaciones multiplicando las matrices.

Ecuación 4. matriz de transformación homogénea T_1^0 desarrollada.

$$T_1^0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 105 \\ -1 & 0 & 0 & 561 \\ 0 & -1 & 0 & 300 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & d_1 + 105 \\ -1 & 0 & 0 & 561 \\ 0 & -1 & 0 & 300 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

111

112 Asimismo, se resuelven las matrices de transformación homogénea de los 2 sistemas
113 de referencia restantes. El modelo cinemático del robot cartesiano se definirá con la
114 obtención de la matriz de transformación homogénea T_3^0 , que resultará de la
115 multiplicación en cadena de las matrices T_1^0 , T_2^1 , y T_3^2 planteadas con anterioridad.
116

Ecuación 5. Modelo Cinemático del robot cartesiano.

$$T_3^0 = T_1^0 * T_2^1 * T_3^2 = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & d_1 + 205.65 \\ -1 & 0 & 0 & 441.668 - d_2 \\ 0 & 0 & -1 & 238.861 - d_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

117

118 2.1.2 Cinemática inversa

119

120 Por tratarse de un robot de 3GDL el cálculo de la cinemática inversa se simplifica.
121 Consiste en obtener los valores de d_1 , d_2 y d_3 que se utilizan para definir el curso de
122 la trayectoria que se desea seguir. Se realiza la comparativa de la Ecuación 5 con la
123 matriz de las ecuaciones de diseño del manipulador.
124

Ecuación 6. Matriz de las ecuaciones de diseño del manipulador.

$$T_3^0 = \begin{bmatrix} nx & sx & ax & px \\ ny & sy & ay & py \\ nz & sz & az & pz \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

125

126 La orientación del efector final no cambiara, por lo que los valores de d_1 , d_2 y d_3 se
127 obtendrán en función del vector de posición $P_{XYZ} = (X \ Y \ Z \ 1)^t$ de la Ecuación 6.
128

Ecuación 7. $P_x = d_1 + 205.65$ $d_1 = P_x - 205.65$

Ecuación 8. $P_y = -d_2 + 441.668$ $d_2 = -P_y + 441.668$

129

Ecuación 9. $P_z = -d_3 + 238.861$ $d_3 = -P_z + 238.861$

130

131 2.2 Obtención del modelo dinámico

132

133 Para describir la dinámica inversa se utiliza el método de Lagrange-Euler, que es un
134 modelado de energías potenciales y cinéticas y toma en cuenta el acoplamiento entre
135 eslabones. Se utiliza para diseñar un sistema de control más refinado.
136

Ecuación 10. $L = K - P$

137

138 **Donde:**

139 **K**= energía cinética total del sistema.

140 **P** = energía potencial del sistema.

141

142 Proveniente de las leyes de control del manipulador para cada articulación, para
 143 obtener la fuerza (para articulaciones prismáticas) o torque (para articulaciones
 144 rotacionales) se aplica la Ecuación 11.
 145

$$\text{Ecuación 11. } \tau_i = \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i}$$

146 **Donde:**

147 q_i = coordenadas generalizadas del eslabón.

148 i = Número de eslabón.

149 $\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right)$ = derivada de las coordenadas generalizadas del Lagrangiano respecto a su
 150 velocidad, que se deriva respecto al tiempo.

151 $\frac{\partial L}{\partial q}$ = derivada del Lagrangiano respecto a la altura de las articulaciones.

152

153 Se procede a obtener los valores de las velocidades presentes en las articulaciones
 154 por medio de las derivadas de las matrices de transformación homogénea que
 155 describen su posición con respecto a la base. En este caso de las matrices T_1^0 , T_2^0 , y
 156 T_3^0 .

157

$$\text{Ecuación 12. Velocidad del eslabón 1. } T_1^0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & d1 + 105 \\ -1 & 0 & 0 & 561 \\ 0 & -1 & 0 & 300 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad V_1^0 = \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} d1 + 105 \\ 561 \\ 300 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{d}_1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (V_1^0)^2 = \dot{d}_1^2$$

158

$$\text{Ecuación 13. Velocidad del eslabón 2. } T_2^0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & d_1 + 105 \\ 0 & 1 & 0 & -d_2 + 468 \\ -1 & 0 & 0 & 310 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad V_2^0 = \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} d_1 + 105 \\ -d_2 + 468 \\ 310 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{d}_1 \\ -\dot{d}_2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (V_2^0)^2 = \dot{d}_1^2 + \dot{d}_2^2$$

159

$$\text{Ecuación 14. Velocidad del eslabón 3. } T_3^0 = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & d_1 + 205.65 \\ -1 & 0 & 0 & 441.668 - d_2 \\ 0 & 0 & -1 & 238.861 - d_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad V_3^0 = \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} d_1 + 205.65 \\ -d_2 + 441.668 \\ -d_3 + 238.861 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{d}_1 \\ -\dot{d}_2 \\ -\dot{d}_3 \\ 0 \end{bmatrix} \\ (V_3^0)^2 = \dot{d}_1^2 + \dot{d}_2^2 + \dot{d}_3^2$$

160

161

162 Dados estos parámetros se define el Lagrangiano de todo el sistema de
 163 articulaciones del robot.

164

$$\text{Ecuación 15. Lagrangiano del sistema. } L = \frac{1}{2} m_1 \dot{d}_1^2 + \frac{1}{2} m_2 (\dot{d}_1^2 + \dot{d}_2^2) + \frac{1}{2} m_3 (\dot{d}_1^2 + \dot{d}_2^2 + \dot{d}_3^2) - m_3 g (-d_3 + 238.861)$$

165

166 Se debe obtener los parámetros de fuerza para cada articulación, por tanto, hay que
 167 derivar el Lagrangiano y obtener los valores de las variables de la Ecuación 10.

168

169 Para la articulación D1

Ecuación 16.
$$\frac{\partial L}{\partial \dot{d}_1} = m_1 \dot{d}_1 + m_2 \dot{d}_1 + m_3 \dot{d}_1 \quad \therefore \quad \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{d}_1} \right) = m_1 \ddot{d}_1 + m_2 \ddot{d}_1 + m_3 \ddot{d}_1$$

170 Para la articulación D2

Ecuación 17.
$$\frac{\partial L}{\partial \dot{d}_2} = m_2 \dot{d}_2 + m_3 \dot{d}_2 \quad \therefore \quad \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{d}_2} \right) = m_2 \ddot{d}_2 + m_3 \ddot{d}_2$$

171 Para la articulación D3

Ecuación 18.
$$\frac{\partial L}{\partial \dot{d}_3} = -m_3 \dot{d}_3 \quad \therefore \quad \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{d}_3} \right) = -m_3 \ddot{d}_3$$

172

Ecuación 19.
$$\frac{\partial L}{\partial d_3} = -m_3 g$$

173

174 La articulación 3 es la única en la que el Lagrangiano se puede derivar respecto a la
 175 altura de las articulaciones, debido a que se desplaza respecto a Z del marco de
 176 referencia de la base del robot. Con estos datos se puede formar la matriz de fuerzas
 177 que actúan en las articulaciones. Se usará más adelante.

178

179 **3.1 Planificación de trayectoria**

180

181 Se utilizan polinomios de quinto orden para especificar restricciones en la aceleración,
 182 velocidad y posición que permitan diseñar trayectorias deseadas. De no ser así se
 183 obtendrán discontinuidades en las aceleraciones, lo que provoca daños en nuestros
 184 actuadores.

185

$$q_0 = a_0 + a_1 t_0 + a_2 t_0^2 + a_3 t_0^3 + a_4 t_0^4 + a_5 t_0^5$$

186

$$v_0 = a_1 + 2a_2 t_0 + 3a_3 t_0^2 + 4a_4 t_0^3 + 5a_5 t_0^4$$

187

$$\alpha_0 = 2a_2 + 6a_3 t_0 + 12a_4 t_0^2 + 20a_5 t_0^3$$

188

189

$$q_f = a_0 + a_1 t_f + a_2 t_f^2 + a_3 t_f^3 + a_4 t_f^4 + a_5 t_f^5$$

190

$$v_f = a_1 + 2a_2 t_f + 3a_3 t_f^2 + 4a_4 t_f^3 + 5a_5 t_f^4$$

191

192

$$\alpha_f = 2a_2 + 6a_3 t_f + 12a_4 t_f^2 + 20a_5 t_f^3$$

193

Figura 2. Ecuaciones de modelado para posiciones, velocidades y aceleraciones.

194

195 Por medio de métodos iterativos resueltos con software especializado es posible
 196 determinar los valores de velocidad y aceleración dado valores de posición, que el
 197 manipulador debe seguir. Para cada articulación se obtiene un perfil de velocidades y
 198 aceleraciones a través de las ecuaciones de la figura 2.

199

200
 201
 202
 203
 204
 205
 206
 207
 208
 209
 210

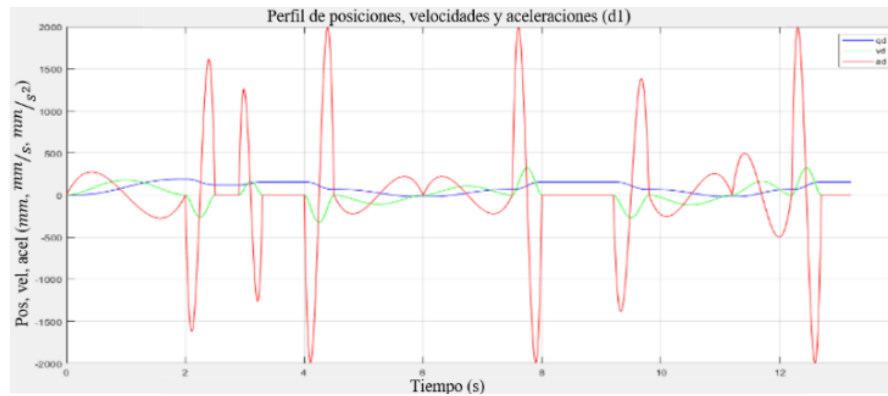


Figura 3. Perfil de posiciones, velocidades y aceleraciones para el eslabón 1 (Matlab 2019, por el autor).

211
 212
 213
 214
 215
 216
 217
 218
 219
 220
 221
 222
 223

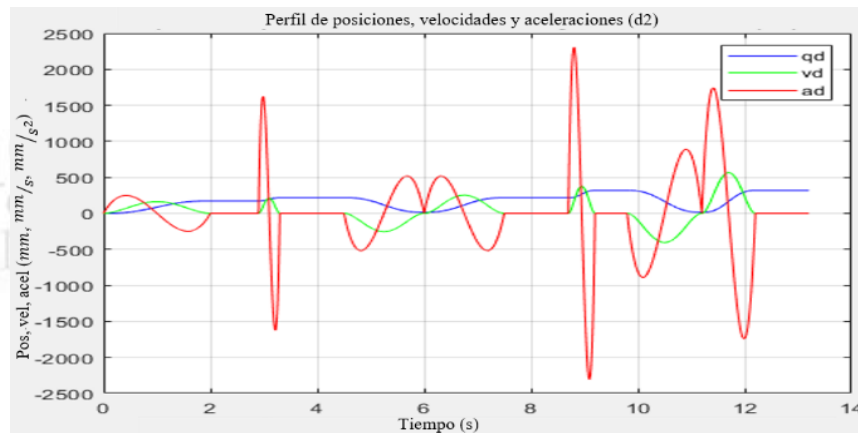


Figura 4. Perfil de posiciones, velocidades y aceleraciones para el eslabón 2 (Matlab 2019, por el autor).

224
 225
 226
 227
 228
 229
 230
 231
 232
 233
 234
 235
 236
 237

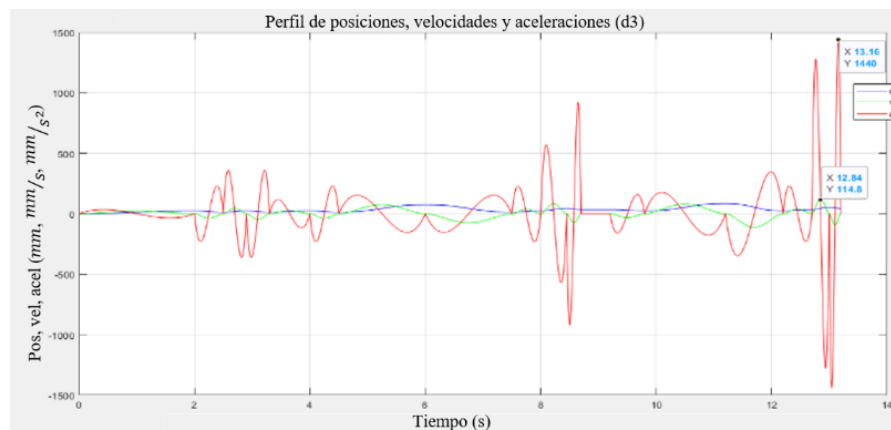


Figura 5. Perfil de posiciones, velocidades y aceleraciones para el eslabón 3 (Matlab 2019, por el autor).

3. Resultados y análisis

240
 241
 242
 243
 244

En los perfiles de posición, velocidad y aceleración de las gráficas de las figuras 3, 4 y 5 la curva roja representa la aceleración, la verde la velocidad y la azul la posición de la articulación en cada movimiento. Los valores obtenidos son:

245

246

Tabla 1 Valores máximos de velocidad y aceleración de los perfiles de movimiento en las articulaciones del robot.

Primera articulación D1		Segunda articulación D1		Tercera articulación D3	
Velocidad Máxima	Aceleración Máxima	Velocidad Máxima	Aceleración Máxima	Velocidad Máxima	Aceleración Máxima
1.964 m/s^2	3.157 cm/s	2.307 m/s^2	5.66 cm/s	1.440 m/s^2	1.148 cm/s

247

248 En conjunto con los valores de las Ecuaciones 16-19 es posible armar la matriz de
 249 fuerza que rige a las articulaciones.

250

Ecuación 20. Matriz de fuerzas.

$$\begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (m_1 + m_2 + m_3)\ddot{d}_1 & 0 & 0 \\ 0 & (m_2 + m_3)\ddot{d}_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_3\ddot{d}_3 + m_3g \end{bmatrix}$$

Donde:

- $m_1 = 1kg$
- $m_2 = 0.9kg$
- $m_3 = 0.816kg$
- $\ddot{d}_1 = 1.964 m/s^2$
- $\ddot{d}_2 = 2.307 m/s^2$
- $\ddot{d}_3 = 1.44 m/s^2$

$$\begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5.302 N \\ 3.958 N \\ 9.18 N \end{bmatrix}$$

251 **4. Conclusiones**

252

253 La tecnología está a la vanguardia para dar solución a cada vez más sectores de la
 254 industria. Este crecimiento es más acelerado conforme pasan los años, pues mientras
 255 que en el siglo XVIII la humanidad tardo un siglo para esparcir la tecnología de la
 256 industria textil fuera de Europa, hace apenas un par de décadas que avances como el
 257 internet y la automatización atacaron gran parte de la industria exponencialmente. Es
 258 conveniente difundir información sustancial para cooperar con quienes buscan
 259 desarrollar proyectos de esta índole. Las herramientas de modelaje matemático
 260 proporcionan una base sólida para la construcción de proyectos que involucran la
 261 aplicación de tecnologías robóticas. Estos modelos son de gran ayuda a la hora de
 262 dimensionar actuadores, así como determinar las características de los sistemas de
 263 transmisión. Es necesario contar con el conocimiento necesario para desarrollar
 264 proyectos que satisfagan las demandas de la sociedad actual.

265

266 **Agradecimientos**

267

268 El primer autor agradece el apoyo al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología
 269 (CONACYT) por la beca otorgada para cursar el programa de Maestría en Ciencias de
 270 Ingeniería Mecánica. Así mismo, los autores agradecen al Instituto Politécnico
 271 Nacional (IPN) por los recursos bibliográficos y de software.

272

273 5. Índice de referencias

274

275 • Oppenheimer, A. (2021). *¡Sálvese quien pueda! El futuro del trabajo en la era*
276 *de la automatización*, pp 22. Ciudad de México: Penguin Random House
277 Grupo Editorial.

278 • Spong, M. W., Hutchinson, S. y Vidyasagar, M. (2006). *Robot modeling and*
279 *control*, Vol. 3, pp. 75-118. New York: Wiley.

280

281 • Jensen, K. y Jensen, G. (Junio de 1983). Salud Dental: problemas de caries
282 dental, higiene bucal y gingivitis en la población marginada metropolitana de
283 México. *Boletín de la Oficina Sanitaria Panamericana*, Vol. 94, No. 6, pp 587-
284 603.

285 • Nguyen, T. y Jackson, T. (2018). 3D technologies for precision in orthodontics.
286 *Seminars in Orthodontics*, Vol. 24, No. 4, pp. 386-392, WB Saunders.

287 • Corke, P. (2007). A Simple and Systematic Approach to Assigning Denavit-
288 Hartenberg Parameters. *IEEE transactions on robotics*, Vol. 23, No. 3, pp. 590-
289 594.

INTRODUCCIÓN A REDES NEURONALES CONVOLUCIONALES

García León Omar¹*, Pineda Becerril Miguel de Nazareth¹, Rosas Fonseca Rosalba Nancy¹, Flores Pérez Judith Mayte¹ y Ramirez Montes Pedro Ivan¹
¹Facultad de Estudios Superiores Cuautitlán. A Teoloyucan Km 2.5, San Sebastian Xhala, 54714 Cuautitlán Izcalli, México.

ID-POSM034

Resumen

En el campo del aprendizaje de maquina han surgido de las Red Neural Artificial (RNA). Estos modelos de pueden superar con creces el rendimiento de formas anteriores de inteligencia artificial en tareas comunes de aprendizaje de máquina. Una de las formas de arquitectura RNA es la de la red neuronal convolucional (RNC). Las RNC se utilizan principalmente para resolver tareas de reconocimiento de patrones basadas en imágenes y ofrecen un método simplificado para comenzar con las RNA. Esta es una introducción los fundamentos de las RNA y el aprendizaje automático.

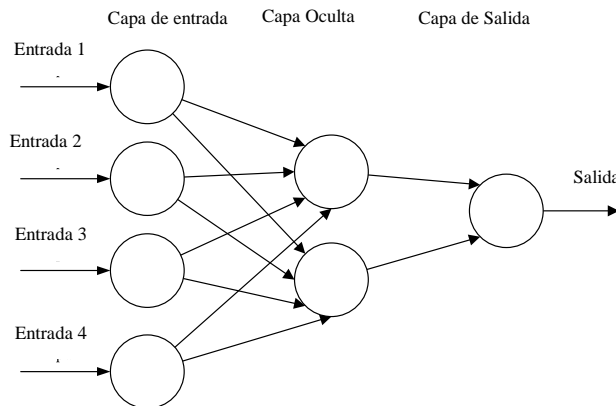
Palabras clave: Reconocimiento de patrones, Redes Neuronales Artificiales, Aprendizaje Automático, Análisis de Imágenes

1. Introducción

Las redes neuronales artificiales (RNA) son sistemas de procesamiento computacional que están muy inspirados en la forma en que funcionan los sistemas nerviosos biológicos (como el cerebro humano). Las RNA se componen principalmente de una gran cantidad de nodos computacionales interconectados (denominados neuronas), cuyo trabajo se entrelaza de manera distribuida para aprender colectivamente de la entrada a fin de optimizar su salida final.

La estructura básica de una RNA se puede modelar como (Fig.1). Cargaríamos la entrada, generalmente en forma de un vector multidimensional a la capa de entrada que la distribuirá a las capas ocultas. Las capas ocultas luego tomarán decisiones de la capa anterior y sopesarán cómo un cambio estocástico en sí mismo perjudica o mejora el resultado final, y esto se conoce como el proceso de aprendizaje. Tener múltiples capas ocultas apiladas unas sobre otras comúnmente se denomina aprendizaje profundo.

¹ García León Omar. Emai. caronte4509@yahoo.com



41
 42 **Figura. 1:** Una Red Neuronal de Retroalimentación (RNR) simple de tres capas,
 43 compuesta por una capa de entrada, una capa oculta y una capa de salida. Esta
 44 estructura es la base de una serie de arquitecturas RNA comunes, incluidas, entre
 45 otras, las redes neuronales de realimentación (FNN), las máquinas de Boltzmann
 46 restringidas (RMB) y las redes neuronales recurrentes (RNR).

47
 48 Los dos paradigmas de aprendizaje clave en las tareas de procesamiento de
 49 aprendizaje son: el aprendizaje supervisado y no supervisado. El aprendizaje
 50 supervisado es el aprendizaje a través de entradas preetiquetadas, que actúan como
 51 objetivos. Para cada ejemplo de entrenamiento habrá un conjunto de valores de
 52 entrada (vectores) y uno o más valores de salida designados asociados. El objetivo de
 53 esta forma de entrenamiento es reducir el error de clasificación general de los modelos,
 54 mediante el cálculo correcto del valor de salida del entrenamiento ejemplo por
 55 entrenamiento.

56
 57 El aprendizaje no supervisado difiere en que el conjunto de entrenamiento no incluye
 58 ninguna etiqueta. El éxito suele estar determinado por si la red puede reducir o
 59 aumentar una función de costo asociada. Sin embargo, es importante tener en cuenta
 60 que la mayoría de las tareas de reconocimiento de patrones generalmente dependen
 61 de la clasificación mediante el aprendizaje supervisado.

62
 63 Las redes neuronales convolucionales (RNC) son análogas a las RNA tradicionales en
 64 el sentido de que están compuestas por neuronas que se auto optimizan a través del
 65 aprendizaje. Cada neurona aún recibirá una entrada y realizará una operación (como
 66 un producto escalar seguido de una función no lineal), la base de innumerables RNA.
 67 Desde los vectores de imagen sin procesar de entrada hasta la salida final de la
 68 puntuación de la clase, toda la red seguirá expresando una única función de
 69 puntuación perceptiva (el peso). La última capa contendrá funciones de pérdida
 70 asociadas con las clases, y aún se aplican todos los consejos y trucos habituales
 71 desarrollados para las RNA tradicionales.

72

73 La única diferencia notable entre las RNC y las RNA tradicionales es que las RNC se
 74 utilizan principalmente en el campo del reconocimiento de patrones dentro de las
 75 imágenes. Esto nos permite codificar características específicas de la imagen en la
 76 arquitectura, lo que hace que la red sea más adecuada para tareas centradas en la
 77 imagen, al tiempo que reduce aún más los parámetros necesarios para configurar el
 78 modelo.

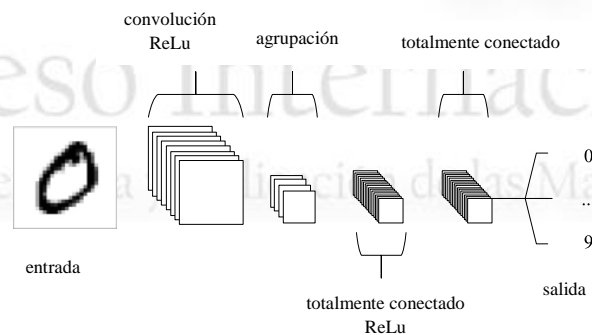
79

80 2. Desarrollo

81

82 Las RNC se componen de tres tipos de capas. Estas son capas convolucionales,
 83 capas de agrupación y capas totalmente conectadas. Cuando estas capas se apilan,
 84 se ha formado una arquitectura RNC. En la Fig. 2 se ilustra una arquitectura CNN
 85 simplificada.

86



87

88 La funcionalidad básica del ejemplo RNC anterior se puede dividir en cuatro áreas
 89 clave.

90

91 1. Como en otras formas de RNA, la capa de entrada contendrá los valores de
 92 píxeles de la imagen.

93

94 2. La capa convolucional determinará la salida de las neuronas que están
 95 conectadas a regiones locales de la entrada mediante el cálculo del producto
 96 escalar entre sus pesos y la región conectada al volumen de entrada. La unidad
 97 lineal rectificadora (comúnmente abreviada como ReLu) tiene como objetivo
 98 aplicar una función de activación (elemental) como sigmoide a la salida de la
 99 activación producida por la capa anterior.

100

101 3. La capa de agrupación simplemente realizará un muestreo descendente a lo
 102 largo de la dimensionalidad espacial de la entrada dada, reduciendo aún más
 103 el número de parámetros dentro de esa activación.

104

105 4. Las capas completamente conectadas realizarán las mismas tareas que se
 106 encuentran en las RNA estándar e intentarán producir puntajes de clase a partir
 107 de las activaciones, que se utilizarán para la clasificación. También se sugiere
 108 que ReLu se puede usar entre estas capas, para mejorar el rendimiento.

109 A través de este método simple de transformación, las CNN pueden transformar la
110 entrada original capa por capa utilizando técnicas convolucionales y de reducción de
111 muestreo para producir puntajes de clase con fines de clasificación y regresión.

112

113

114

115 **3. Análisis**

116

117 **3.1 Capa convolucional**

118

119 Como su nombre lo indica, la capa convolucional juega un papel vital en el
120 funcionamiento de las CNN. Los parámetros de las capas se centran en el uso de
121 Kernels de aprendizaje. Estos núcleos suelen ser pequeños en dimensionalidad
122 espacial, pero se extienden a lo largo de toda la profundidad de la entrada.

123

124 Entrenar RNA con imágenes da como resultado modelos que son demasiado grandes
125 para entrenar de manera efectiva. Esto debido a la manera totalmente conectada de
126 las neuronas RNA estándar, por lo que para mitigar esto, cada neurona en una capa
127 convolucional solo está conectada a una pequeña región del volumen de entrada. La
128 dimensionalidad de esta región se conoce comúnmente como el tamaño del campo
129 receptivo de la neurona.

130

131 Las capas convolucionales también pueden reducir significativamente la complejidad
132 del modelo a través de la optimización de su salida. Estos se optimizan a través de
133 tres hiperparámetros, la profundidad, la zancada y la configuración de relleno cero.

134

135 La profundidad del volumen de salida producido por las capas convolucionales se
136 puede configurar manualmente a través del número de neuronas dentro de la capa en
137 la misma región de la entrada. Esto se puede ver con otras formas de ANN, donde
138 todas las neuronas en la capa oculta están directamente conectadas a cada neurona
139 de antemano. La reducción de este hiperparámetro puede minimizar significativamente
140 el número total de neuronas de la red, pero también puede reducir significativamente
141 las capacidades de reconocimiento de patrones del modelo.

142

143 También podemos definir la zancada en la que establecemos la profundidad en torno
144 a la dimensionalidad espacial de la entrada para colocar el campo receptivo. Por
145 ejemplo, si tuviéramos que establecer una zancada en 1, tendríamos un campo
146 receptivo muy superpuesto que produciría activaciones extremadamente grandes.
147 Alternativamente, establecer el paso a un número mayor reducirá la cantidad de
148 superposición y producirá una salida de dimensiones espaciales más bajas.

149 El relleno de ceros es el proceso simple de rellenar el borde de la entrada y es un
150 método efectivo para dar mayor control en cuanto a la dimensionalidad de los
151 volúmenes de salida.

152

153

154 3.2 Capa de agrupación

155

156 Las capas de agrupación tienen como objetivo reducir gradualmente la
157 dimensionalidad de la representación y, por lo tanto, reducir aún más el número de
158 parámetros y la complejidad computacional del modelo.

159

160 3.3 Capa completamente conectada

161

162 La capa totalmente conectada contiene neuronas que están directamente conectadas
163 a las neuronas de las dos capas adyacentes, sin estar conectadas a ninguna capa
164 dentro de ellas. Esto es análogo a la forma en que las neuronas se organizan en formas
165 tradicionales de RNA (Fig. 1).

166

167 4. Conclusiones

168

169 Las redes neuronales convolucionales se diferencian de otras formas de redes
170 neuronales artificiales en que, en lugar de centrarse en la totalidad del dominio del
171 problema, se explota el conocimiento sobre el tipo específico de entrada. Esto, a su
172 vez, permite configurar una arquitectura de red mucho más sencilla.

173

174 En este documento se resumen los conceptos básicos de las redes neuronales
175 convolucionales, explicando las capas necesarias para construir una y detallando la
176 mejor manera de estructurar la red en la mayoría de las tareas de análisis de imágenes.

177

178

179 Agradecimientos

180

181 Trabajo realizado con el apoyo del programa UNAM-DGAPA-PAPIME PE101623.

182

183

184 5. Índice de referencias

185

186 O'Shea, K., & Nash, R. (2015). An introduction to convolutional neural networks. *arXiv*
187 *preprint arXiv:1511.08458*.

188

189 Nebauer, C. (1998). Evaluation of convolutional neural networks for visual
190 recognition. *IEEE transactions on neural networks*, 9(4), 685-696.

191

192 Simard, P. Y. Best practices for convolutional neural networks applied to visual
193 document analysis, August 2003. In *Seventh International Conference on Document*
194 *Analysis and Recognition*.

195

196 Srivastava, N. (2013). Improving neural networks with dropout. *University of*
197 *Toronto*, 182(566), 7.

198

- 199 Egmont-Petersen, M., de Ridder, D., & Handels, H. (2002). Image processing with
200 neural networks—a review. *Pattern recognition*, 35(10), 2279-2301.
- 201 Farabet, C., Martini, B., Akselrod, P., Talay, S., LeCun, Y., & Culurciello, E. (2010,
202 May). Hardware accelerated convolutional neural networks for synthetic vision
203 systems. In *Proceedings of 2010 IEEE International Symposium on Circuits and*
204 *Systems*(pp. 257-260). IEEE.
- 205
- 206 Hinton, G. E. (2012). A practical guide to training restricted Boltzmann
207 machines. *Neural Networks: Tricks of the Trade: Second Edition*, 599-619.

MEMORIAS DEL
Congreso Internacional
Sobre la Enseñanza y Aplicación de las Matemáticas

MOVILIDAD LABORAL HUMANA

García León Omar^{1,*}, León Rodríguez Frida María², Aguilar Márquez Armando³,
Pineda Becerril Miguel de Nazareth⁴ y Rosas Fonseca Rosalba Nancy⁵
^{1,2,3,4,5} *Facultad de Estudios Superiores Cuautitlán. A Teoloyucan Km 2.5, San
Sebastian Xhala, 54714 Cuautitlán Izcalli, México.*

I-POSM035

Resumen

El objetivo de este trabajo es analizar la evolución de los Mercados Laborales Locales (MLL) a lo largo del tiempo para de un grupo de población (mujeres). Se utiliza un proceso iterativo para examinar los datos de desplazamiento de el grupo (mujeres) y rastrear MLL en dos años distintos maximizando la autocontención de los trabajos (número de trabajos ocupados por mujeres del área y número de residentes mujeres que trabajan en misma área) de las áreas generadas. Se calculan cuatro índices para cada MLL, y la variación de estos cuatro índices entre dos años nos permite clasificarlos como áreas que pasan de áreas con excedentes de empleo a áreas deficitarias, o viceversa.

Palabras clave: Mercados Laborales Locales, Empleo, Movilidad, Política Laboral, Trabajadores Inmigrantes.

1. Introducción

Este estudio contribuye a la literatura existente al examinar al subgrupo de trabajadoras en toda España. En el contexto de la movilidad laboral, este documento aborda dos temas: la diferencia en la preferencia de lugar de trabajo las trabajadoras y el cambio en la movilidad a lo largo del tiempo. Existen estudios de la evolución de regiones específicas de sector y género a lo largo del tiempo para otros países (Farmer & Fotheringham, 2011; Green, Coombes, & Owen, 1986; Persyn, 2011). En segundo lugar, la evidencia empírica para evaluar la evolución de la MLL se construye con datos extraídos de los censos de 2001 y 2011, lo que permite captar el impacto en las condiciones laborales a través de una importante contracción económica.

Se desagrega a la población general en estratos, reconociendo las diferentes necesidades de las personas que componen la población general y sus diferentes hábitos de movilidad a través de sus índices de autocontención, lo que permite un análisis más profundo de las áreas. En este sentido, nuestros resultados muestran que las características intrínsecas de la fuerza laboral afectan sus preferencias de movilidad (Hansen, 2015).

¹ Omar García León. Caronte4509@yahoo.com

43 El estudio contribuye a responder la pregunta de dónde ubicar las políticas públicas
44 para limitar la mayor movilidad a través de la concentración geográfica de las funciones
45 de vivir y trabajar.

46
47 Esta investigación contribuye a la discusión de la evaluación de la trazabilidad
48 geográfica de los mercados de trabajo y el examen de su evolución a través del tiempo.

49
50 Además, esta investigación contribuye a cumplir con las características deseadas para
51 las regiones analíticas mencionadas recurrentemente, como: compacidad, contigüidad
52 (Garfinkel & Nemhauser, 1970), restricciones de tamaño, forma (Rossiter & Johnston,
53 1981), y barreras naturales de la geografía como montañas y ríos o lagos (Zoltners &
54 Sinha, 1983) que limitan la conectividad territorial (Horn, 2010).

55
56
57

Tabla 1. Breve descripción de los subgrupos utilizados en este estudio.

Estrato	Censo 2001	Censo 2011
	Clave de Clasificación Censal:	Clave de Clasificación Censal:
<i>Mujeres</i>	6	6
<i>Hombres</i>	1	1

58 Fuente: Censos de Población 2001 y 2011; Instituto Nacional de Estadística, España.

59
60
61
62

63 2. Metodología o desarrollo

64
65

65 2.1 Datos

66 Utilizamos como caso de estudio los datos de desplazamiento de los trabajadores
67 españoles de los censos de 2001 y 2011, elaborados por el INE (Instituto Nacional de
68 Estadística). Ambos censos permiten examinar en detalle un conjunto de
69 características de los trabajadores (género, ocupación, etc.). También nos permiten
70 abordar la movilidad considerando la desagregación de la población general por lo que
71 es posible enfocarse en el grupo de este estudio. Debido a que el censo se realiza
72 periódicamente (cada 10 años), es posible detectar cambios o evoluciones generales
73 en la información. En este caso de estudio, la muestra (Tab. 1) está estratificada por:
74 género. Los viajeros de cada estrato trazan MLL tanto para 2001 como para 2011, que
75 luego se clasifican en MLL que cambian de áreas excedentes en puestos de trabajo a
76 áreas deficitarias o viceversa, debido a la variación de trabajadores, puestos de trabajo
77 y dos índices de autocontención.

78

79 2.2 Metodología

80

81 La metodología escogida es un proceso iterativo con N-1 pasos basado en el cálculo
82 de indicadores que miden la intensidad de los flujos de viajeros entre pares de áreas,
83 fusionando en cada uno de los N-1 pasos las dos áreas más relacionadas. En cada
84 paso, se agrupan dos áreas y la interacción entre estas dos áreas se convierte en una
85 interacción interna (o intrazonal) para una nueva área resultante. Esta nueva área
86 ahora toma el lugar de las dos áreas principales en el siguiente paso del análisis (De
87 Jong & Van der Vaart, 2010). Esta metodología, utilizada sobre la matriz origen-destino
88 de viaje, permite inferir grupos de regiones homogéneas en función del número de
89 personas que viven en un área y comparten destinos en su trayecto diario al trabajo.
90 Específicamente, en cada N-1 pasos del proceso de aglomeración la función objetivo:

91

$$\frac{T_{ij}}{(\sum_i T_{ij} * \sum_j T_{ij})} + \frac{T_{ji}}{(\sum_j T_{ji} * \sum_i T_{ji})} \quad (1)$$

92 es maximizada,

93 donde

94 T_{ij} es la interacción entre el origen i y el destino j .

95

96

97

98 3. Resultados y análisis

99

100 Se muestra aumento de los flujos intermunicipales en todo el territorio, lo que apunta
101 a un aumento global de la movilidad, dando paso a áreas funcionales más amplias
102 (Fig. 1) y menores niveles de autocontención reflejados en la duración del viaje al
103 trabajo. Esto impacta en la calidad de vida, la cohesión social y la sostenibilidad de los
104 territorios.

105

Figura 1.- Comportamiento de los MLL_i in 2001-2011 (Segmento Femenino)



106 *Fuente: Elaboración Propia a partir de Censos de Población 2001 y 2011; Instituto*
 107 *Nacional de Estadística, España.*

108
 109

110 En este sentido, los flujos de desplazamiento son relevantes para fines de planificación
 111 en el transporte y la vivienda, otorgándoles valor como base para las políticas de
 112 transporte y crecimiento económico. Esto indica que las trabajadoras tienden a residir
 113 dentro del mismo MLL en porcentajes más altos que los trabajadores varones. Esto se
 114 debe a que el viaje al trabajo está más influenciado por las preferencias profesionales
 115 de las mujeres que por las de los hombres. El segmento con menor propensión a viajar
 116 es el segmento Femenino. En general, hay un aumento de la movilidad como
 117 consecuencia de la disminución de los índices de autocontención entre 2001 y 2011,
 118 como se muestra en la disminución de los índices de oferta y demanda.

119
 120
 121

Tabla 1. índices de movilidad por estrato por año

	Censo 2011		Censo 2001	
	Auto-Contención de la Oferta	Auto-Contención de la Demanda	Auto-Contención de la Oferta	Auto-Contención de la Demanda
Estrato:	Promedio	Promedio	Promedio	Promedio
Mujeres	82.1%	83.9%	90.6%	88.7%
Hombres	73.9%	78.1%	86.1%	85.6%

122 *Fuente: Elaboración Propia a partir de Censos de Población 2001 y 2011; Instituto*
 123 *Nacional de Estadística, España.*

124

125

126 Encontramos que hay zonas con una importante oferta de empleo que tienen la
127 capacidad de atraer flujos de trabajadores de las zonas aledañas. Las áreas que
128 muestran un déficit de empleos podrían recibir ayuda con políticas y asignación de
129 recursos. El segmento con menor propensión a viajar es el segmento Femenino. Este
130 comportamiento se evidencia en los niveles de autocontención (tanto de la oferta como
131 de la demanda) de los MLL formados únicamente por trabajadoras, que son superiores
132 a los de los hombres en ambos años, lo que indica que los MLL formados por
133 trabajadoras son más cerrados en términos de salidas y las entradas y que la
134 interacción funcional con otros MLL es menor para las mujeres que para los hombres.
135 Esto indica que un mayor porcentaje de trabajadoras residen dentro de la misma MLL
136 que los trabajadores varones. Una posible explicación es que el viaje al trabajo está
137 más influenciado por las preferencias profesionales de las mujeres que de los
138 hombres, lo que respalda hallazgos previos sobre este tema en la literatura (Hansen
139 2015). Hansen (2015) señala que existen diferencias de género en cuanto a la elección
140 del lugar de trabajo, debido a que las mujeres están más influenciadas por las
141 preferencias profesionales; el contenido del trabajo es importante y motiva la movilidad
142 de la mano de obra altamente calificada.

143 **4. Conclusiones**

144

145 Por ello, es necesario incentivar la formación de asociaciones intermunicipales para
146 gobernar estos espacios funcionales plurimunicipales a través de la coordinación de
147 los gobiernos locales. Para potenciar dicha coordinación son necesarios programas y
148 fondos especiales, así como la continuación de los fondos y programas existentes que
149 apuntan a resolver problemáticas conjuntas. En este esfuerzo, las delimitaciones
150 funcionales solo son útiles para la formulación de políticas si superan claramente a las
151 delimitaciones administrativas, y deben exhibir similitudes funcionales y ser coherentes
152 con medidas particulares relacionadas con la economía y el mercado laboral.

153

154 El creciente problema del aumento de la movilidad se puede abordar mediante
155 políticas que se centren en varias áreas. Por ejemplo, la movilidad puede abordarse a
156 través de políticas enfocadas en ubicar las viviendas y los lugares de trabajo a
157 distancias fácilmente recorridas por medios de transporte alternativos como la bicicleta
158 o el transporte público, limitando la posterior urbanización de las zonas rurales.
159 Concentrar geográficamente las funciones de vivienda y trabajo a través de la
160 promoción del Desarrollo Orientado al Tránsito (TOD) que significa construir edificios
161 de viviendas de alta densidad, lugares de trabajo, servicios y tiendas cerca de las
162 estaciones del sistema de transporte masivo.

163

164 También es importante la construcción de instalaciones y servicios de transporte
165 adecuados, la flexibilidad del tiempo de trabajo y la disponibilidad de servicios
166 complementarios como el cuidado de los niños. Además, las condiciones favorables
167 del mercado de la vivienda representan un factor importante en la reducción de la

168 movilidad. Finalmente, la expansión del teletrabajo puede considerarse una innovación
169 tecnológica y organizativa para disminuir la movilidad.

170

171 En general, se observa un aumento de la movilidad como consecuencia de la
172 disminución de la autocontención entre 2001 y 2011, como se muestra en la
173 disminución de los índices de oferta y demanda de las trabajadoras.

174

175 Además, debido a la desagregación de la base de datos utilizada en nuestra
176 investigación, podemos ver cuál de los subgrupos y en qué regiones se necesita más
177 ayuda, lo que permite soluciones políticas enfocadas que podrían tener implicaciones
178 por subgrupo y región. Por ejemplo, en grupos más susceptibles al desempleo (como
179 trabajadores no calificados y trabajadores más jóvenes), este documento ayuda a
180 explicar la estructura de sus LLM; por ejemplo, los trabajadores poco calificados
181 tienden a viajar distancias más cortas que los trabajadores más calificados
182 (Immergluck, 1998).

183

184

185

186

187

188 **5. Índice de referencias**

189

190

191 De Jong, T., & Van der Vaart, N. (2010). Manual Flowmap 7.4. The Netherlands:
192 Faculty of Geographical Sciences, Utrecht University. Retrieved from [Http://Flowmap.](http://Flowmap.Geo.Uu.Nl/Downloads/FM740_Manual)
193 [Geo. Uu. Nl/Downloads/FM740_Manual](http://Flowmap.Geo.Uu.Nl/Downloads/FM740_Manual). Pdf.

194

195 Farmer, C. J. Q., & Fotheringham, A. S. (2011). Network-Based Functional Regions.
196 *Environment and Planning A: Economy and Space*, 43(11), 2723–2741. doi:
197 10.1068/a44136

198

199 Garfinkel, R. S., & Nemhauser, G. L. (1970). Optimal Political Districting by Implicit
200 Enumeration Techniques. *Management Science*, 16(8), B-495- B-508. doi:
201 10.1287/mnsc.16.8.B495

202

203 Green, A. E., Coombes, M. G., & Owen, D. W. (1986). Gender-specific local labour
204 market areas in England and Wales. *Geoforum*, 17(3–4), 339– 351. doi: 10.1016/0016-
205 7185(86)90002-3

206

207 Hansen, K. E. H. (2015). Labour mobility in the public sector: The impact of job
208 opportunities. *Geografisk Tidsskrift-Danish Journal of Geography*, 115(2), 133–141.
209 doi: 10.1080/00167223.2015.1080623

210

211 Horn, M. E. T. (2010). Solution Techniques for Large Regional Partitioning Problems.
212 *Geographica Analysis*, 27(3), 230–248. doi: 10.1111/j.1538- 4632.1995.tb00907.x

- 213
214 Immergluck, D. (1998). Neighborhood economic development and local working: The
215 effect of nearby jobs on where residents work. *Economic Geography*, 74(2), 170–187.
216
217
218 Instituto Nacional De Estadística (INE) Censo 2001, España
219
220
221 Instituto Nacional De Estadística (INE) Censo 2011, España
222
223
224 Persyn, D. (2011). Functional Labor Markets in Belgium: Evolution over time and
225 intersectoral comparison.
226
227
228 Rossiter, D. J., & Johnston, R. J. (1981). Program GROUP: The Identification of All
229 Possible Solutions to a Constituency-Delimitation Problem. *Environment and Planning*
230 *A: Economy and Space*, 13(2), 231–238. doi: 10.1068/a130231
231
232 Zoltners, A. A., & Sinha, P. (1983). Sales Territory Alignment: A Review and Model.
233 *Management Science*, 29(11), 1237–1256. doi: 10.1287/mnsc.29.11.1237

TECNOLOGÍA PARA LA ENSEÑANZA Y EL APRENDIZAJE

Martínez De la cruz María Guadalupe ^{1*}, y Macias González Maria del Consuelo²
^{1,2}*Tecnológico de Estudios Superiores de Cuautitlán Izcalli. Fracción la Coyotera del
Ejido, Av. Nopaltepec, Av. San Antonio s/n, Industrial Cuamatla, 54748 Cuautitlán
Izcalli, México.*

ID-POSM036

Resumen

El ser humano tiene que adaptarse a los cambios continuos, la pandemia por Covid-19 fue una muestra de ello, los docentes tuvieron que actualizarse en tiempo récord, tomaron webinar, talleres y cursos que ayudaron en su quehacer, adquirieron las competencias digitales y tanto profesor como alumno desarrollaron habilidades y destrezas. Fue un reto llegar a los alumnos pese a la distancia pero no imposible. Las crisis traen cambios, para el caso de la educación, resultó ser un gran cambio de paradigma. El uso diversificado de distintas herramientas y plataformas ayudó a ser dinámica las clases, trabajar con Meet, Classroom, la paquetería de office, clic 3.0, GeoGebra, formularios de google, pizarrón digital, thatquiz, e_book, Mural, Kahhot, Canva, etc. ayudaron en gran escala. Las Tecnologías sin duda han traído muchos beneficios y llegaron para quedarse permitiendo al ser humano optimizar recursos, tiempos y esfuerzos. Ser docente implica una gran responsabilidad, los jóvenes necesitan conocer, manipular y aprender de distintas maneras, y si el docente tiene la oportunidad de aportar algo para beneficiar a sus estudiantes, es necesario que lo haga.

Palabras clave: Matemáticas, Enseñanza, Aprendizaje, Tecnología, Estrategias, Pandemia.

1. Introducción

El mundo está cambiando constantemente, por ejemplo el sistema de transporte; de una carreta hasta llegar a pruebas con autos que vuelan, los medios de comunicación; de cartas a celulares, aunados a las redes y muchas más herramientas como la realidad virtual. El ser humano se adapta, en ocasiones por deseo y otras por necesidad, justo eso pasó con la pandemia por COVID-19, el sistema educativo necesitó de manera urgente el uso de la tecnología, los docentes estaban capacitados en el área pedagógica, de matemáticas, ciencias, lengua materna, etc., sin embargo, la pandemia mostró que no eran suficientes esos conocimientos. Cabe recalcar que muchas de esas herramientas que se comenzaron a utilizar, ya estaban presentes, sin embargo no se les había prestado atención o al menos no a gran escala.

Se necesitaba empoderar a los docentes a este nuevo escenario, un aula virtual de forma rápida, para ello fue necesario una actualización, tomar cursos, talleres, webinar, etc. De acuerdo con (Caccuri, 2018) las competencias digitales de un

¹ *Autor para la correspondencia. E-mail: maria.martinezd@aeefcm.gob.mx Tel.47-82-78-96

41 docente son: Informatización y alfabetización informacional, Comunicación y
42 elaboración, creación de contenido digital, seguridad y resolución de problemas, y
43 todos ellos fueron adquiridos por los profesores.

44 En el caso particular de las matemáticas en el currículo escolar en ocasiones es hablar
45 de algo complejo para los alumnos, si estando dentro del aula suele ser en ocasiones
46 difícil lograr los aprendizajes esperados, ahora esa complejidad se hacía más grande
47 por el trabajo a distancia.

48 *El uso de las tics en la enseñanza de las matemáticas puede resultar beneficioso tanto*
49 *para el alumno como para el docente, ya que ambos desarrollarán competencias, por*
50 *un lado, el alumno desarrolla su pensamiento matemático, mientras el docente,*
51 *desarrolla las habilidades y destrezas para manejar las tecnologías e innovar el*
52 *proceso enseñanza-aprendizaje. (García, 2017, pág. 8)*

53 “La enseñanza-aprendizaje de las estrategias se logra a través de las distintas formas
54 de organización del proceso docente-educativo, especialmente mediante la clase y
55 por medio de los métodos, técnicas y recursos didácticos en general”. (Iglesias, 2012,
56 pág. 23). De los antes mencionado el docente debe reconocer sus habilidades y
57 carencias con el fin de mejorar su práctica.

58 **2. Desarrollo**

59

60 **2.1 Cambio de paradigma**

61 Kuhn (1971) menciona que el conocimiento científico se da gracias a los cambios de
62 paradigmas, describe a la crisis como “a falta de otro mejor” que para trascender al
63 camino del progreso se debe interrogar a cómo lograrlo, si es continuo y acumulativo,
64 indica que una crisis se cierra “sólo cuando la teoría paradigmática se ha ajustado
65 para que lo anómalo se vuelve algo esperado” y se adoptan nuevos instrumentos,
66 “mirar en lugares nuevos” y ver cosas nuevas en lugares que antes habían solo
67 mirado”, “aprenden a ver una nueva Gestalt” .

68 La pandemia trajo un cambio de paradigma en la educación, fue algo que no se
69 esperaba, la Secretaria de Educación Pública mencionaba la suspensión de clases el
70 20 de Marzo de 2020 por situaciones de COVID-19, en ese momento se pensó que el
71 confinamiento seria solo de 30 días, el tiempo se extendió hasta principios de Abril
72 2021 cuando el Secretario de Educación Esteban Moctezuma informó que el regreso
73 a clase seria en línea, para esto los profesores tomaron distintos cursos. Los
74 profesores adoptaron nuevos instrumentos, para algunos fue complejo y frustrante,
75 para otros fácil y divertido, pero al final del día, todos lograron llegar a sus alumnos.

76 **2.2 Experiencia de enseñanza- Aprendizaje**

77

78 **2.2.1 Actualización docente**

79 Se tomaron distintos webinar impartidos por la Autoridad Educativa Federal en la
80 Ciudad de México (AEFCM), después vinieron cursos del uso de Classroom, Meet y
81 Zoom. En este proceso se aprendió a cómo crear una sesión tanto de Zoom como de
82 Meet, enseguida vino el aprendizaje del uso de la plataforma de Classroom, aquí se
83 aprendió a crear una clase, invitar a los alumnos a formas para de ella, a subir tareas,
84 calificarlas, pasar lista, retroalimentar, subir trabajos, videos, formularios, etc. Otras
85 instituciones comenzaron a dar cursos como pizarrón digital, uso de GeoGebra,
86 PowerPoint, Excel, etc. Más tarde los especialistas se dieron cuenta que era necesario
87 dar cursos referentes a lo socioemocional que tanto hacía falta.

88 Observando la importancia de la Tecnología y el gusto particular por este, se inició la
89 maestría en Tecnologías de la Información (TI) en el Tecnológico de Estudios
90 Superiores de Cuautitlán Izcalli, ahí se conoció y aprendió a utilizar muchas
91 herramientas que más tarde fueron implementadas a las sesiones con los alumnos.

92 2.2.2 Enseñanza a la distancia

93 En la escuela secundaria fue un reto poder llegar a los jóvenes, se tenía ya la
94 actualización, los docentes estábamos listos, sin embargo algunos alumnos no
95 contaban con computadoras, tabletas ni celulares. Ese fue el caso de algunos de los
96 estudiantes, al inicio se comenzó con pocos jóvenes y poco a poco fue incrementando
97 la asistencia. La secundaria donde se labora actualmente a medida que pudo, entregó
98 celulares a algunos alumnos que no tenían la posibilidad de adquirir una, otra
99 estrategia fue dar oportunidad de solo entregar cargas de trabajo que él o la docente
100 dejaba, o bien entregar lo aprendido en Aprende en Casa que implementó el Gobierno
101 Federal.

102 En la escuela secundaria pidieron realizar adecuaciones a las planeaciones, con el fin
103 de apoyar a los estudiantes, algunas de ellas fueron:

- 104 • Dejar abierto los espacios para la entrega de tareas.
- 105 • Dejar trabajos con guías de estudio para los jóvenes que no tenían posibilidad
106 de entrar a las clases todos los días.
- 107 • Grabar y subir videos con la explicación del tema dados en las sesiones de Meet
108 o Zoom.
- 109 • Subir videos tomados de Youtube y grabaciones realizadas en casa.

110 Las clases se realizaron con grupos de tercer año de secundaria, al iniciar la sesión
111 se reprodujo música de bienvenida, después un video para hacer conciencia de los
112 cuidados ante el coronavirus, cuidado del planeta, salud socioemocional, entre otros.
113 Se mostró la forma de trabajo y el lugar o carpeta donde tendrían que subir la
114 evidencia.

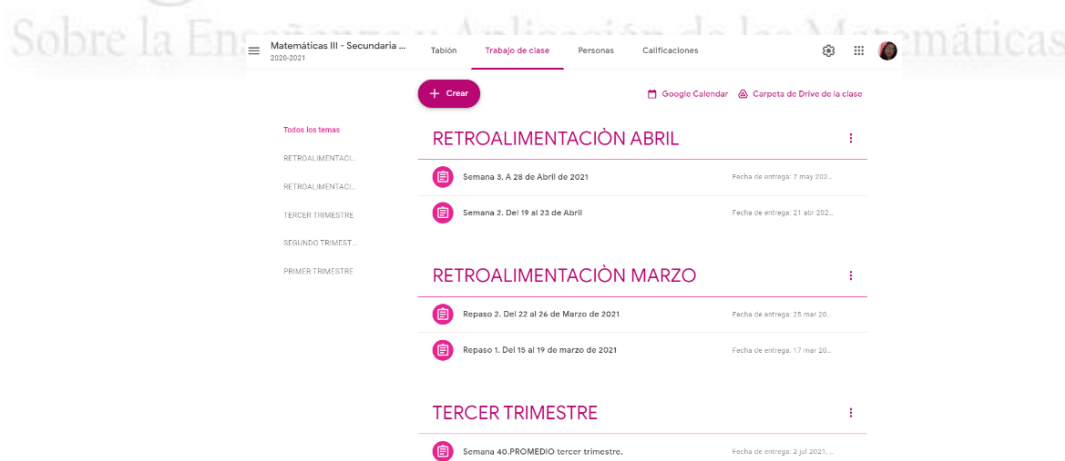
115 Se realizaron las clases dinámicas, se utilizaron distintas herramientas y Tecnologías
116 de la Información y la comunicación (TIC), tanto para la enseñanza, la observación e

117 interpretación de gráficas, repaso y evaluación de varios temas de Matemáticas,
 118 algunos ejemplos se muestran a continuación:

- 119 • Word. Apoya al alumno en la entrega de trabajos escritos.
- 120 • Clic 3.0. y Thatquiz. Ayuda a repasar distintos temas y facilita la evaluación del
- 121 alumno.
- 122 • Excel, PowerPoint, GeoGebra, Canva y Libro digital (e-book). Facilita la
- 123 creación de contenido.
- 124 • Pizarrón digital, MURAL y Kahoot permiten el trabajo en equipo usando la
- 125 herramienta al mismo tiempo.
- 126 • Formularios de Google. Agiliza la evaluación de los Aprendizajes.
- 127 • Movie maker. Ayuda a la creación de videos.

129 3. Resultados y análisis

130
 131 Se tuvo un 90% de ingreso a la plataforma de Classroom del total de alumnos, aquí se
 132 dio la consigna del trabajo por día o por semana, los jóvenes al entregar la actividad
 133 recibieron retroalimentación.

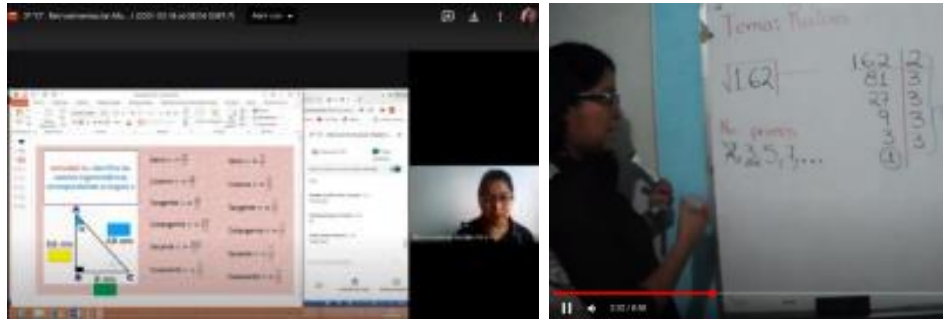


135
 136

137 **Figura 1. Plataforma de Classroom, muestra las carpetas de trabajo. Elaboración propia del**
 138 **contenido.**

139 Las grabaciones de las sesiones fueron de manera constante, para poder realizarlo se
 140 pidió el consentimiento de los jóvenes que asistían, algunos alumnos no podían entrar
 141 a la clase en la hora establecida por la escuela, ya sea porque en casa solo se tenía
 142 un dispositivo, por falta o fallas de internet, familiares enfermos, etc. Se tuvieron
 143 algunas complicaciones al realizar la grabación en casa porque no se contaba con
 144 cámara especial, la definición no era buena y además tardaba mucho para poder
 145 subirlo al drive y de ahí al Classroom, pero al final se logró.

146
 147



148
149
150
151
152
153

Figura 2. A la izquierda clase grabada de una sesión de Meet sobre el tema de razones trigonométricas y a la derecha clase grabada en casa. Elaboración propia del contenido.

154 El trabajo cotidiano fue arduo al principio, pero conforme paso el tiempo hubo
 155 adaptación, logrando encontrar muchas herramientas que ayudaron a la adquisición
 156 de los aprendizajes sin ser tediosos, se cambió la herramienta o la forma de dar la
 157 clase todos los días.



158
159
160
161

Figura 3. Uso de PowerPoint para dar el tema de sucesiones. Elaboración propia.

	Seminario 2	Seminario 3	Seminario 4	Seminario 5	Seminario 6	Seminario 7	Seminario 8	Seminario 9	Examen Final	Promedio
Fecha de entrega	25/03/2023	25/03/2023	25/03/2023	25/03/2023	22/04/2023	30/05/2023	30/05/2023	30/05/2023		
Respecto a Eval Formulario	Formulario	Formulario	Formulario	Formulario	Formulario	Formulario	Formulario	Formulario		
Calificación	80%	80%	80%	80%	80%	80%	80%	80%		
el porcentaje se toma el promedio y se multiplica por										Porcentaje obtenido de Trabajo de clase
2. Formulario (este rubro vale un total de 4 puntos sobre la calificación final)										
	Seminario 2	Seminario 3	Seminario 4	Seminario 5	Seminario 6	Seminario 7	Seminario 8	Seminario 9	Promedio	
Fecha de entrega	14/03/2023	14/03/2023	14/03/2023	14/03/2023	14/03/2023	14/03/2023	14/03/2023	14/03/2023		
Respecto a Eval Formulario	Formulario	Formulario	Formulario	Formulario	Formulario	Formulario	Formulario	Formulario		
Calificación	80%	80%	80%	80%	80%	80%	80%	80%		
el porcentaje se toma el promedio y se multiplica por										Porcentaje obtenido de los Formularios
Trabajo de clase										Participación en clase
80%										80%

162
163
164
165
166

Figura 4. Calificaciones entregadas de manera personal, se utilizaron fórmulas de tal forma que solo el alumno con un código pudiera ver su calificación en tiempo real. Elaboración propia.



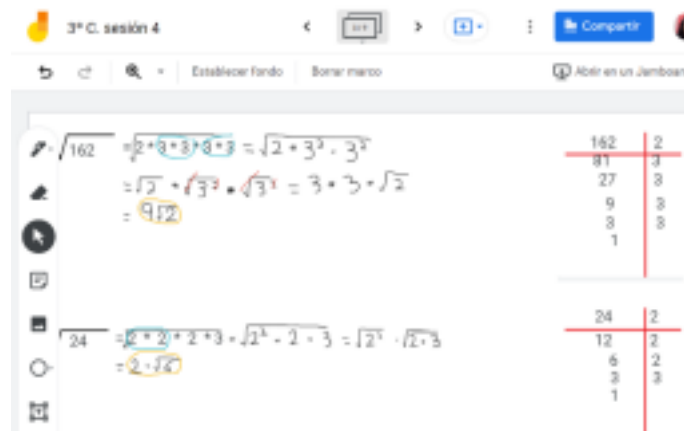
167
168
169
170

Figura 5. Actividad de thatquiz para evaluar aritmética. Elaboración propia del contenido.



171
172
173
174
175
176

Figura 6 .Libro digital realizado para el tema de desviación media y rango. Elaboración propia del contenido a excepción de los videos, estos fueron tomados de YouTube.

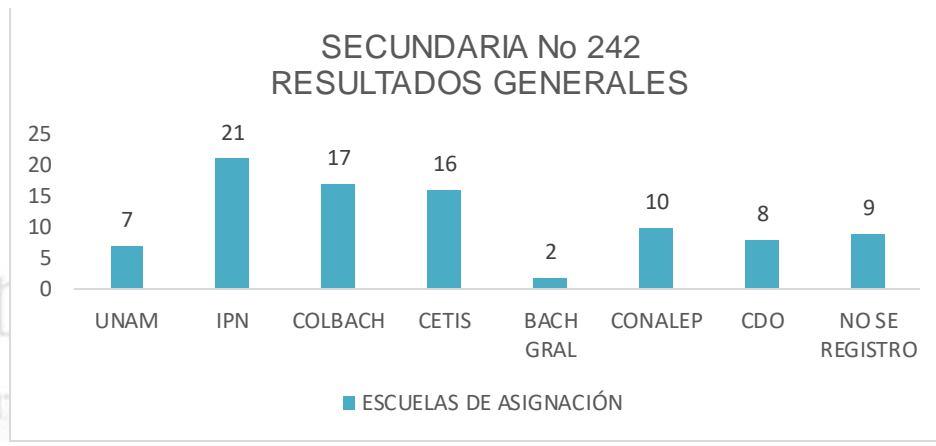


177
178
179

Figura 7. Uso de pizarrón digital. Elaboración propia del contenido.

180 En el ciclo escolar 2020-2021 la secundaria Margarita de Gortari Carvajal de Salinas
 181 presentó una matrícula en tercer grado de 139 alumnos, de los cuales el 95% realizó
 182 su registro en el concurso de ingreso a la educación media superior “COMIPEMS”, el
 183 5% faltante se inclinó por escuelas privadas.

184 Los datos que se presentan en la gráfica 1 corresponden a un total de 90 alumnos y
 185 alumnas egresados del ciclo escolar 2020-2021, el resultado de las escuelas donde
 186 lograron colocarse pese a la pandemia fue bueno.



187

188 **Grafica 1. Resultados de asignación de alumnos de tercer grado en la Escuela Secundaria**
 189 **Diurna No. 242 en el ciclo escolar 2020-2021. Elaboración propia.**

190 Después de observar la importancia de la Tecnología en la educación se optó en la
 191 maestría comenzar a trabajar en el diseño de un laboratorio virtual de Matemáticas,
 192 la pandemia trajo muchas áreas de oportunidad, ser docente implica una gran
 193 responsabilidad, los jóvenes necesitan conocer, manipular y aprender de distintas
 194 maneras, y si el docente tiene la oportunidad de aportar algo es necesario que lo
 195 haga. El laboratorio virtual está pensado para aquellos jóvenes que quieran seguir
 196 aprendiendo, repasar algún tema, comparar resultados y practicar. Primero para los
 197 que están en tercer año de secundaria, pues se están preparando para un examen
 198 COMIPEMS.

199

200 4. Conclusiones

201

202 Las TI (Tecnologías de la Información) han sido muy beneficiosas en la actualidad,
 203 permitiendo la optimización de recursos, tiempos y esfuerzos. Esta pandemia
 204 permitió dar un gran salto en la educación, se mencionó antes que una crisis se cierra
 205 solo cuando la teoría paradigmática se ha ajustado, y eso sucedió en la enseñanza-
 206 aprendizaje.

207 Las distintas herramientas utilizadas durante el trabajo a distancia, siguen siendo
 208 útiles a los docentes aun cuando se ha regresado a las clases presenciales, debido
 209 a que permite explicar los contenidos de matemáticas a nivel secundaria de una

210 manera diferente e innovadora, haciendo que cada tema sea interesante para el
211 alumno y lo más importante, que lo comprenda.

212

213 5. Índice de referencias

214

- 215 • Kuhn, T. (1971). *La estructura de las Revoluciones científicas*. México: Fondo
216 de cultura económica.
- 217 • Caccuri, V. (2018). *Competencias Digitales para la Educación del siglo XXI*. [e-
218 book]. Disponible en: [https://virginiacaccuri.blogspot.com/2018/06/ebook-gratis-
219 competencias-digitales.html](https://virginiacaccuri.blogspot.com/2018/06/ebook-gratis-competencias-digitales.html).
- 220 • García, J. (2018). Geogebra, una propuesta para innovar el proceso enseñanza-
221 aprendizaje en matemáticas. *Revista Electrónica sobre Tecnología, Educación
222 y Sociedad*, 8-10.
- 223 • Iglesias, F. (2012). PAPEL DEL PROFESOR EN LA ENSEÑANZA DE
224 ESTRATEGIAS DE APRENDIZAJE. *Revista Didasc@lia: Didáctica y
225 Educación*, 1-26.

MEMORIAS DEL
Congreso Internacional
Sobre la Enseñanza y Aplicación de las Matemáticas

LA DERIVACIÓN EN RELACIONES VECTORIALES Y EN COCIENTES DE EXPRESIONES ALGEBRAICAS

José Manuel Rivera Rebolledo^{1 *}, Laura Fernanda Toledo Alvarado², y Ricardo Gaitán Lozano³

^{1,2}Instituto Politécnico Nacional. Edificio 9, Unidad Profesional “Adolfo López Mateos”, 07738, Ciudad de México, México.

³Facultad de Estudios Superiores Cuautitlán, Campo 1, Universidad Nacional Autónoma de México.

ID-POSM038

Resumen

Se presenta una forma de tratar ciertas relaciones vectoriales por medio de la sola derivación normal, encontrándose que es posible su obtención de una manera más simple, lo cual hace que el trabajo se abrevie y la presentación de los desarrollos sea más sencilla. Asimismo, se aborda la derivación de cocientes de algunas expresiones algebraicas y se da una forma más simplificada de la regla de derivación. Con lo anterior, creemos que es posible hacer algunos cálculos más accesibles y menos embrollados, de ayuda directa para el lector y en particular para el estudiante.

Palabras clave: gradientes_1, derivación_2, cocientes_3, regla_4.

1. Introducción

Durante el proceso cotidiano de la enseñanza de las ciencias exactas y asimismo en algunos trabajos de investigación de la ciencia, nos enfrentamos con demostraciones que normalmente requieren de la pericia y paciencia en tales menesteres. Con la finalidad de afinar un tanto tales características, en particular para el estudiante que requiere de la práctica, en este trabajo hemos intentado, por medio de una serie de ejemplos tomados la mayoría de notas que se han elaborado a través del tiempo, resaltar que hay formas de obtener resultados más directos, como son la derivación en identidades e integraciones vectoriales, en derivaciones de cocientes comunes cuando se calculan residuos en varia le compleja, aquí con una formulita más breve que la tradicional. Se hace énfasis en que cuando los términos de la derivación son parecidos o simétricos, no hay necesidad de extender la derivación para cada uno de ellos.

^{1 *} José Manuel Rivera Rebolledo. E-mail: riverareb7@gmail.com, iriverare@ipn.mx Tel: 19-19-28-47 Fax: 72-95-50-15

38 **2. Metodología o desarrollo**

39

40 A partir de la ecuación de onda para una función escalar φ , se encuentra la siguiente
41 expresión [1], pag. 5:

42

43 **Ecuación 1.** $\varphi^*[(\partial_x^2 - \partial_t^2) + \gamma]\varphi - \varphi[(\partial_x^2 - \partial_t^2) + \gamma]\varphi^* = 0,$

44 con

45 **Ecuación 2.** $\gamma = \left(\frac{m_0\alpha}{h}\right)^2,$

46 O bien, con $\gamma = 0$:

47 **Ecuación 3.** $\varphi^*(\partial_x^2 - \partial_t^2)\varphi - \varphi(\partial_x^2 - \partial_t^2)\varphi^* = 0,$

48 que reescribimos como:

49 **Ecuación 4.** $\varphi^*(h^\mu h_\mu)\varphi - \varphi(h^\mu h_\mu)\varphi^* = 0, h^\mu = \nabla^\mu,$

50 Sean

51 **Ecuación 5.** $d(fg) = (df)g + f(dg),$ y $d = \nabla,$

52 tal que la ecuación (4) es:

53 **Ecuación 6.** $\nabla(fg) = (\nabla f)g + f(\nabla g),$

54 \Rightarrow **Ecuación 7.** $f(\nabla g) = \nabla(fg) - g(\nabla f),$

55 De aquí, con $f \rightarrow f^*$ y $g \rightarrow g^*$, se tiene, respectivamente:

56 **Ecuación 8.** $f^*(\nabla g) = \nabla(f^*g) - g(\nabla f^*),$ $f(\nabla g^*) = \nabla(fg^*) - g^*(\nabla f),$

57 Restando estas ecuaciones nos da:

58 **Ecuación 9.** $f^*(\nabla g) - f(\nabla g^*) = \nabla(f^*g - fg^*) + [g^*(\nabla f) - g(\nabla f^*)],$

59 Identificando aquí:

60 **Ecuación 10.** $g \rightarrow \nabla f$ y $\nabla(\nabla) \rightarrow \nabla.\nabla,$

61 obtenemos en el lado izquierdo de la ecuación (9):

62 **Ecuación 11.** $f^*(\nabla.\nabla f) - f(\nabla.\nabla f^*) = 0$

63 mientras que para el corchete del lado derecho se tiene:

64 **Ecuación 12.** $g^*(\nabla f) - g(\nabla f^*) = (\nabla f^*).(\nabla f) - (\nabla f).(\nabla f^*) = 0,$

65 Por lo tanto, de las ecuaciones (11-12) en la ecuación (9):

66 **Ecuación 13.** $\nabla(f^*g) - fg^* = 0,$

67 O, de acuerdo con la ecuación (10), además de $\nabla \rightarrow \nabla^\mu,$

68 **Ecuación 14.** $\nabla(f\nabla f^* - f^*\nabla f^*) = 0,$

69 y además con

70 **Ecuación 15.** $\nabla \rightarrow \nabla^\mu,$

71 resulta finalmente:

72 **Ecuación 16.** $\nabla^\mu(f\nabla_\mu f^* - f^*\nabla_\mu f^*) = 0,$

73 Alternativamente, haciendo:

74 **Ecuación 17.** $(f \cdot df^*) = df \cdot df^* + f \cdot d^2f^*,$ y $d(f^*df) = df^* \cdot df + f^* \cdot d^2f,$

75 su resta nos da:

76 **Ecuación 18.** $d(f \cdot df^* - f^*df) = f \cdot d^2f^* - f^* \cdot d^2f = 0,$

77 \therefore **Ecuación 19.** $d(f \cdot df^* - f^*df) = 0,$

78 la cual está de acuerdo con la ecuación (16), tomando en cuenta la ecuación (15).
 79 Vemos así que esta segunda alternativa netamente diferencial es más directa que la
 80 que nos conduce a la ecuación (16) usando los operadores de gradiente.

81 Damos a continuación una expresión que abrevia un tanto la conocida fórmula de la
 82 derivada de un cociente de funciones f y g , aquí como $\frac{f}{g^n}$, esto es:

83 **Ecuación 20.** $d_x \frac{f}{g^n} = \frac{1}{g^n} (g^n \cdot f' - f \cdot n g^{n-1}) = \frac{1}{g^{n+1}} (g \cdot f' - n f),$

84 \therefore **Ecuación 21.** $g^{n+1} \cdot d_x \left(\frac{f}{g^n} \right) = g \cdot f' - n f,$

85 con

86 **Ecuación 22.** $d_x = \frac{d}{dx}$ y $f' = \frac{df}{dx},$

87 Por ejemplo, sea

88
 89 **Ecuación 23.** $f(z) = \frac{h(z)}{g(z)} = \frac{z^3 - 4}{z^4 + 2z^2 + 1} = \frac{z^3 - 4}{(z+i)^2(z-i)^2},$

90 con

91 **Ecuación 24.** $g(z) = z^4 + 2z^2 + 1 = (z^2 + 1)^2 = (z + i)^2(z - i)^2,$

92 o bien,

93 **Ecuación 25.** $(z - i)^2 g(z) = (z - i)^2 \frac{1}{(z+i)^2(z-i)^2} = (z + i)^2,$

94 Así,

95 **Ecuación 26.** $d_z[(z - i)^2 \cdot f] = d_z \left[\frac{z^3 - 4}{(z+i)^2} \right] = d_z \left(\frac{h}{g^2} \right),$

96 Entonces de la ecuación (21), con

97 **Ecuación 27.** $f = h = z^3 - 4, g = z + i$ y $n = 2,$

98 se tiene

99 **Ecuación 28.** $g^3 \cdot d_z \left(\frac{h}{g^2} \right) = (z + i)(3z^2) - 2(z^3 - 4) = z^3 + 3iz^2 + 8,$

100 o

101 **Ecuación 29.** $g^3 \cdot d_z \left(\frac{h}{g^2} \right) = z^3 + 3iz^2 + 8,$

102 Vemos que la ventaja en la ecuación (29) es que el denominador pasa a numerador
 103 multiplicativo y que el exponente de éste es menor al que se tendría originalmente.

104 Ya en el tema de cálculo de residuos en variable compleja [2], la ecuación (29), con la
 105 identificación

106 **Ecuación 30.** $l_{+i} = \lim_{z \rightarrow +i}$

107 nos conduce a:

108 **Ecuación 31.** $Res(+i) = l_{+i} \frac{1}{g^3} (z^3 + 3iz^2 + 8) = \frac{1}{(2i)^3} (i^3 - 3i + 8) =$

109 $\frac{-1}{8i} (-i - 3i + 8) = \frac{-i}{8} (4i - 8) = \frac{-i}{2} (i - 2) = \frac{+1}{2} (1 + 2i),$

110 \therefore **Ecuación 32.** $Res(+i) = \frac{1}{2} (1 + 2i),$

111 Del texto de Arfken [3], pág. 40, utilizando notación abreviada, ver la ecuación (22)
 112 se tiene para la integración de una función escalar $f(\mathbf{r}) \equiv f(x, y, z)$ por la divergencia
 113 de una función vectorial $\mathbf{a}(\mathbf{r})$:

114 **Ecuación 33.** $\int f(\mathbf{r}) [\nabla \cdot \mathbf{a}(\mathbf{r})] dV = \int f [\sum_i \partial_i a_i(\mathbf{r})] dV = \sum_i \int f \partial_i a_i(\mathbf{r}) dV =$

115 $-\sum_i \int a_i (\partial_i f) dV = -\int [\mathbf{a}(\mathbf{r}) \cdot \nabla f] dV,$

116 Así

117 **Ecuación 34.** $\int f(\mathbf{r})[\nabla \cdot \mathbf{a}(\mathbf{r})]dV = - \int [\mathbf{a}(\mathbf{r}) \cdot \nabla f]dV,$

118 Similarmente, de misma referencia, pág. 39, escribimos para la divergencia del
119 producto del vector \mathbf{r} por $f(\mathbf{r})$:

120 **Ecuación 35.** $\nabla \cdot [\mathbf{r}f(\mathbf{r})] = \sum_l (\partial_l(x_l f)) = f + x_l(\partial_l f),$

121 **Ecuación 36.** $(\partial_l f) = (\partial_r f)(\partial_l r) = (d_r f)(\partial_l r) = f'(\partial_l r),$ o $(\partial_l f) = f'(\partial_l r),$

122 Aquí:

123 **Ecuación 37.** $r^2 = \sum_m x_m^2,$

124 \Rightarrow **Ecuación 38.** $2r(\partial_l r) = \sum_m 2x_m \delta_{ml} = 2x_l, \therefore (\partial_l r) = \frac{x_l}{r},$

125 y en la ecuación (36):

126 **Ecuación 39.** $(\partial_l f) = f' \frac{x_l}{r},$

127 tal que en la ecuación (35) nos queda:

128 **Ecuación 40.** $x_l(\partial_l f) = \frac{1}{r} f' \sum_m x_m^2 = \frac{1}{r} f' r^2 = f' r,$ o $x_l(\partial_l f) = f' r,$

129 Así que la ecuación (35) finalmente es:

130 **Ecuación 41.** $\nabla \cdot [\mathbf{r}f(\mathbf{r})] = 3f + rf',$

131 de acuerdo con [3], con las derivaciones explícitas y simplificadas.

132

133 3. Resultados y análisis

134

135 En este trabajo se han presentado diversos ejemplos en los cuales hemos incluido; a)
136 el tratamiento de identidades vectoriales con el uso auxiliar de las diferenciales con lo
137 cual se facilita el desarrollo; b) en integraciones vectoriales, hemos recurrido a
138 expresar en forma compacta las sumas de las derivadas parciales, un recurso ya
139 conocido, pero al que no se recurre mucho en los textos ni en la enseñanza; c)
140 finalmente, se ha utilizado una regla de derivación más práctica para un cociente de
141 funciones cuando el denominador es la potencia de una función, y se han hecho
142 aplicaciones en derivaciones de cocientes que aparecen con frecuencia en el cálculo
143 de residuos en variable compleja.

144

145

146 4. Conclusiones

147

148 1) Enfatizar la importancia de disponer de alternativas más cómodas y prácticas
149 cuando se abordan tópicos que tienen que ver esencialmente con la derivación de

150 funciones en sus diversos aspectos, aquí en identidades e integraciones vectoriales,
151 en el cálculo de residuos, y en ecuaciones diferenciales parciales a segundo orden. 2)
152 Hacer conciencia de que la adopción de tales alternativas nos van a aligerar la tarea
153 de los cálculos por si mismos así como durante el proceso de la enseñanza en el aula.
154 Por lo anteriormente comentado, pensamos que se cuenta con caminos más simples
155 y directos hacia los resultados en temas como los expuestos.

156

157 **Agradecimientos** (Opcional)

158

159 El segundo y tercer autor agradecen el apoyo al Sistema Nacional de Investigadores,
160 SNI, México.

161

162 **5. Índice de referencias**

163

164 [1] Bjorken, J. & Drell, S, *Relativistic Quantum Mechanics*. McGraw-Hill.

165 [2] Pennisi, L. L. (1967). *Elements of Complex Variables*. New York, USA: Holt,
166 Rinehart and Winston.

167 [3] Arfken, G. B. & Weber, H. J. (2005). *Mathematical Methods for Physicists*.
168 San Diego, USA: Elsevier Academic Press.

169

170

171

EL USO DE LOS MÓDULOS COMO ALTERNATIVA EN EL ESTUDIO DE ALGUNOS PROBLEMAS

Laura Fernanda Toledo Alvarado¹, José Manuel Rivera Rebolledo^{1*} y Ricardo Gaitán Lozano²

¹Instituto Politécnico Nacional. Edificio 9, Unidad Profesional “Adolfo López Mateos”, 07738, Ciudad de México, México.

²Facultad de Estudios Superiores Cuautitlán, Campo 1, Universidad Nacional Autónoma de México.

ID-POSM039

Resumen

En el presente trabajo abordamos el tema del manejo de los módulos con el fin de facilitar la comprensión de las cantidades consideradas, así como ayudar en el manejo de los signos de las mismas. Como ejemplo consideramos aquí el caso de una función de tipo rectangular, ligado a una cantidad esencialmente negativa, cuando los rangos de éstas pueden alcanzar tanto los valores positivos como los negativos. Con esto se intenta esclarecer y mejorar el uso de conceptos en particular para los estudiantes de la licenciatura en ciencias exactas, que en estos casos en ocasiones muestran ambigüedad en los signos, siendo entonces aquí el principal objetivo el de la certeza en los resultados derivados de los desarrollos.

Palabras clave: módulos₁, signos₂.

1. Introducción

En el presente trabajo€ mostramos que es más adecuado usar el módulo de alguna cantidad para que ésta a su vez muestre sus signos explícitos, como $|x|$ para x . Tal situación se presenta por ejemplo cuando se trata el de una función de potencial de forma rectangular, $U = -|U_0|$ en $r \leq r_0$, y $U = 0$ en $r \geq r_0$, siendo r la coordenada radial, el cual utilizaremos aquí auxiliándonos del desarrollo presentado en Beiser [1].

2. Metodología o desarrollo

Damos a continuación un desarrollo comparativo del tratamiento que se hace en Beiser [1] págs. 375-378, introduciendo asimismo los cambios cuando se utilizan los módulos de las funciones de U y E , (energías potencial y total, respectivamente), relacionadas a través de T (energía cinética) por medio de la fórmula:

$$\text{Ecuación 1. } T = E - U,$$

con T definida en términos de la masa m y el momento lineal p como

$$\text{Ecuación 2. } T = \frac{p^2}{2m},$$

en tanto que en nuestro caso E y U tienen los rangos:

$$\text{Ecuación 3. } E < 0, U \leq 0,$$

* Autor para la correspondencia. E-mail: riverareb7@gmail.com

43 La ecuación de Schrödinger nos da el comportamiento de una función de onda $u(r)$,
 44 asociada a un ente caracterizado por el parámetro m y dentro de U , de acuerdo con:

45 **Ecuación 4.** $u'' + \beta^2(E - U)u = 0$,

46 donde

47 **Ecuación 5.** $u'' = \frac{d^2 u}{dx^2}$

48 siendo β^2 dada por

49 **Ecuación 6.** $\beta^2 \equiv \frac{8\pi^2 m}{h^2}$.

50 y h la constante de Planck, ver Beiser [1], o Merzbacher [2].

51 Así, para el caso de una función U que cumpla junto con E las condiciones:

52 **Ecuación 7.** $U = -U_0, U_0 > y E < 0$, en $r \leq r_0, I$

53

54 **Ecuación 8.** $U = 0$ y $E < 0$, en $r \geq r_0, II$

55

56 de la ec. (4) se tiene primero, en la región I :

57 **Ecuación 9.** $u'' + \beta^2(E - U)u = 0, r \leq r_0, I$,

58 Como en dicha región la función U tiene el valor constante negativo dado por (7),
 59 entonces la ec. (8) queda como

60 **Ecuación 10.** $u'' + \beta^2(E + U_0)u = 0, I$,

61 Expresemos ahora a U y a E en términos de sus módulos, que para la región I resultan
 62 ser, ver la ec. (7):

63 **Ecuación 11.** $U = -|U_0|$ y $E = -|E|$,

64 tal que en la ec. (1):

65 **Ecuación 12.** $T = -|E| + |U_0| \approx a^2 > 0$,

66 y la ecuación (9) como:

67 **Ecuación 13.** $u'' + \beta^2(|U_0| - |E|)u = 0$, o $u'' + a^2 = 0$,

68 donde los signos intrínsecos se han pasado a los algebraicos en términos de los
 69 módulos, mientras que en las ecs. (4) y (9) sólo son los primeros.

70 En la segunda región, de la ec. (8) en la ec. (4):

71

72 **Ecuación 14.** $u''_{II} + \beta^2 E = 0, E < 0$,

73 o

74 **Ecuación 15.** $u''_{II} - b^2 u_{II} = 0, b^2 = \beta^2(-E) > 0$,

75

76 Ahora aquí introducimos los cambios:

77 **Ecuación 16.** $E = -|E|$ y $b^2 \equiv +\beta^2 |E| > 0$,

78 tal que las ecs. (14-15) son:

79 **Ecuación 17.** $u''_{II} + \beta^2(-|E|) = 0$, o $u''_{II} - b^2 u_{II} = 0$,

80 que se pueden confrontar con las ecs. (13).

81 De la misma referencia Beiser [1], ver la ec. (11.21), encontramos la relación

82 **Ecuación 18.** $\frac{a^2}{b^2} \approx \frac{E+U_0}{-E}, U_0 > 0$

83 De la ec. (16), la ecuación (18) queda como:

84 **Ecuación 19.** $\frac{a^2}{b^2} = + \frac{|U_0| - |E|}{|E|} > 0$,

85 Así, para una función U con un mínimo pronunciado, es decir,

86 **Ecuación 20.** $|U_0| \gg |E|$,

87 se tendrá en la ec. (19) la condición equivalente:

88 **Ecuación 21.** $a \gg b$, o $a^2 \approx |U_0|$,

89 lo cual es congruente con lo que esperamos que suceda. De manera similar, otros
90 textos tales como Merzbacher [2] y Beard [3], págs. 101-103 y 73-78, respectivamente,
91 tocan el tema con algunos cambios en su presentación, pero adoptando la misma
92 notación de [1] en cuanto a las funciones se refiere.

93

94 **3. Resultados y análisis**

95

96 Hemos desarrollado en este trabajo los principales aspectos de una función de
97 potencial U de forma rectangular tomando como base las relaciones (1) y (3). Cuando
98 se plantea la ecuación que la involucra para los casos dentro y fuera de tal función, el
99 punto principal aquí es darnos cuenta que es más conveniente, aunque se escriba un
100 poco más en su conjunto, usar de manera respectiva $-(|U|, |E|)$ en lugar de $(U, E) <$
101 0 a un lado de la ecuación, junto con la región considerada.

102

103 **4. Conclusiones**

104

105 De lo anteriormente expuesto, vemos que la principal conclusión de este trabajo es el
106 cuidado que se debe tener en el manejo de cantidades que pueden ser negativas
107 según las condiciones dadas o la región considerada, siendo el camino más firme el
108 de utilizar sus módulos durante todo el proceso hasta su terminación, dando así
109 certidumbre al total del álgebra.

110

111 **Agradecimientos**

112

113 El segundo y tercer autor agradecen el apoyo al Sistema Nacional de Investigadores,
114 SNI, México.

115

116 **5. Índice de referencias**

117

118 [1] Beiser, A. (1973). *Concepts of Modern Physics*. Tokyo, Düsseldorf: McGraw
119 –Hill Kogakusha.

120 [2] Merzbacher, E. (1961). *Quantum Mechanics*. New York, USA: John Wiley.

121 [3] Beard, D. B. & Beard, G. B. (1970). *Quantum Mechanics with applications*.

122 Boston, USA: Allyn and Bacon.

PROBLEMA DEL LENGUAJE MATEMÁTICO Y SU EQUIVALENCIA EN EXPRESIONES EN EL CAMPO DE LA INFORMÁTICA

Esteban Sánchez Escariola^{1,*}, Elva Bernal Rodríguez²
¹Tecnológico Nacional de México.
Tecnológico de Estudios Superiores de Cuautitlán Izcalli.

IP-POSM040

Resumen

Las matemáticas forman parte sustancial de los programas educativos de ingeniería en México y el mundo, materias como: álgebra, cálculo diferencial e integral, son comunes en varias disciplinas sin ser la excepción en las áreas de sistemas computacionales, informática, tecnologías de la información y las comunicaciones, etc.

Docentes con diversas especialidades: química, física, electricidad, entre otras, forman parte de la plantilla que imparte matemáticas en estas carreras, cada uno aplica su metodología y técnicas para lograr el aprendizaje de los temas en su materia, sin cuidar la mayoría de las veces del perfil del egreso del estudiante o la relación que las matemáticas puedan tener con otras materias en el esquema curricular de la carrera, provocando que no se aproveche el conocimiento adquirido de éstas en temas como: diseño de algoritmos, inteligencia artificial, arquitectura de computadoras, etc.

Este trabajo demuestra la gran brecha disciplinar que existe entre las materias de matemáticas y las disciplinas en una misma curricula en las carreras de ingeniería orientadas a los sistemas computacionales.

Palabras clave: matemáticas, ingeniería, informática, lenguaje, expresión, equivalencia.

1. Introducción

Al emprender una carrera que tenga que ver con la informática, ya sean sistemas computacionales o tecnologías de la información, la mayoría de los estudiantes se preguntan sobre la cantidad de matemáticas que deben cursar y el uso que les darán para la resolución de problemas en las áreas de desempeño. De los temas de matemáticas más destacados en el área son: los sistemas numéricos binarios, octal, decimal y hexadecimal; en la matemática discreta se abordan temas de probabilidad, estadística, lógica, teoría de grafos; el área de álgebra lineal y el cálculo son materias imprescindibles sobre todo para el diseño de algoritmos complejos y desarrollo de simulación como lo observado en (TECNM, 2016) donde la retícula o plan de materias incluye también temas de matemática financiera como contabilidad y costos entre otras.

Los docentes que imparten las materias deben contar con el perfil profesional y pedagógico apegado a los requerimientos que demanda un temario, sin embargo, en muchas ocasiones se genera el problema en la forma de impartir los temas ya que los

¹ Autor para la correspondencia. E-mail: steve_mex_04@yahoo.com

43 procedimientos no se alinean a las competencias profesionales y el perfil de egreso.
44 No es sencillo determinar cuál debe ser la forma en que dichos contenidos deben ser
45 procesados para que el estudiante vaya incorporando a su formación las competencias
46 que caracterizan el estilo del quehacer profesional de un ingeniero (Cruz, 2010), por
47 otro lado las fuentes de información y materiales de apoyo explican los procesos para
48 resolver problemas respetando un método de resolución paso a paso y muy pocos
49 ejemplos de aplicación, o en su defecto usan áreas de aplicación específicas como se
50 menciona en (James, 2008), "las funciones de dos variables son ilustradas por una
51 tabla de valores del índice del viento, las derivadas parciales son introducidas con la
52 revisión de una columna en una tabla de valores del índice de calor como una función
53 de la temperatura actual y la humedad relativa". En materias como inteligencia artificial,
54 el tema de redes neuronales se apoya de modelos y procesos matemáticos como
55 producto escalar, función sigmoide, aplicación de la derivada como en el vector
56 gradiente aplicado al aprendizaje y minimización del error en una red neuronal (Casas,
57 2020).

59 2. Metodología o desarrollo

61 2.1 Definición del problema

63 La brecha disciplinar que existe entre las materias de las áreas de matemáticas y las
64 disciplinas integradas en un mismo programa de estudios en carreras de ingeniería,
65 orientadas a la tecnología, como los sistemas computacionales, informática, entre
66 otras, representa uno de los problemas que impacta en el factor de aplicación del
67 conocimiento que impide al alumno el planteamiento y resolución de problemas
68 propios de su área a través de modelos y fórmulas matemáticas, por lo cual se pierde
69 el interés al no encontrar la relación con otras materias, incrementando así el índice
70 de reprobación poniendo en riesgo la permanencia de un estudiante en el programa
71 educativo.

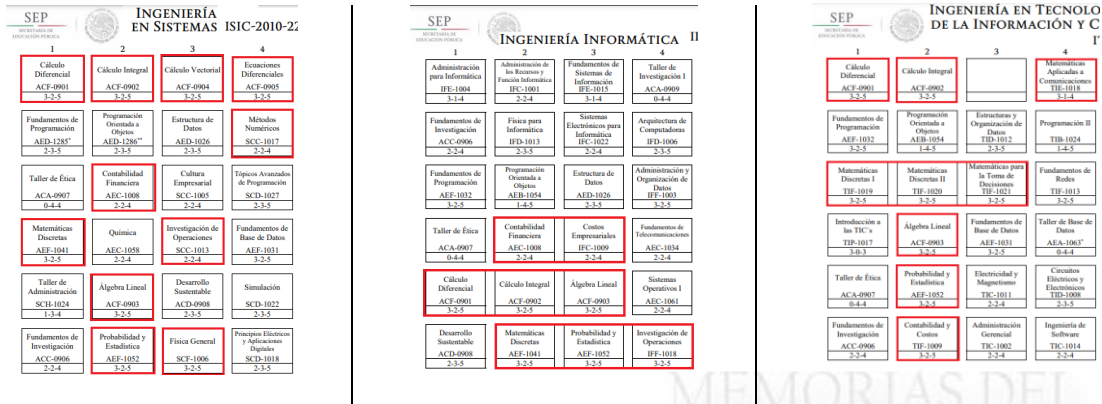
73 El planteamiento anterior permite definir la pregunta de investigación que detona la
74 presente investigación: **¿Existe una brecha disciplinar derivada del lenguaje
75 matemático y su equivalencia en expresiones usadas en el campo de la
76 informática y sistemas computacionales?**

78 Se abordan en consecuencia el análisis de las retículas de materias sobre los
79 programas educativos de ingeniería en tecnologías de la información y sistemas
80 computacionales impartidas en el tecnológico nacional de México, por otro lado, se
81 presenta una comparativa de temas de materias disciplinares que requieren de las
82 matemáticas y la forma en que son abordados los mismos por libros de texto base.

84 2.2 Comparativa de retícula o mapa curricular de programas académicos

86 El mapa curricular o retícula representa el conjunto de materias que propone el
87 programa a académico acorde al perfil de egreso, éste se define en comités formados

88 por docentes especialistas de varias universidades o en este caso de Institutos
 89 Tecnológicos.
 90



91 **Figura 1. Mapa curricular de las carreras de ingeniería: en sistemas computacionales,**
 92 **informática y tecnologías de la información (TECNM, 2016).**
 93

94 Como se puede observar en la figura1, en los tres programas educativos se incluyen
 95 materias de matemáticas marcadas en color rojo, destacando principalmente
 96 matemáticas discretas, calculo integral y diferencial, algebra lineal, probabilidad y
 97 estadística, siendo evidente que una de las materias que más aporta al área de
 98 conocimiento es la de matemáticas discretas ya que incluye temas que describen la
 99 lógica con la que funcionan las computadoras, sin embargo sólo en uno de los
 100 programas educativos se refuerza con un segundo nivel.

101
 102 **2.3 Análisis de materias de matemáticas incluidas en los programas educativos**
 103

104 Cada una de las materias aporta de manera general una parte importante a la
 105 formación del ingeniero, por ejemplo en la redacción de la caracterización de la
 106 asignatura de cálculo diferencial se expone que ésta contribuye a desarrollar un
 107 pensamiento lógico-matemático al perfil del ingeniero y aporta las herramientas
 108 básicas para introducirse al estudio del cálculo y su aplicación, así como las bases
 109 para el modelado matemático (SNIT TECNМ, 2016), en las practicas propuestas para
 110 reforzar los conocimientos se pretende no dejar a un lado la parte tecnológica sin
 111 embargo todo se reduce a utilizar las Tecnologías de la Información y Comunicación
 112 (TIC's) como herramientas para realizar los procesos de cálculo en menos tiempo y
 113 conocer el software de apoyo disponible en la red como: Geogebra Maple,
 114 Mathematica, etc. Presentándose esta situación de manera muy similar en la materia
 115 de cálculo integral. Una de las fuentes de consulta propuesta es la mencionada en este
 116 artículo en (James, 2008), que basa el campo de acción del cálculo en datos referentes
 117 al comportamiento del clima y temperaturas, lo cual demuestra cierta incongruencia
 118 como apoyo al campo de la ingeniería en sistemas computacionales y TIC's.

119 Por otro lado, en la presentación de la materia de Matemáticas Discretas se menciona
 120 que la asignatura aporta al perfil del egresado los conocimientos lógico-matemáticos
 121 para entender, inferir, aplicar y desarrollar modelos matemáticos tendientes a resolver

122 problemas en el área de las ciencias computacionales. Los temas que se abordan
123 brindan el soporte para un conjunto de asignaturas que se encuentran vinculadas
124 directamente con las competencias profesionales que se desarrollan, por lo que se
125 incluye en los primeros semestres de la trayectoria escolar, aporta conocimientos a las
126 asignaturas de Estructura de Datos y Redes de Computadoras con los conceptos
127 básicos de Grafos y Árboles (SNIT TECNM, 2016).

128
129 La materia de álgebra lineal contiene conceptos que se pueden aplicar en la ciencia
130 de datos pero la mayoría de los ejercicios y ejemplos de las dos bibliografías revisadas
131 se centran solo en procedimientos mecanizados y ejercicios no involucrados en
132 problemas computacionales.

133

134 **2.4 Problemas computacionales vs ejemplos manejados en los textos.**

135

136 Al realizar un análisis sobre como abordan los temas algunas bibliografías
137 encontramos ciertas diferencias que provocan que le brecha disciplinar derivada del
138 lenguaje matemático se amplíe respecto a la forma como se plantea en libros
139 apegados a la disciplina.

140

141 **2.4.1 La Notación Big O.**

142

143 Representa una forma de saber que tan eficiente es un algoritmo o una función, esta
144 se expresa en función del tamaño de entrada del mismo, expresado con la letra N y
145 para analizar la pieza de código a la cual queremos sacarle su complejidad se examina
146 las sentencias propias del código (Hopcroft, 1998).

147

148 Las reglas que se aplican son:

149 (1) Se ignoran las constantes

150

151 **Ecuación 1.** $3 * O(1) \Rightarrow O(1)$

152 **Ecuación 2.** $O\left(\frac{n}{2}\right) \Rightarrow O(n)$

153

154 (2) Dominancia de términos, siempre se toma el más complejo

155

156 **Ecuación 3.** $O(n) < O(n^2)$

157 **Ecuación 4.** $O(n \log n) < O(2n)$

158

159 Análisis de la complejidad en las sentencias de código

160

161 $y = 2 + 2; \text{ complejidad } O(1)$

162 $\text{for}(\text{int } i = 0; i < n; i++) \text{ complejidad } O(n)$

163 $\text{print}(\text{arr}[i]);$

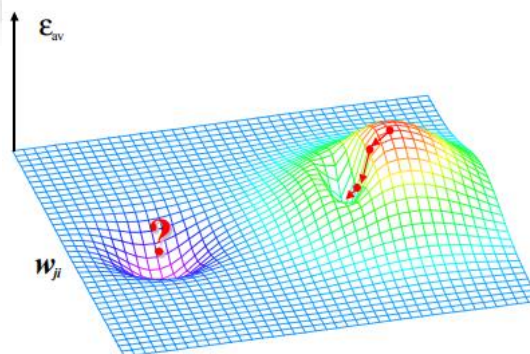
164 La complejidad se representa $n + O(1) \Rightarrow O(n)$, por quedarnos con el peor caso

165 Como se puede observar en la notación se utilizan expresiones con exponentes pero
 166 también incluyen logaritmos al conocer sus propiedades es posible reducir expresiones
 167 complejas para determinar el nivel de complejidad de un algoritmo, sin embargo en la
 168 literatura presentada para cálculo integral se consideran ejercicios para resolver
 169 integrales que no puedan resolverse de forma directa como las trigonométricas,
 170 exponenciales y logarítmicas, pero no se consideran ejemplos que incluyan soluciones
 171 en base a ejemplos computacionales.

172
 173 **2.4.2 El tema de funciones para entender problemas de inteligencia artificial**

174
 175 Uno de los temas que ha quedado relegado por los estudiantes y docentes en esta
 176 disciplina es la de inteligencia artificial la cual se aborda hasta los últimos semestres
 177 debido al nivel de complejidad y además a estas alturas ya se han tomado las materias
 178 de matemáticas y de programación por lo que se cuenta con las bases teóricas para
 179 comprender su base teórica y sus principios matemáticos. El problema llega cuando
 180 se tienen que aplicar los modelos matemáticos que tienen como base las funciones
 181 que se vieron en la materia de cálculo así como la aplicación de las derivadas para
 182 encontrar el mínimo global como lo muestra la gráfica de la figura 2.

183



184

185 **Figura 2. Tratando de llegar al mínimo global** (Izaurieta, 2006).

186

187 Lo que se representa en la gráfica es la búsqueda del mínimo error, tratando de llegar
 188 al mínimo global de la superficie. Sin embargo, haciendo esto, corremos el peligro de
 189 quedar atrapados en un mínimo local de la superficie, y nunca alcanzar el mínimo
 190 global, como se ilustra en la figura 2.

191

192 **3. Resultados y análisis**

193

194 A partir de la experiencia docente y el análisis de las retículas se llega a determinar
 195 que la cantidad de temas matemáticos que proponen los programas educativos
 196 representan en promedio el 30% de los conocimientos que debe adquirir el estudiante
 197 en su formación como ingeniero; se observa una gran brecha disciplinar entre materias
 198 que deberían ser la base principal de las materias disciplinares en el área de ingeniería
 199 en sistemas computacionales, informática y TIC's, ya que los ejemplos abordados en
 200 el área de matemáticas poco tienen que ver con los problemas presentados en

201 programación, diseño de algoritmos, diseño de bases de datos, desarrollo de sistemas
202 o incluso en temas más avanzados como la inteligencia artificial; del total de materias
203 disciplinares que se encuentran en la retícula el 70% encuentra soporte solo en los
204 temas que se estudian en la materia de Matemáticas Discretas.

205

206 **4. Conclusiones**

207

208 En base al análisis y los resultados cabe señalar que las matemáticas son parte
209 importante en todas las disciplinas y áreas de estudio, ya que en mayor o menor
210 medida representan la base primordial desde que un estudiante se inicia en la vida
211 académica desde niveles básicos a profesionales, por lo que los docentes que las
212 imparten deben contar con las competencias para diseñar estrategias para
213 encaminarlo a lograr el aprendizaje significativo.

214

215 En los niveles de licenciatura donde las matemáticas representan la base donde se
216 tomaron los modelos que permiten describir de una manera formal el comportamiento
217 de ciertas variables es imprescindible que los docentes se involucren en la disciplina
218 ya que por ejemplo un ingeniero químico que imparte cálculo no puede ser ajeno a las
219 demás materias que se incluyen en la curricula.

220

221 **Agradecimientos**

222

223 El primer autor agradece el apoyo al Tecnológico de Estudios Superiores de Cuautitlán
224 Izcalli (TESCI) así como al departamento de Investigación y Desarrollo Tecnológico
225 (DIDT) de la misma institución por las facilidades otorgadas para el desarrollo de la
226 investigación y la presentación del presente artículo.

227

228 **5. Índice de referencias**

229

- 230 • Casas, P. (21 de Abril de 2020). *Redes neuronales, funciones, derivadas y*
231 *¿Cómo aprender del error*. Obtenido de
232 https://www.youtube.com/watch?v=CAEnFLpL_bo
- 233 • Cruz, C. (2010). La enseñanza de la modelación matemática en ingeniería.
234 *Revista de la Facultad de Ingeniería Universidad Central de Venezuela.*
- 235 • Grossman, S. (2012). *Algebra Lineal*. México: Grupo Editorial Iberoamérica.
- 236 • Hopcroft, J. (1998). Diseño y análisis de algoritmos. En H. J. E., *Estructuras de*
237 *datos y algoritmos* (págs. 3-29). México: Pearson Educación.
- 238 • Izaurieta, F. (2006). *Redes Neuronales Artificiales. Redes Neuronales-Libre.*
- 239 • James, S. (2008). *Calculo de varias variables*. México: CENGAGE Learning.

-
- 240 • SNIT TECNM. (Mayo de 2016). Temario de la asignatura de calculo diferencial.
241 *Cálculo Diferencial*. México.
- 242 • TECNM. (1 de Mayo de 2016). *Tecnologico Nacional de México*. Obtenido de
243 [https://www.tecnm.mx/dir_escolares/reticulas/Reticula%20Ingenieria%20en%20](https://www.tecnm.mx/dir_escolares/reticulas/Reticula%20Ingenieria%20en%20Sistemas%20Computacionales.pdf)
244 [0Sistemas%20Computacionales.pdf](https://www.tecnm.mx/dir_escolares/reticulas/Reticula%20Ingenieria%20en%20Sistemas%20Computacionales.pdf)

MEMORIAS DEL
Congreso Internacional
Sobre la Enseñanza y Aplicación de las Matemáticas

MODELO MATEMÁTICO EN EL SECADO ALIMENTOS

David Esaú Carbajal López^{1*}, Guillermo Urriolagoitia Sosa, Beatriz Romero Ángeles,
Alfredo Carbajal López, Gerardo Esteban Santiago López

Instituto Politécnico Nacional, Escuela Superior de Ingeniería Mecánica y Eléctrica,
Sección de Estudios de Posgrado e Investigación, Unidad profesional Adolfo López
Mateos, "Zacatenco". Edificio 5, 2do. Piso. Colonia Lindavista. Delegación Gustavo
A. Madero C.P. 07738. Ciudad de México, México.

AP-POSM042

Resumen

Mediante el análisis de diversos artículos sobre el secado de alimentos, se observó que las curvas de secado obtenidas experimentalmente presentaban un comportamiento similar entre ellas independientemente del método de secado o del producto a secar. Basándose en esta similitud se realizaron diversos modelos matemáticos para predecir el comportamiento de dichas curvas, esto con la finalidad de realizar predicciones sobre una variable numérica o un conjunto de datos.

Se determinó que los modelos matemáticos: polinomial de tres términos y el exponencial de dos términos fueron los que presentaron mejor ajuste en las curvas, teniendo un índice de coincidencia superior al 95%. Estos modelos se pueden aplicar a diversos casos, en esta ocasión ayudarán a predecir el comportamiento que tendrá el secado de alimentos sin necesidad de realizar múltiples pruebas experimentales.

Palabras clave: secado, modelo matemático, predicción.

1. Introducción

Los alimentos tienen una vida corta debido a su alto contenido de humedad (superior al 80%), al disminuir el contenido de humedad por debajo del 20% se alarga la vida de los alimentos hasta por seis meses (Fakhreddin S, 2020). Los métodos de secado más comunes son: el secado solar, el secado por bomba de calor y el secado con luz infrarroja (Ahmed et al., 2013). Al deshidratar los alimentos se alarga la vida estos, así como la disminución en su volumen por lo que se ahorran recursos en el transporte, almacenamiento y distribución del producto. En la actualidad se han creado diversas pruebas experimentales y novedosos métodos para mejorar las pruebas de secado, por ejemplo, la implementación de un cilindro giratorio donde circula aire caliente, herramienta que logra disminuir los tiempos de secado (Mustafa et al., 2017).

^{1*} David Esaú Carbajal López. E-mail: esaucarba99@gmail.com Tel: 5517962410.

43 También se han realizado combinaciones de diversos métodos para el ahorro de
 44 energía, como el secado de microondas con aire caliente (Argyropoulos et al., 2011).
 45 Aunque estos métodos son novedosos se encontraron diversos obstáculos en ellos,
 46 como son: el tiempo, la materia prima y el elevado costo de las pruebas.
 47 Basándose en la información actual, se realizaron diversos modelos matemáticos,
 48 como: modelo exponencial, Fourier, polinomial, senoidal, racional, etc. Con todo lo
 49 anterior se obtendrá una comparación de las curvas generadas con el modelo
 50 matemático y las curvas obtenidas experimentalmente.

51

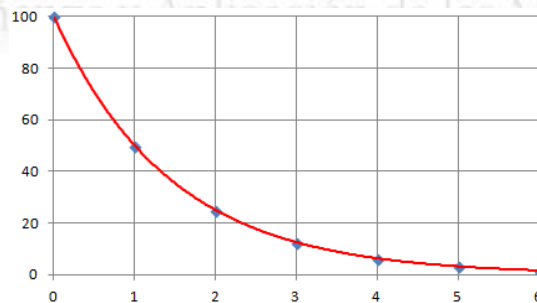
52 2. Metodología

53

54 Se realizó una recopilación de diversos artículos donde se presentan gráficas de
 55 pruebas experimentales de diferentes productos y métodos (Tabla 1), se encontró que
 56 las gráficas obtenidas en el secado presentaban un patrón similar independientemente
 57 del método utilizado y del producto a secar, este comportamiento se puede observar
 58 en la ecuación de la vida o decaimiento radiactivo (Gráfica 1), el cual es un proceso
 59 espontáneo en el cual la cantidad inicial de átomos del elemento radiactivo disminuye,
 60 esta ecuación se usó como base para la realización de diversas regresiones lineales.

61

Sobre la Enseñanza y Aplicación de las Matemáticas



62 Gráfica 1. Curva del decaimiento radiactivo.

63

64

65

66

67

Tabla 1. Diferentes métodos de secado.

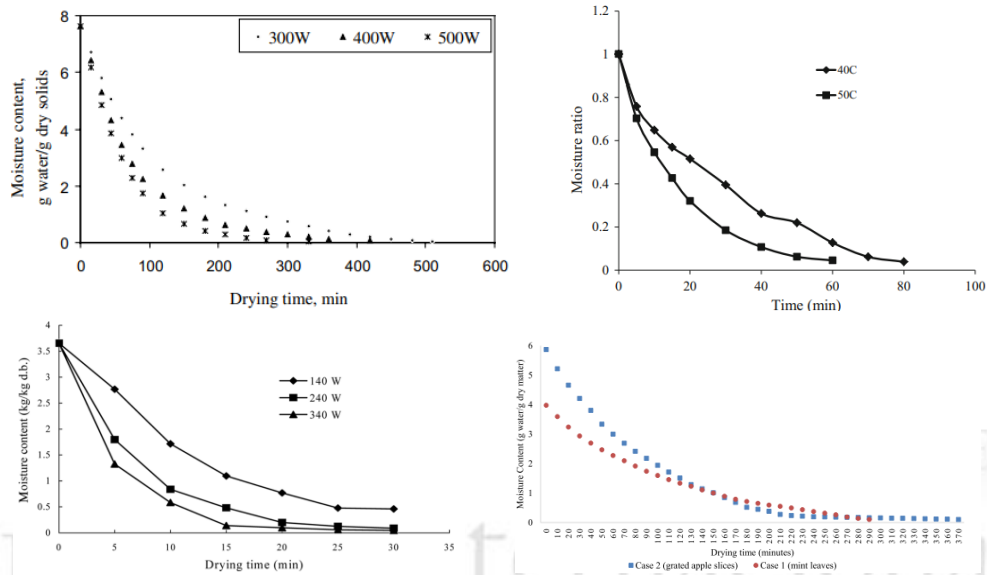
Producto	Método de secado	Referencia
<i>Cebolla</i>	<i>Luz Infrarroja</i>	<i>Sharma et al., 2005</i>
<i>Hierbas</i>	<i>Bomba de calor</i>	<i>Wongsim et al., 2015</i>
<i>Papa</i>	<i>Al vacío-Microondas</i>	<i>Xian-ju et al., 2009</i>
<i>Hojas</i>	<i>Infrarrojo-aire caliente</i>	<i>Erhan et al., 2020</i>

68

69

70 Como se mencionó anteriormente los resultados presentaron un comportamiento
 71 logarítmico, estas gráficas presentan una rápida pérdida de masa en los primeros
 72 minutos, en la imagen 1 se muestra una recopilación de gráficas de diversas pruebas
 73 experimentales.

74



75

76

77

78

79

80

Imagen 1. Recopilación de gráficas obtenidas en pruebas experimentales de secado: a) Sharma et al., 2005, b) Wongsim et al., 2015. c) Xian-ju et al., 2009. d) Erhan et al., 2020.

81

82

83

84

85

86

87

88

89

90

91

92

Al conocer el comportamiento de las curvas se realizó un análisis de regresión, el cual con una técnica de análisis de datos predice el valor de datos desconocidos mediante el uso de otro valor de datos relacionado y conocido, además se puede modelar matemáticamente la variable desconocida o dependiente y la variable conocida o independiente como una ecuación lineal. Con la ayuda de un programa computacional se realizaron diversas regresiones, esto para evaluar el ajuste de los modelos matemáticos propuestos con los datos experimentales obteniendo valores estadísticos tales como: coeficiente de correlación (r^2), distancia media cuadrática mínima (RMSE) y la suma de cuadrados de los errores (SSE). Valores cercanos a 1 para r^2 indica un buen ajuste, mientras que valores cercanos a 0 para RMSE y SSE indica un menor error de la regresión.

93

$$\text{Ecuación 1. } r^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (\bar{y}_1 - y_i)^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y}_i)^2}$$

94

$$\text{Ecuación 2. } RMSE = \sqrt{\sum_{i=1}^n (\bar{y}_1 - y_i)^2}$$

95

96

97

$$\text{Ecuación 3. } SSE = (\bar{y}_1 - y_i)^2$$

98

99

100

3. Resultados y análisis

101

102

103

De las pruebas experimentales presentadas anteriormente se seleccionó una, en la cual se probaron 9 modelos matemáticos diferentes, estos modelos se encuentran en

104 la tabla 2. Se observa que el modelo matemático polinomial de tres términos y el
 105 exponencial de dos términos presenta un buen acoplamiento en las curvas,
 106 presentando un menor índice de error así como una coincidencia superior del 95%, se
 107 observa que el coeficiente de correlación (r^2) es muy cercano a 1, obteniendo valores
 108 de 0.9976 y 0.9975 respectivamente, mientras que el modelo senoidal es el que más
 109 alejado se encuentra a 1 teniendo un coeficiente de correlación de 0.9156, al tener
 110 valores muy bajos se puede descartar la utilización de este modelo. Por otro lado, los
 111 demás modelos presentan valores similares teniendo poca variación entre sus
 112 resultados.

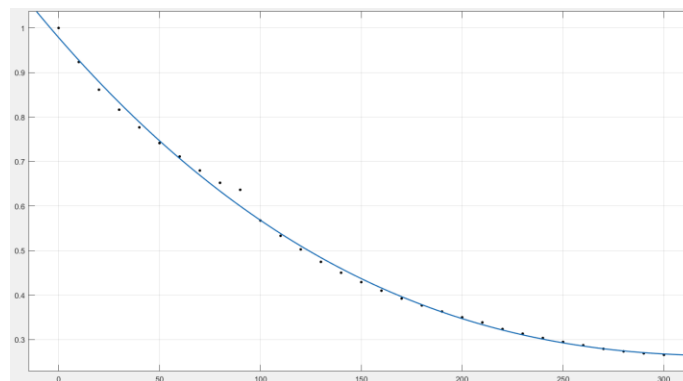
113
 114
 115

Tabla 2. Modelo matemático aplicado a las curvas de secado.

No. Modelo	Ecuación	Nombre	r^2	RMSE	SSE
1	$f(x)=ax^2+bx+c$	Polinomial 2 términos	0.9969	0.01212	0.00411
2	$f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$	Polinomial 3 términos	0.9976	0.01138	0.00349
3	$f(x)=a \exp(bx)$	exponencial	0.9892	0.02277	0.01496
4	$f(x)=a \exp(bx)+c \exp(dx)$	exponencial 2 términos	0.9975	0.01154	0.00359
5	$f(x)=a+b \cos(cx)+d \sin(ex)$	Fourier	0.9968	0.01234	0.04114
6	$f(x)= a/(b + x)$	racional 2 términos	0.9852	0.02654	0.02043
7	$f(x)= a/(x^2+bx+c)$	racional 3 términos	0.9955	0.01457	0.00594
8	$f(x)= a \sin(b x +c)$	senoidal	0.9156	0.06340	0.1126
9	$f(x)= a \sin(bx+c) + d \sin(ex+h)$	senoidal dos términos	0.9963	0.01322	0.00426

116
 117
 118
 119
 120

En la gráfica 2 se puede observar la comparación de la curva experimental contra el modelo matemático polinomial de tres términos, como se puede observar este modelo se ajusta con precisión a la gráfica seleccionada.

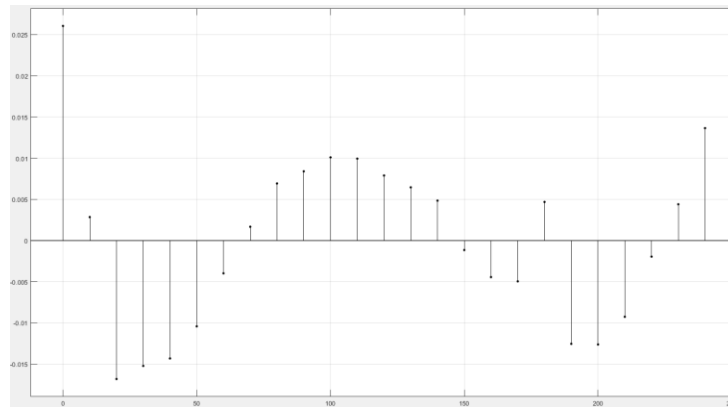


Gráfica 2. Comparación de modelo matemático y resultados experimentales.

121
 122
 123

124 En la gráfica 3 se presenta la distancia entre los puntos de la prueba experimental y el
 125 modelo matemático, como se observa se presenta un error máximo de 0.026 y uno
 126 mínimo de 0.001, estos valores permiten reafirmar la validez de este modelo.

127



Gráfica 3. Error del modelo matemático.

128

129

130

131 4. Conclusiones

132

133 A partir del estudio descrito en el presente trabajo se expusieron diversos modelos
 134 matemáticos aplicados al secado de alimentos, se realizó una recopilación de diversos
 135 métodos de secado, así como la obtención de diversas curvas experimentales sobre
 136 el secado, se comprobó que los modelos matemáticos propuestos se ajustan a las
 137 curvas de los métodos de secado por infrarrojo, bomba de calor, microondas, aire
 138 caliente, etc. Se encontró que el modelo matemático polinomial de tres términos y el
 139 exponencial de dos términos son los que mejor se ajustan a las curvas debido a que
 140 tienen una similitud superior al 95%, en la gráfica 3 se puede apreciar el error de este
 141 modelo exponencial al observar la mayor distancia entre la curva experimental y el
 142 modelo matemático la cual es de 0.026, así como un valor de 0.001 para la menor
 143 distancia, lo que es un mínimo error.

144 Se concluye entonces que el modelo se ajusta a cualquier tipo de curvas, por tanto,
 145 puede ser aplicado en la predicción del secado sin necesidad de realizar numerosas
 146 pruebas experimentales, permitiendo el ahorro de tiempo y dinero.

147

148

149 5. Índice de referencias

150

- 151 • Fakhreddin, S. (2020) Recent Applications and Potential of Infrared Dryer
 152 Systems for Drying Various Agricultural Products: A Review. International
 153 Journal of Fruit Science, 20(3), 586-602.
- 154 • Ahmed, N. Singh, J. Chauhan, H. Anjum, P. Kour, H. (2013). Different drying
 155 methods: their applications and recent advances. International Journal of food
 156 nutrition and safety, 4(1), 34-42.
- 157 • Mustafa, A. Ataollah, K. Burak, A. Ali, A. (2017). Analysis of a new drying
 158 chamber for heat pump mint levae dryer. International Journal of hydrogen
 159 energy, 42 (1), 18034-18044.

-
- 160 • Argyropoulos, D., Heindl, A. Müller, J. (2011). Assessment of convection, hot-
161 air combined with microwave-vacuum and freeze-drying methods for
162 mushrooms with regard to product quality. *International Journal of Food Science*
163 & *Technology*, 46 (2), 333-342.
- 164 • Sharma, G. Verma, P. Pankaj, P. (2005). Mathematical modeling of infrared
165 radiation thinlayer drying of onion slices. *Journal of food engineering*, 71(3),
166 282–286.
- 167 • Wongsim, K. Jamradloedluk, J. Lertsatitthanakorn, C. Siriamornpun, S.
168 Rungsiyopas, M. Soponronnarit, S. (2015). Experimental Performance of a
169 Thermoelectric Heat.Pump Drying System for Drying Herbs. *Journal of*
170 *Electronic Materials*. 44(1), 2142-2145
- 171 • Xian-ju, S. Min, Z. Arun, S. Liuping, F. (2009) Drying Characteristics and
172 Kinetics of Vacuum Microwave–Dried Potato Slices. *Drying Technology*, 27(9),
173 969-974.
- 174 • Erhan, A. Mustafa, A. 4E analysis of infrared-convective dryer powered solar
175 photovoltaic thermal collector. *Solar Energy*. 208(1), 46-57.

MEMORIAS DEL
Congreso Internacional
Sobre la Enseñanza y Aplicación de las Matemáticas

1 APLICACIÓN DE LA INTELIGENCIA ARTIFICIAL EN LA ENSEÑANZA 2 USANDO MANUALES INTERACTIVOS

3 Rosalba Nancy Rosas Fonseca^{1 *}, Miguel de Nazareth Pineda Becerril², Omar Gracia
4 León³, Judith Mayte Flores Pérez⁴ y Erika Gabriela Esquivel Gómez⁵
5 ^{1,2,3,4,5} *Facultad de Estudios Superiores de Cuautitlán C4. A Teoloyucan Km 2.5, San*
6 *Sebastian Xhala, 54714 Cuautitlán Izcalli, Méx.*

8 ID-POSM044

9 Resumen

10 *Existen estrategias basadas en procesos de aprendizaje que nos ayudan a conocer, evaluar y extraer*
11 *conocimiento o información de diferentes fuentes o repositorios, como lo son las redes sociales, los*
12 *sitios web como kaggle e Inegi, los sistemas empresariales o las bases de datos generadas para*
13 *investigaciones específicas. Sabemos que actualmente el mundo digital maneja grandes volúmenes de*
14 *datos que son analizados, administrados y controlados por la inteligencia artificial con la finalidad de*
15 *predecir patrones que ayuden en la toma de decisiones.*

16 *Los alumnos de informática de la FES Cuautitlán, muestran interés en el desarrollo de software*
17 *utilizando la inteligencia artificial, pero al igual que las matemáticas consideran que es una rama difícil*
18 *de aprender y prefieren desarrollar software administrativo, por lo que en este proyecto se desea*
19 *involucrar a los educandos a desarrollar aplicaciones utilizando tecnologías como Anaconda, Jupyter*
20 *Notebook y Python que nos ayuden a obtener modelos de conocimiento a través del proceso*
21 *enseñanza-aprendizaje de Machine Learning y Artificial Neural Networks.*

22 *La herramienta de Jupyter Notebook nos permite realizar manuales interactivos en los que podemos*
23 *describir los procesos que se llevan a cabo, como son la introducción, metodología y desarrollo y esto*
24 *puede ser evaluado al momento de su ejecución, permitiendo así que el usuario interactúe con la*
25 *información y llevando a cabo un Feedback en el proceso de aprendizaje.*

26 *En la actualidad la inteligencia artificial forma una parte importante en las diferentes áreas de la*
27 *informática, específicamente cuando hablamos del procesamiento de datos en el aprendizaje*
28 *automatizado, ya que debemos tener claro que es una fuente donde los sistemas no se programan para*
29 *que respondan de una forma determinada según las entradas recibidas, sino para que se extraigan*
30 *patrones de comportamiento.*

31 **Palabras clave:** *Inteligencia artificial, aprendizaje, software, manuales, modelos, conocimiento.*

32
33
34
35
36
37
38

^{1 *} Rosalba Nancy Rosas Fonseca E-mail: nancy_fonseca1@hotmail.com Tel. 5559976844

39 1. Introducción

40 Hoy en día sabemos que con el aprendizaje se puede lograr que las máquinas
41 aprendan y "piensen" como los humanos. Utilizando las técnicas de Machine Learning
42 y Redes Neuronales Artificiales se mostrará cómo las máquinas aprenden de la
43 información que les proporcionamos a base de observación o prueba y error. Se
44 proporcionarán datos suficientes para que puedan aprender una tarea determinada y
45 aplicar ese conocimiento a nuevos datos, corrigiendo y aprendiendo más con el
46 tiempo.

47 En este contexto, es importante especificar algunos de los usos que se le dan a la
48 Inteligencia Artificial en los reconocimientos de voz, faciales o dactilares. Además, en
49 los móviles esta tecnología ya está incorporada para mejorar las fotografías realizadas
50 con el mismo. Goralski y Tan (2020), afirman que la IA se puede utilizar para
51 transformar toda la estructura de la educación formal y de la información. Se trata de
52 una función muy importante en la que destacan el acceso a las traducciones, cada vez
53 con resultados más exactos, o la asistencia científica que los estudiantes utilizan como
54 "compañero de enseñanza".

55 Por todo lo anterior es importante conocer el proceso de extracción de conocimientos
56 que involucra de cada uno de los proyectos, así como sus distintas etapas, entre ellas
57 las principales son: la preparación de los datos, la obtención de patrones o modelos y
58 la evaluación e interpretación de los datos obtenidos previamente.

60 2. Metodología o desarrollo

61 a) Se llevó a cabo un análisis y una clasificación de las técnicas de inteligencia artificial.

62 b) Se definieron las características de las técnicas.

63 c) Con base en la problemática, se identificaron herramientas que facilitan el análisis,
64 diseño y desarrollo de software.

65 d) Se elaboró la metodología para el desarrollo de software iterativo automatizado.

66 e) Se utilizaron las herramientas de Python, Anaconda y Jupyter para el desarrollo de
67 software.

68

69 2.1 Metodología de software iterativo automatizado

70 La metodología a utilizar en las aplicaciones es la siguiente: iniciamos instalando las
71 librerías e importando los paquetes (incluyen técnicas de comportamiento iterativo,
72 algoritmos matemáticos, funciones matemáticas, etc.), posteriormente se lleva a cabo
73 un análisis de la información, se realiza la limpieza o procesamiento de datos o de

74 imágenes, se desarrolla el modelo de comportamiento iterativo y por último se genera
75 la obtención de resultados.

76 La extracción del conocimiento consiste en recopilar los datos de diferentes fuentes y
77 homogeneizarlos e integrarlos, produciendo lo que se conoce como conjunto de datos
78 o **dataset**.

79 Posteriormente viene el preprocesamiento de datos y consta de diferentes tareas como
80 lo son: Limpieza de los datos, selección de datos relevantes, transformación de los
81 datos.

82 • **Limpieza de los datos:** La limpieza de datos se realiza a través de algoritmos
83 de eliminación de ruido o de imputación de valores ausentes.

84 • **Selección de datos relevantes:** no todos los datos obtenidos de las fuentes
85 originales son necesariamente relevantes, por lo que la selección de aquellos
86 que realmente son útiles es otro paso más en el preprocesamiento.

87 • **Transformación de los datos:** una vez que los datos están limpios y no
88 contienen redundancias, aspectos de los que se ocupan las operaciones
89 previas.

90 Después del preprocesamiento, los datos están preparados para la siguiente fase: En
91 donde utilizamos técnicas estadísticas, algoritmos matemáticos de optimización y por
92 supuesto, métodos de *Machine Learning* que podemos aplicar en esta etapa.

93 Un algoritmo de aprendizaje automático procesa los datos y lo que genera como salida
94 no son nuevos datos, como es habitual en la mayoría de algoritmos de ordenador, sino
95 un modelo que representa el conocimiento extraído.

96

97 3. Resultados y análisis

98

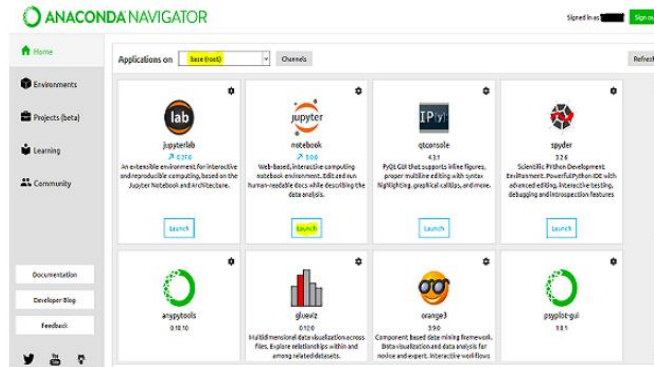
99 Para la implementación de la inteligencia artificial en la enseñanza, iniciamos
100 definiendo las herramientas que faciliten al alumno de la FES Cuautitlán el manejo de
101 la información y desarrollo de software para predecir modelos.

102 Las herramientas que utilizamos se muestran en la figura 1: Anaconda Navigator,
103 lenguaje Python y Jupyter Notebook.

104

Herramientas de desarrollo utilizadas

Se utilizará Anaconda, Phytion y Jupyter Netbook, integraremos código con Python y el entorno Jupyter nos ayudará a generar un diseño web para presentar la funcionalidad del software.



105
106
107

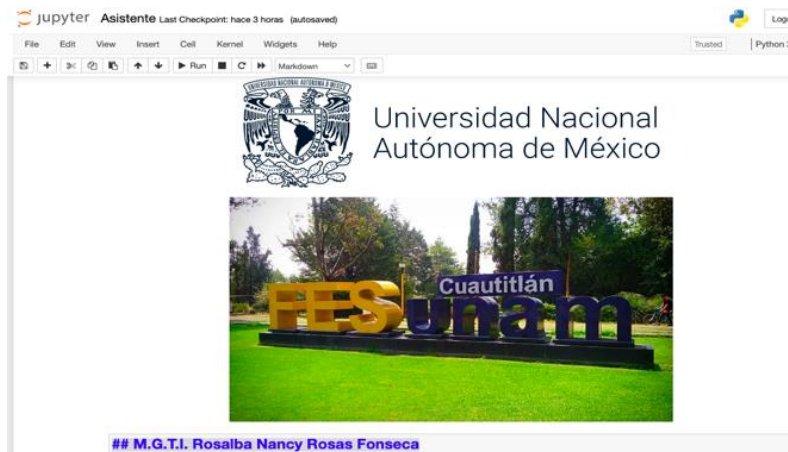
Figura 1. Anaconda Navigator

108 La finalidad es desarrollar aplicaciones o software que nos permita obtener los
109 resultados deseados.

110 Una de las ventajas de trabajar con Jupyter Notebook es que se crea una aplicación
111 interactiva que diseñamos desde el navegador web en forma de manual.

112 Otra ventaja de Jupyter es que podemos integrar el código de Python, así como
113 imágenes, texto, audio y video.

114 A continuación se mostrará un ejemplo de software desarrollado, el manual incluye
115 una portada con fotografía de la FES Cuautitlán, como parte de la identidad de los
116 manuales interactivos del aprendizaje automatizado.



117
118
119
120
121

Figura 2. Portada

122 a) Asistente personal

123 Posteriormente tenemos la descripción del software el cual es un asistente virtual
124 (figura 3), que ayuda a los usuarios. La interacción que se da entre un asistente y una
125 persona debe ser natural: Una persona se comunica usando la voz y el asistente virtual
126 lo procesa, interpreta y responde de la misma manera.

Proyecto: Asistente Personal

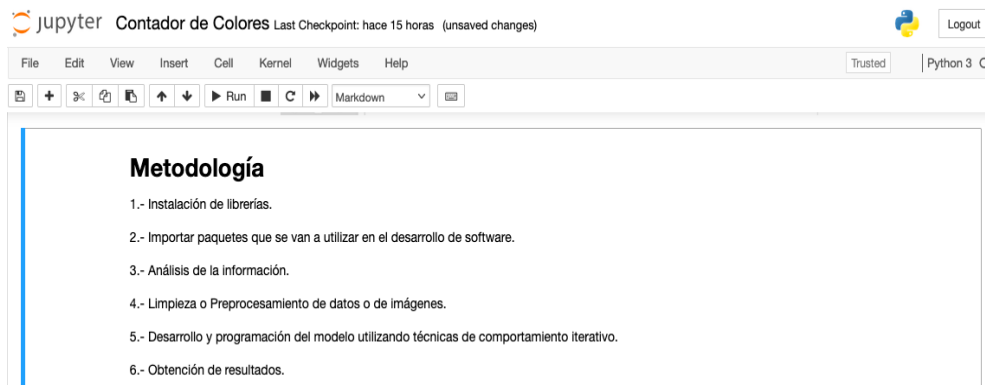
Su funcionalidad se lleva a cabo mediante un patrón de voz, se integran algunas instrucciones, que nos permitan realizar tareas evitando la búsqueda manual o por medio del teclado, dando instrucciones a través del micrófono del dispositivo.



127
128 **Figura 3. Asistente virtual**

129 Un asistente es un agente que puede realizar tareas u ofrecer servicios a un individuo.
130 Estas tareas o servicios están basados en datos de entrada de usuario, reconocimiento
131 de ubicación y la habilidad de acceder a información de una variedad de recursos en
132 línea: Clima, tráfico, noticias, precios de acciones, horario del usuario, precios al por
133 menor, etc.

134 En el manual mostramos la metodología a utilizar para que el alumno identifique los
135 pasos que se deben llevar a cabo en la aplicación de Jupyter: inicia instalando las
136 librerías e importando los paquetes que se necesitan en el proceso de reconocimiento
137 de voz, se realiza un análisis, limpieza y procesamiento de los datos o imágenes, se
138 desarrolla el modelo utilizando técnicas de comportamiento iterativo para obtener los
139 resultados. (figura 4).



141

Figura 4. Metodología

142

143 Como parte de la metodología debemos considerar que cada sistema de información
144 es único y completamente distinto a otro, aunque compartan el tipo de dispositivos y
145 el concepto de funcionamiento. (Incibe-cert, 2019). Es por ello que cada diseño de
146 arquitectura debe personalizarse de acuerdo a las necesidades reales específicas de
147 cada proyecto, por tal motivo así como conocer las características de seguridad
148 informática para mantener la integridad y funcionalidad de los sistemas, utilizando
149 metodologías que nos orienten en el desarrollo de los procesos.

150 Actualmente las tecnologías de información nos facilitan el uso de herramientas y
151 disminuyen el tiempo de trabajo, en particular el software de Python, ya que cuenta
152 con un gran número de librerías que utiliza para distintas actividades, en este
153 caso iniciamos con la instalación de la librería “SpeechRecognition” que nos ayuda en
154 el reconocimiento de voz, “pyttsx3” nos sirve para la lectura de texto recopilado por
155 medio de la voz, la librería “anaconda pyaudio” que nos ayuda a darle voz al asistente,
156 la librería “pywhatkit,” nos ayuda a reproducir los videos de YouTube y por último en
157 este ejemplo también instalamos la librería de “wikipedia”, para que el asistente pueda
158 realizar búsquedas específicas.



```
jupyter Asistente Last Checkpoint: hace 3 horas (autosaved) Python 3.0
File Edit View Insert Cell Kernel Widgets Help
+ -> + -> + -> + -> Run C Markdown
Instalar la librería "SpeechRecognition", la cual nos permitirá generar el reconocimiento de voz por medio del micrófono.
In [ ]: pip install SpeechRecognition

Instalar la librería "pyttsx3", la cual nos ayuda a que se lleve a cabo la lectura del texto recopilado por medio de la voz.
In [ ]: pip install pyttsx3

Instalar librería "anaconda pyaudio", ya que es la encargada de darle voz a nuestro asistente virtual.
In [ ]: conda install -c anaconda pyaudio

Instalar librería "pywhatkit" nos ayuda a reproducir los videos de youtube.
In [ ]: pip install pywhatkit

Instalar librería "Wikipedia", ya que nos permite realizar búsquedas en la red de Wikipedia.
In [ ]: pip install wikipedia
```

159

160

Figura 5 .Instalación de librerías

161 En la figura 5 se realiza la importación o instalación de las librerías que vamos a utilizar,
162 iniciamos estableciendo las características para modular la configuración de la voz,
163 activar el micrófono y que permanezca en espera de cualquier indicación establecida
164 por el usuario, el asistente contesta por medio de texto, por tal motivo el algoritmo
165 realiza un análisis y limpieza de datos y al hacer la lectura elimina las letras mayúsculas
166 o caracteres especiales.

167 Posteriormente incorporamos al código el nombre de los sitios que puede visitar el
168 usuario, en este ejemplo utilizamos un algoritmo de aprendizaje supervisado.

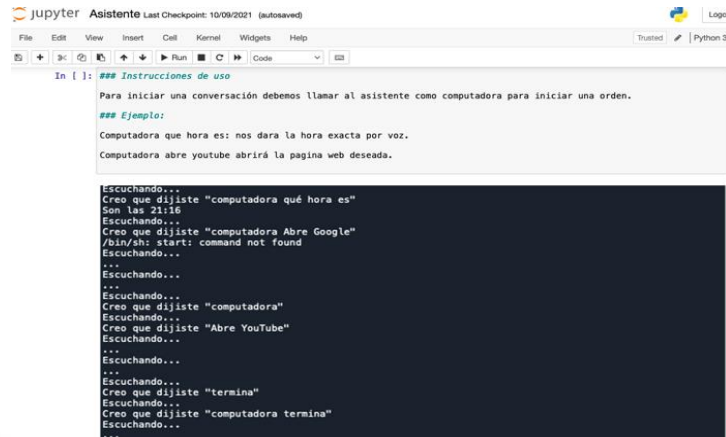
169 Para iniciar la conversación con el asistente en nuestro código establecemos, que el
170 asistente se llame computadora, por tal motivo en toda conversación que realicemos,
171 debemos llamar al asistente de esa forma, ejemplo (figura 6):

172 ¿Computadora qué hora es?

173 Computadora abre YouTube.

174 Computadora termina.

175



```
jupyter Asistente Last Checkpoint: 10/09/2021 (autosaved)
File Edit View Insert Cell Kernel Widgets Help Trusted Python 3
In [ ]: ### Instrucciones de uso
Para iniciar una conversación debemos llamar al asistente como computadora para iniciar una orden.
### Ejemplo:
Computadora que hora es: nos dara la hora exacta por voz.
Computadora abre youtube abrirá la pagina web deseada.
Escuchando...
Creo que dijiste "computadora qué hora es"
Son las 21:16
Escuchando...
Creo que dijiste "computadora Abre Google"
/bin/sh: start: command not found
Escuchando...
...
Escuchando...
...
Escuchando...
Creo que dijiste "computadora"
Escuchando...
Creo que dijiste "Abre YouTube"
Escuchando...
...
Escuchando...
...
Escuchando...
Creo que dijiste "termina"
Escuchando...
Creo que dijiste "computadora termina"
Escuchando...
...
```

Figura 6 .Conversación

176

177

178

179

180 4. Conclusiones

181 Con base en la investigación podemos comprobar que el comportamiento iterativo está
182 en todas partes: uno de sus principales objetivos es hacernos la vida más fácil, nos
183 ayuda a filtrar correos en la bandeja de entrada, nos sugiere artículos en Amazon y
184 películas en Netflix, etiqueta las fotos de Facebook, identifica la voz en los asistentes
185 como Siri, identifica frases en la búsqueda de Google y detecta fraudes financieros,
186 existen otras aplicaciones que podemos mencionar, las cuales generan modelos de
187 comportamiento más sofisticados están los autos que se conducen solos, la
188 identificación y prevención de enfermedades, el asistente personal en las tareas del
189 hogar, así como toda aplicación que podamos imaginar y que nos ayude en áreas
190 específicas, conocer como puede ser el principio de una mente o como se entiende la
191 mente, el poder comprender la inteligencia artificial, su funcionamiento y creación,
192 además de todos los cálculos y algoritmos usados para que funcione, es algo
193 emocionante y a la vez es interesante que nos ha permitido entrar en un mundo lleno
194 de posibilidades y que al parecer será el futuro de la tecnología y de la sociedad en sí.

195 En esta investigación se pudo combinar la inteligencia artificial con el uso de una
196 página web para el desarrollo de un manual interactivo que permita a los alumnos
197 analizar cada línea de código y ejecutarlas para obtener los resultados al momento, de
198 tal forma que se pueden ir haciendo adecuaciones para que el software diseñado
199 quede a la justa medida.

200

201 Agradecimientos

202 Trabajo realizado con el apoyo del programa UNAM-DGAPA-PAPIME PE101623.

203 **5. índice de referencias**

204

205 Información en línea

206

207 Goralski, M.A. & Tan, T.K. (2020). Artificial intelligence and sustainable
208 development.[En línea] Consultado el 4 de marzo de 2023 de:
209 <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1472811719300138>

210

211 Incibe-cert (2019).Blog de Arquitectura de red segura, las cosas en orden.[En
212 línea] consultado el 20 de febrero de 2023 de:
213 <https://www.incibe-cert.es/blog/arquitectura-red-segura-las-cosas-orden>

MEMORIAS DEL
Congreso Internacional
Sobre la Enseñanza y Aplicación de las Matemáticas

USO DE UNA RED NEURONAL ARTIFICIAL PARA PREDECIR EL CONOCIMIENTO DE TÉCNICAS DE SEGURIDAD INFORMÁTICA.

Rosalba Nancy Rosas Fonseca ^{1*}, Miguel de Nazareth Pineda Becerril ², Omar Gracia León ³, Judith Mayte Flores Pérez ⁴ y Guadalupe Vázquez Salazar ⁵.
^{1,2,3,4,5} Facultad de Estudios Superiores de Cuautitlán C4. A Teoloyucan Km 2.5, San Sebastian Xhala, 54714 Cuautitlán Izcalli, Méx.

AP-POSM045

Resumen

Actualmente debido al creciente uso de las tecnologías, las telecomunicaciones y las redes sociales, aún existen usuarios que no implementan técnicas de seguridad en el uso diario de los diferentes dispositivos, o navegan sin conocer que tan peligroso es compartir datos sensibles en las redes sociales, compartir ubicaciones, imágenes, etc.

En esta investigación se propone utilizar un modelo para la construcción de la inteligencia artificial que se base principalmente en entrenamientos de prueba y error con ayuda de una función sigmoide, vamos a entrenar a la red a partir de los conocimientos del seguridad de los diferentes usuarios.

En los últimos años el mundo se ha visto forzado a involucrarse más con la tecnología, el aumento fue tan increíble que muchas personas que no trabajaban con la tecnología se vieron forzadas a involucrarse de forma inmediata, lo cual fue muy conveniente para los hackers, dado que los usuarios inexpertos son vulnerables y dejan la puerta abierta para ingresar a los hogares, las empresas y las instituciones, permitiendo así realizar extorsiones, a través de la obtención de fotos privadas o información personal y bancaria.

En la sociedad actual los casos de hackeos son más comunes, las respuestas o las razones para realizar dichos ataques son variadas, dentro del gremio de los hackers las respuestas suelen ser las mismas, la razón de mayor peso es obtener dinero de la venta de los datos obtenidos. Por eso es importante que todos, de forma personal, utilicemos técnicas para defendernos de diferentes ataques o evitarlos.

Palabras clave: ciberseguridad, datos, técnicas, hackers, entrenamiento, prueba y error.

1. Introducción

En la actualidad hacemos casi todo a través de nuestros dispositivos, transferencias bancarias, videollamadas, transferimos información a través de Streaming, enviamos mensajes, consultamos datos en la nube, interactuamos constantemente con la tecnología, las redes sociales, las plataformas, los videojuegos, etc. y cada una de estas actividades es un motivo para utilizar la ciberseguridad a través de técnicas que nos permitan restringir accesos, resguardar información, bloquear ataques, consultar

^{1*} Rosas Fonseca Rosalba Nancy E-mail: nancy_fonseca1@hotmail.com Tel. 5559976844

40 datos y evitar el phishing, entre otras problemáticas a las que nos enfrentamos y que
41 nos hacen víctimas de los ataques informáticos, ya que estos, pueden identificarse, a
42 través de las redes neuronales, al analizar el código fuente de un programa y detectar
43 patrones que indiquen la presencia de código malicioso. Estos patrones pueden ser
44 muy complejos y difíciles de detectar mediante métodos tradicionales, pero las redes
45 neuronales pueden aprender a reconocerlos y emitir alertas en tiempo real.

46 El modelo usado para la construcción de la inteligencia artificial se basa principalmente
47 en entrenamientos de prueba y error con ayuda de una función sigmoide, utilizando el
48 cálculo de la media de los conocimientos sobre ciberseguridad de las personas
49 encuestadas, donde la inteligencia evalúa cuatro criterios comunes en personas que
50 han sufrido un ciberataque, para determinar la probabilidad. Lo que nos permitió saber
51 que tan comunes son estos errores y que tan peligrosos son para la sociedad en la
52 medida que proliferen, además que nos ayuda a identificar las fallas que existen e
53 implementar soluciones.

54

55 2. Metodología o desarrollo

56

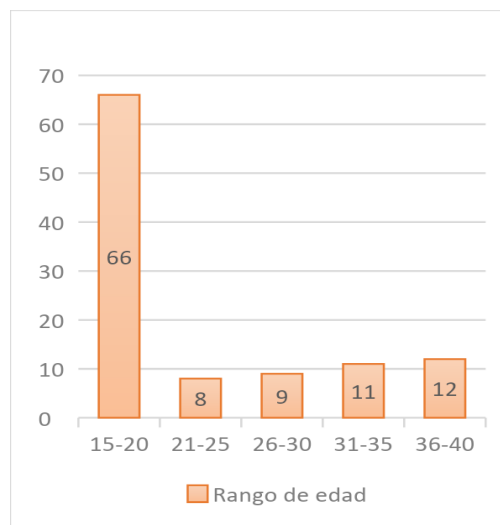
57 2.1 Uso de una red neuronal artificial.

58

59 Para llevar a cabo esta investigación, comenzamos haciendo un análisis de la
60 información que queríamos obtener, así que se realizó una encuesta enfocada a saber
61 el conocimiento de la población con respecto al tema de seguridad informática.
62 Clasificamos a los usuarios por edades para saber el nivel de conocimientos que tienen
63 sobre las técnicas y estrategias de seguridad en informática.

64 Los resultados obtenidos se muestran en la gráfica 1.

65



66

67

68

Gráfica 1.-Encuestas de seguridad informática

69 Al revisar las encuestas que se generaron podemos deducir que los conocimientos
70 que tiene la población en general son demasiados bajos en cuestión del tema tratado.

71 Por lo que se consideró implementar una red neuronal artificial que pudiese predecir
72 la probabilidad que tiene una persona, o un grupo, de ser atacados y para que las
73 personas se dieran cuenta de que tan vulnerables son tanto sus acciones, como sus
74 cuentas de redes sociales. Esto basado en los resultados que nos arrojaron las
75 encuestas, siendo que la variable que más peso tiene, al momento de realizar el
76 cálculo, es la del grado de conocimiento que tiene la persona, o grupo, sobre la
77 seguridad informática, mientras que las demás variables solo apoyan y dan menos
78 peso, debido a que la principal defensa ante cualquier ataque a la seguridad
79 informática de un usuario se basa en sus conocimientos sobre estos temas, razón por
80 la cual las personas que tienen poco conocimiento de los mismos son las que más
81 daño sufren de estos ataques, sin embargo el que no poseen este conocimiento no
82 significa que tengan una probabilidad del 100% de ser atacados, lo que
83 demostraremos en los resultados.

84

85 **2.1.1 La tecnología y las buenas prácticas de seguridad informática.**

86

87 A pesar de que la tecnología se ha vuelto parte de nuestro mundo, aún podemos
88 observar que la educación relacionada a la seguridad informática es mínima, lo que
89 debería ser preocupante debido a la gran cantidad de tráfico que hay en distintos sitios
90 web y redes sociales, que nos indican que tenemos un alto índice de usuarios y de
91 transferencia de información. Por tal motivo debemos hacer conciencia y buscar
92 estrategias que permitan ayudar a los usuarios a implementar medidas de prevención.

93 Sabemos que la seguridad informática es cualquier medida de protección que impida
94 la ejecución de operaciones no autorizadas sobre un sistema o red informática, cuyos
95 efectos puedan conllevar daños sobre la información, comprometer su
96 confidencialidad, autenticidad o integridad, disminuir el rendimiento de los equipos o
97 bloquear el acceso de usuarios no autorizados al sistema. (Samaniego y Ponce, 2021).

98 Debemos promover las buenas prácticas de seguridad informática para reducir o
99 mitigar los riesgos a los que estamos expuestos cuando somos parte de un ataque,
100 muchas veces afirmamos que no seremos jamás hackeados porque no tenemos una
101 cuenta bancaria, pero la realidad es que no sabemos que pueden suplantar nuestra
102 identidad, robar datos sensibles como lo son: nombre, contraseñas, CURP, RFC,
103 dirección, teléfonos, etc., lo que puede servir al atacante para obtener un beneficio
104 lucrativo, nuestro error es pensar que los datos están seguros y no tomar en cuenta
105 las medidas de seguridad informática.

106 Como sabemos las redes neuronales son modelos computacionales que se inspiran
107 en el funcionamiento del cerebro humano para procesar información y aprender de
108 ella. En el campo de la seguridad informática, las redes neuronales se han utilizado

109 para diversas tareas, como la detección de intrusos, la identificación de malware y la
110 detección de anomalías en el tráfico de red.

111 En la detección de intrusos, las redes neuronales se utilizan para analizar el
112 comportamiento del tráfico de red y detectar patrones que puedan indicar la presencia
113 de un ataque. Estos patrones pueden ser muy sutiles y difíciles de detectar mediante
114 métodos tradicionales, pero las redes neuronales pueden aprender a reconocerlos y
115 emitir alertas en tiempo real.

116 En el tráfico de red, las redes neuronales pueden analizar el tráfico de red y detectar
117 patrones que indiquen la presencia de un comportamiento anómalo. Por ejemplo, una
118 red neuronal podría detectar un aumento en el tráfico de datos desde un determinado
119 dispositivo que podría indicar que está siendo utilizado para enviar spam o realizar un
120 ataque de denegación de servicio.

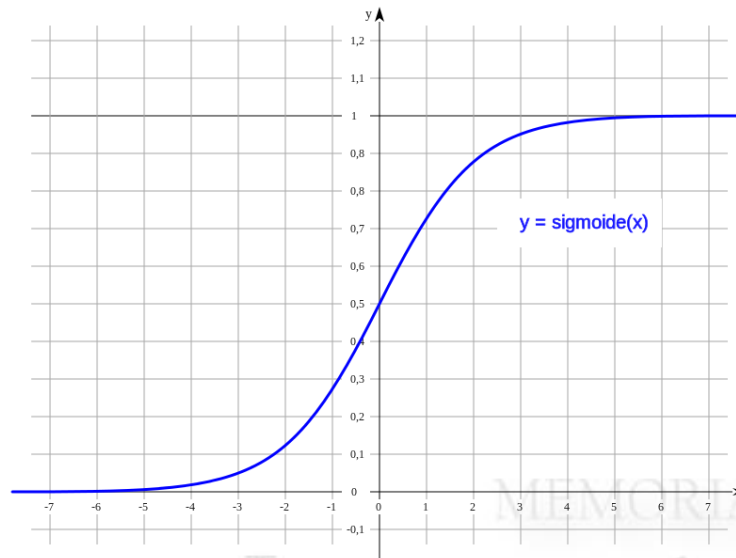
121 Pero a pesar de que en la actualidad se tiene el conocimiento de diferentes
122 problemáticas de seguridad informática los usuarios siguen pensando que están
123 seguros, es por eso que nos dimos a la tarea de tratar de demostrar que la seguridad
124 de nuestros datos personales es muy importante y que debemos resguardar la
125 información digital, ya que actualmente la información está siendo respaldada en la
126 nube.

127

128 **3. Resultados y análisis**

129

130 Las especificaciones técnicas de la red neuronal artificial se basan en un algoritmo de
131 prueba y error, en donde con cada iteración va mejorando su predicción, hasta que
132 alcanza resultados aceptables, empieza a trabajar con las variables reales. Las
133 iteraciones de prueba y error se realizan con ambientes simulados, donde indicamos
134 variables aleatorias e irreales a las cuales aplicará el algoritmo al completo y
135 comparará el resultado obtenido con el anterior o anteriores, usará un cálculo sencillo
136 para obtener el rango de error, y continuará así hasta que el error sea el menor posible
137 (aunque para efectos de tiempo y eficiencia indicamos que realizará únicamente 20000
138 iteraciones). La red neuronal artificial se basa principalmente en la función sigmoide,
139 donde realiza la regresión y comparación de resultados para obtener los más cercanos
140 a un valor de error de 1. Gráfica 2. Red neuronal artificial.



141

142

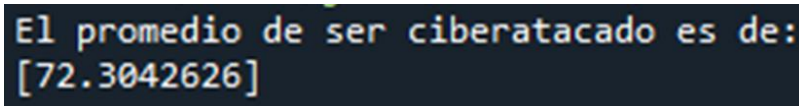
143

Gráfica 2. Red neuronal artificial

144 (Rodríguez, 2018), menciona que la calidad depende de las ponderaciones y sesgos.
 145 Así pues, cuando se entrena un conjunto de datos, se calcula continuamente la
 146 función, es decir, la divergencia entre el resultado esperado y el resultado real del
 147 conjunto de datos etiquetados de entrenamiento. Como se ha mencionado, dicha
 148 función se reduce cambiando los pesos y sesgos hasta que se logra obtener el valor
 149 más bajo.

150 En cuanto al resultado final de todas las encuestas y confirmando nuestras sospechas
 151 sobre la educación en ciberseguridad que tiene la población, obtuvimos como
 152 resultado que el 72.30% de la población puede ser atacada (Figura 1), esto debido a
 153 que la mayoría de los encuestados no cuentan con una buena educación para una
 154 navegación segura y confiable. Por lo que solo queda recalcar las recomendaciones
 155 antes hechas y darles una alta prioridad debido a lo peligroso que puede llegar a ser
 156 este porcentaje.

157



El promedio de ser ciberatacado es de:
 [72.3042626]

158

159

Figura 1. Resultado de la red neuronal artificial

160

161

162 4. Conclusiones

163

164 Sabemos que en la actualidad la tecnología avanza cada vez más, y no debemos
165 olvidar que las amenazas informáticas también van aumentando, por lo que es
166 necesario implementar estrategias de seguridad que nos ayuden a estar a la
167 vanguardia ante cualquier situación que se presente, pero la problemática principal es
168 que muchos usuarios comienzan a implementar estrategias hasta que son víctimas de
169 un ciberataque, hagamos conciencia e implementemos medidas preventivas y
170 correctivas, utilicemos la inteligencia artificial como una estrategia para reducir o
171 mitigar las diferentes problemáticas a las que nos enfrentemos día a día.

172 En la inteligencia artificial, la capacidad de aprendizaje está mucho más limitada que
173 la de los seres humanos, ya que hay tareas que pueden parecer demasiado sencillas,
174 como reconocer la cara de una persona, es una tarea muy compleja para un
175 ordenador, de hecho, como seres humanos somos capaces de reconocer el rostro
176 aunque la persona se ponga gafas para el sol, se deje barba, use bufanda. Nuestro
177 cerebro seguirá reconociendo la cara. Para un ordenador, sin embargo, cualquier
178 cambio, incluso gestual, complica el proceso de reconocimiento.

179

180 **Agradecimientos**

181

182 Trabajo realizado con el apoyo del programa UNAM-DGAPA-PAPIME PE101623.

183

184 **5. Referencias bibliográficas**

185

186 • Samaniego, E.& Ponce, J.(2021). *Fundamentos de seguridad informática*.
187 Ecuador: Grupo Compas.

188 • Rodríguez, D. (2018). *Implementación del método descenso del gradiente en*
189 *Python*. Recuperado de:

190 <https://www.analyticslane.com/2018/12/21/implementacion-del-metodo->
191 [descenso-del-gradiente-en-python](https://www.analyticslane.com/2018/12/21/implementacion-del-metodo-descenso-del-gradiente-en-python)

ANÁLISIS DE DATOS CUANTITATIVOS CON REGRESIÓN LINEAL MÚLTIPLE MEDIANTE UNA ESTRATEGIA DIDÁCTICA MEDIADA CON SOFTWARE.

Valentín Roldán Vázquez^{1,*}, José Juan Contreras Espinosa², José Isaac Sánchez Guerra³, Leonel Gualberto López Salazar⁴, José Juan Rico Castro⁵
^{1,2,3,4,5} Universidad Nacional Autónoma de México, Facultad de Estudios Superiores Cuautitlán. Km. 2.5 Carretera Cuautitlán Teoloyucan, San Sebastián Xhala, C.P. 54714, Cuautitlán Izcalli, Estado de México.

EA-POSM046

Resumen

A raíz del gran volumen de datos que se ha generado y almacenado en las bases de datos de todo tipo de organizaciones, se ha tenido la necesidad de procesar la información contenida para analizar e indagar en las posibles tendencias y otro tipo de información que puede escalar a ser un conocimiento muy útil para darnos información, no solo histórica sino hasta predictiva, para tomar decisiones proactivas anticipándose a lo que va a suceder. Existen diferentes formas de analizar el comportamiento de los datos que van desde el promedio y las medidas de tendencia central hasta técnicas de minería de datos. En este trabajo nos centramos en una estrategia didáctica basada en Excel para analizar los datos y que toma como base el concepto de regresión lineal múltiple en donde podemos analizar situaciones que involucran más de una variable.

Existen diferentes tipos de software que nos facilitan la solución y análisis de los datos mediante la regresión lineal múltiple unos más avanzados que otros, pero en este caso se toma en consideración este software por la naturaleza de la población que son los alumnos de la Licenciatura en Contaduría de la FES Cuautitlán en donde se ha visto que están más relacionados con este tipo de software ya que lo han aprendido a usar para resolver problemas financieros, estadísticos, contables y más que están relacionados con su área de competencia, entonces se considera que esta herramienta complementa de manera adecuada la forma mecánica o manual para resolver el problema aunado al grado de especialización que se promueve en la herramienta.

Palabras clave: Análisis, Datos, Regresión, Lineal, Múltiple, Software.

1. Introducción

En la época actual se cuenta con más datos que hace 30 años, tanto estructurados como no estructurados, guardados en dispositivos de almacenamiento de gran capacidad y seguridad gracias a la tecnología en gestores de bases de datos relacionales y no relacionales, y equipos de cómputo robustos.

Es también, cuando más datos estamos generando tanto a nivel personal, gracias a nuestra huella digital, como en el interior de las organizaciones y sus entornos. Esta

*Autor para la correspondencia. E-mail: valrolvaz@gmail.com Tel 5556231890

43 disponibilidad de grandes volúmenes de datos ha inducido que se reformule el
44 concepto de minería de datos con la creación de métodos para la extracción de
45 información útil y la generación de nuevo conocimiento.

46

47 Al principio de la minería de datos se empleaban todos los datos disponibles y las
48 capacidades de los algoritmos de aprendizaje de máquina para descubrir patrones en
49 datos estructurados, sin embargo, actualmente con la ciencia de datos, se toman
50 muestras de datos que sean estadísticamente significativas, para poder extraer
51 conclusiones relevantes a partir de un conjunto de datos mediante el análisis de datos.
52 Por su parte, la analítica de datos es el uso de las tecnologías de cómputo para extraer
53 automáticamente las relaciones insospechables en un conjunto de datos. (Cantú F. y
54 Aldeco, R., 2019).

55

56 “Las organizaciones recopilan enormes cantidades de datos, y la regresión lineal les
57 ayuda a utilizar esos datos para gestionar mejor la realidad, en lugar de depender de
58 la experiencia y la intuición. Es posible tomar grandes cantidades de datos sin procesar
59 y transformarlos en información accionable.” (IBM)

60 Como dice (IBM) en su sitio web, la regresión lineal se ha convertido en una manera
61 científica de hacer predicciones confiables. Este método se puede implementar en
62 varios tipos de software, tales como: MatLab, R, Python, IBM SPSS® statistics,
63 Minitab®, entre otros, lo cual, nos hace pensar que es difícil de implementar porque se
64 requiere saber programar en esos lenguajes, o bien porque no se cuenta con dichos
65 softwares, ocasionando cierta aversión y dificultad para usarlos, sin embargo, los
66 alumnos de primer semestre de la Licenciatura en Contaduría utilizan una hoja
67 electrónica de cálculo llamada Excel® en la asignatura de “Herramientas básicas de
68 cómputo” en el tema: “Análisis estadístico de Datos en Excel”.

69

70 **2. Metodología o desarrollo**

71

72 La predicción de valores mediante la regresión lineal es relativamente fácil de usar e
73 interpretar, aunque tiene sus pormenores. Además, sus aplicaciones se encuentran en
74 muchas áreas, tales como; las empresariales y científicas. La regresión lineal parte de
75 la base de que la relación entre dos variables tiene una forma lineal.

76 En la regresión simple se utiliza el valor de una variable para predecir el valor de otra.
77 La variable que se desea predecir se llama variable dependiente y la variable que se
78 utiliza para predecir su valor se llaman variable independiente.

79 Sin embargo, existen fenómenos en los que influyen más de una variable
80 independiente, en la variable dependiente, en este caso, estaremos hablando de una
81 regresión lineal múltiple, sabemos que es lineal porque no tiene exponentes mayores
82 a 1, modelo de la regresión lineal múltiple:

83

$$84 \quad \text{Ecuación 1. } Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_3 \dots + \beta_n X_n + \varepsilon$$

85 Donde:

86 1) β_0 es un valor constante que representa la intersección con el eje Y

- 87 2) Y es el valor estimado para la variable dependiente.
88 3) $X_1, X_2, X_3 \dots X_n$ son variables independientes o predictoras y deben ser las
89 que mejor describen la variable dependiente.
90 4) $\beta_1, \beta_2, \beta_3 \dots \beta_n$ son los coeficientes de regresión estimados. Cada coeficiente
91 de regresión representa el cambio en Y en relación con un cambio de una unidad
92 en la respectiva variable independiente.
93 5) ε es el error aleatorio que representa cualquier variación de Y , que no ha sido
94 explicada por las variables independientes.
95

96 Antes de poder aplicar el método de la regresión lineal múltiple debemos ser muy
97 cuidadosos para verificar que se cumplan los siguientes supuestos en los datos y las
98 variables que vamos a analizar para obtener resultados confiables.

99 **Normalidad:** “todos nuestros datos, tanto nuestras variables independientes, así como
100 nuestra variable dependiente, tienen que tener puntajes que están distribuidos
101 normalmente. Más específicamente los residuos (error) de estos puntajes deben tener
102 una distribución normal.” (Llerena, 2020).

103 **Independencia:** Todos los residuos deben ser independientes entre sí, esto se puede
104 lograr haciendo un proceso de muestreo aleatorio.

105 **Homocedasticidad:** “debe haber homogeneidad en las varianzas de los residuos, es
106 decir, la variabilidad de los residuos debe ser constante.

107 **No multicolinealidad:** las variables explicativas incluidas en el modelo no pueden
108 estar relacionadas entre sí o, al menos, su relación debe ser muy débil.” (Gisbert,
109 2023).

110 **Linealidad:** la relación entre la variable respuesta y las variables explicativas debe ser
111 lineal.
112

113 2.1 Ejemplo de la aplicación de la regresión lineal múltiple.

114

115 Utilizaremos el ejemplo siguiente debido a que cumple los supuestos y está
116 documentado que se realizó con el paquete de software **Minitab®**, por lo cual, será
117 interesante ver como llegamos a los mismos resultados utilizando **Excel®**. “Butler
118 Trucking Company, una empresa que se dedica al transporte de objetos y mercancías
119 en el sur de California. Su actividad principal es hacer entregas en su área local. Para
120 mejorar el horario de trabajo, los gerentes deseaban estimar el tiempo total de
121 recorrido diario necesario para efectuar las entregas.” (Anderson, et al. 2012)

122 Al principio, los gerentes creyeron que el tiempo total de recorrido diario estaba
123 estrechamente relacionado sólo con el número de millas recorridas para realizar las
124 entregas, pero después se dieron cuenta que el número de entregas también
125 determina la duración del recorrido. Por lo cual, generaron la siguiente tabla de datos.
126
127
128
129
130

131
 132
 133

Tabla 1. Datos de Butler Trucking con millas recorridas (X_1) y cantidad de entregas (X_2) como variables independientes. Fuente (Anderson, et al. 2012)

	X_1	X_2	Y
Asignación de recorrido	Millas recorridas	Número de entregas	Duración del recorrido en horas
1	100	4	9.3
2	50	3	4.8
3	100	4	8.9
4	100	2	6.5
5	50	2	4.2
6	80	2	6.2
7	75	3	7.4
8	65	4	6
9	90	3	7.6
10	90	2	6.1

134
 135
 136
 137

2.1.1 Ejemplo de aplicación en MS-Excel®

138 Lo primero que se debe hacer es agregar los complementos para el análisis de datos
 139 en Excel de la siguiente manera.

140

- 141 a) Abrir una hoja nueva en Excel
- 142 b) Abrir el menú "**Archivo**", en la parte inferior de este menú, seleccionar
 143 "**Opciones**"
- 144 c) Al abrir "**Opciones**" dar clic en la opción "**Complementos**"
- 145 d) Al abrir "**Complementos de Excel**" seleccionar en la parte inferior "**Ir**" del
 146 recuadro "**Administrar**"
- 147 e) Al abrir la opción de "**Complementos**", marcar los recuadros de:
 148 "**Herramientas para análisis**" y "**Herramientas para análisis -VBA**" y dar
 149 clic en el botón aceptar.
- 150 f) Después al seleccionar la opción "**Datos**" de la hoja de Excel se observará al
 151 final del submenú, el complemento "**Análisis de datos**" lo cual, indica que ha
 152 sido instalado y podremos usarlo para el análisis de la regresión múltiple.

153

154 Una vez que ya se agregó el componente del complemento "**Análisis de datos**",
 155 Abrimos una nueva hoja de Excel y se procede a crear la tabla 1 en Excel.

156 Después abrimos el menú "**Datos**" de la hoja de Excel y dar clic sobre el recuadro de
 157 análisis de datos como se ve en la figura 1, se abre un submenú emergente de donde
 158 seleccionaremos la opción "**Regresión**" y oprimir el botón "**Aceptar**":

159

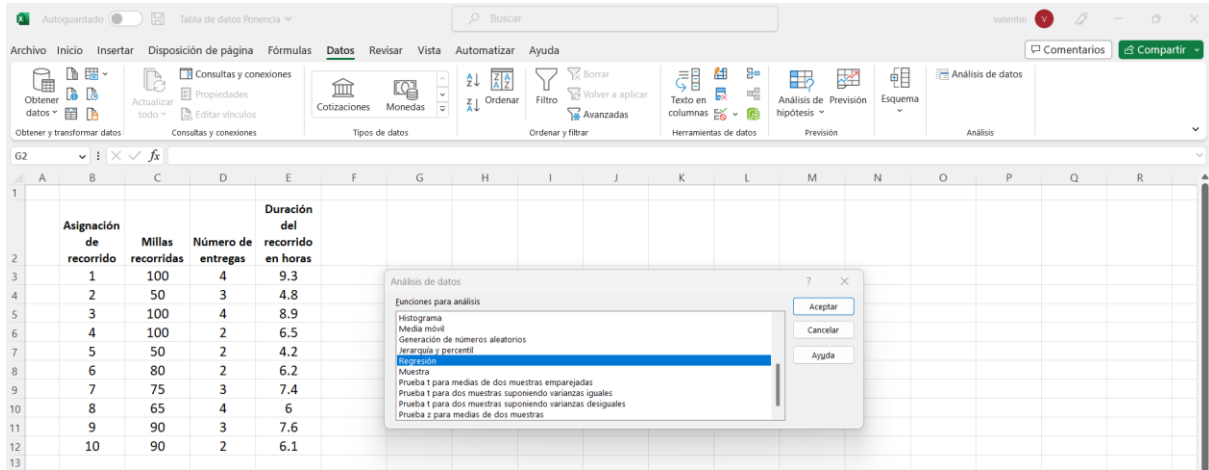


Figura 1: Selección de la opción “Regresión” en una hoja de Excel.

160
161
162
163
164
165
166

Al ejecutar estas acciones se abre el siguiente menú de la opción seleccionada “Regresión”, en el cual, primero seleccionamos la columna de la variable dependiente “Y”, que en este caso es la columna “Duración del recorrido en horas”

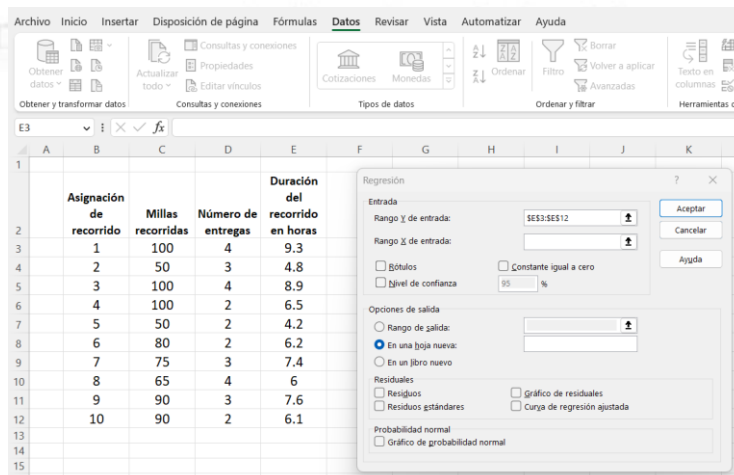


Figura 2: Introducción de datos de la variable dependiente

167
168
169
170
171
172

Posteriormente para el recuadro “Rango X de entrada” seleccionamos las dos columnas de las variables independientes y presionar el botón “Aceptar”

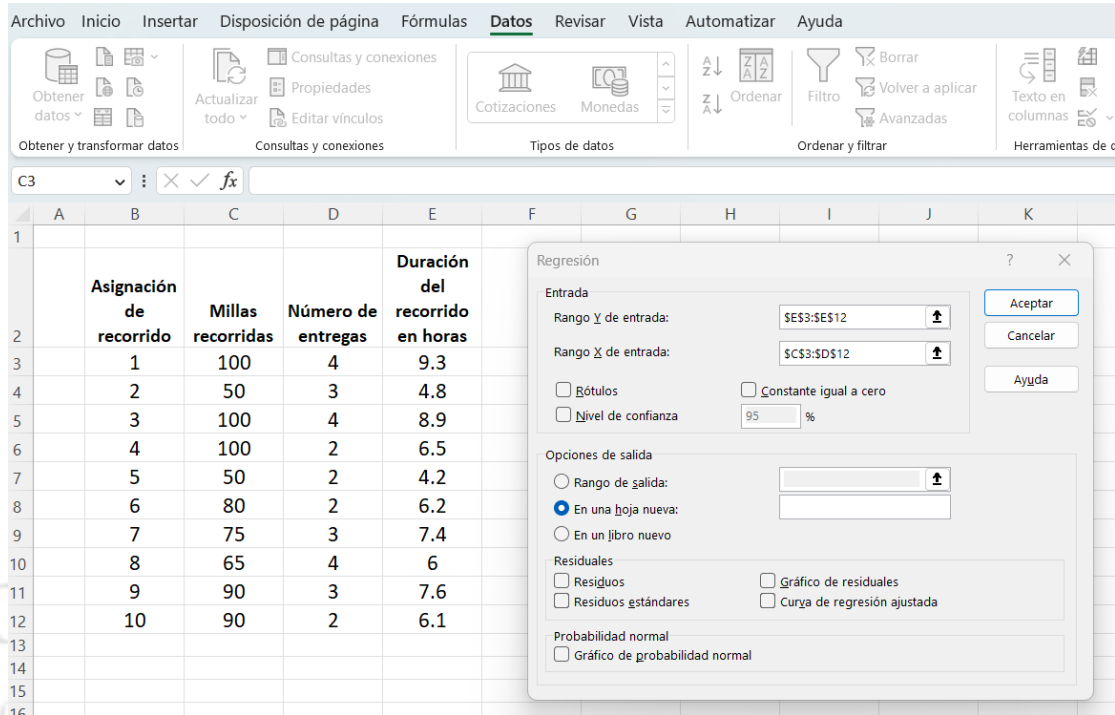


Figura 3: Introducción de datos de las variables independientes.

173
174
175
176
177
178
179
180

3. Resultados y análisis

Debido a que teníamos seleccionada la opción de “En una hoja nueva” en el menú anterior, el resultado de la regresión múltiple se muestra en otra hoja de Excel de la siguiente manera:

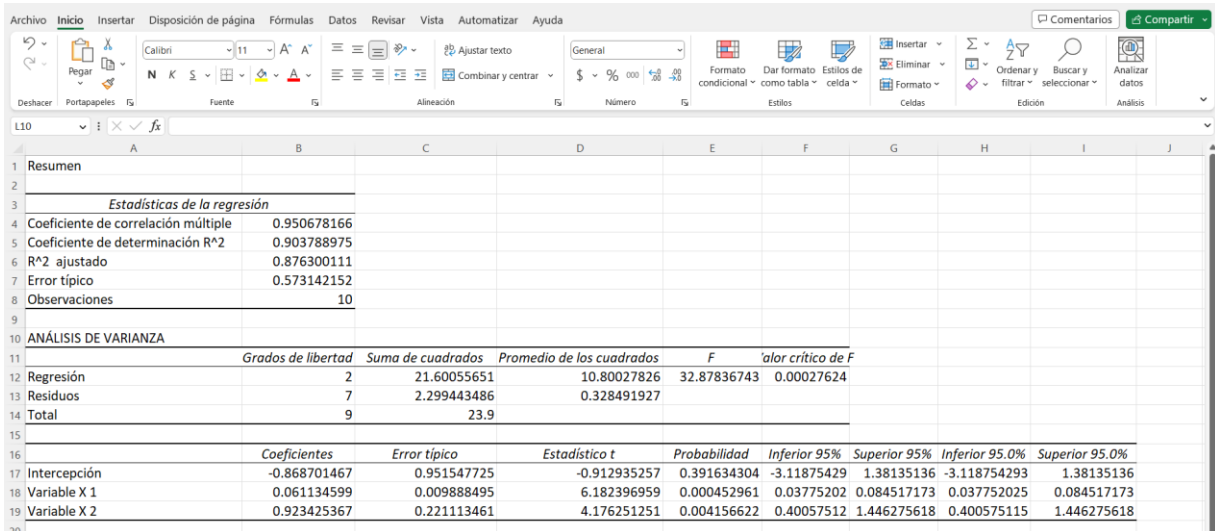


Figura 4: Resultados de la regresión lineal múltiple.

181
182
183
184
185

Observando la tabla de los “Estadísticos de la regresión”, vemos que el coeficiente de correlación múltiple está muy cercano a 1, y esto nos indica que sí existe relación entre

186 las variables independientes con la variable dependiente, es decir, que sí influyen a la
187 variable independiente, hay una relación significativa.
188 Por su parte, el coeficiente de determinación R^2 , toma valores entre 0 y 1, pero cuanto
189 más cercano está a 1 nos indica que el modelo está más cercano a la variable que
190 estamos intentando explicar, siendo esto en nuestro caso de estudio con el valor de
191 0.9037 es decir, un 90% de precisión.

192 R^2 ajustado. Debido a que a veces se pueden introducir variables independientes que
193 no son relevantes para explicar la variable independiente, esto aumentará el
194 coeficiente R^2 falseando este indicador, entonces el coeficiente R^2 ajustado, penaliza
195 la inclusión de variables no relevantes, aportando un indicador más preciso, sobre el
196 “porcentaje explicado por la varianza de la regresión en relación con la varianza de la
197 variable explicada”. (Economipedia, 2023)

198 Error típico: Determina el grado en que la estimación de una muestra puede diferir con
199 respecto al parámetro de una población. En este caso entre más cercano sea a 1 será
200 menor este error típico.

201 Observaciones: Es la cantidad de registros analizados, en nuestro caso son 10.

202 En la intersección del renglón Regresión con la Columna Grados de Libertad se
203 observa el valor 2 y representa el número de variables independientes.

204 En el renglón “Residuos” y la columna “Grados de libertad” encontramos el valor que
205 se determina restando 3 al número de observaciones.

206 F indica que si el valor de la columna “F” es mayor que el valor de la columna “Valor
207 crítico de F” significa que sí hay una relación entre las variables y es correcto, de lo
208 contrario, indica que no hay relación entre ellas.

209 Los valores estimados de la variable dependiente se calculan con la ecuación de
210 regresión lineal múltiple estimada:

211

212

$$\text{Ecuación 2. } Y = b_0 + b_1X_1 + b_2X_2 + \dots + b_nX_n$$

213

214

Tabla 2. Coeficientes obtenidos de la regresión lineal múltiple con Excel®

		Coeficientes
Y	Intercepción	-0.868701467
b_1	Variable X 1	0.061134599
b_2	Variable X 2	0.923425367

215

216

217 En el análisis de regresión múltiple cada uno de los coeficientes de regresión se
218 interpreta como sigue:

219 b_1 representa la estimación del cambio en Y debido a un cambio en una unidad en X_1 ,
220 mientras todas las demás variables independientes permanecen constantes.

221 En el ejemplo de Butler Trucking con dos variables independientes, $b_1 = 0.0611$ es la
222 estimación del aumento esperado en el tiempo de recorrido que corresponde al
223 incremento de una milla en la distancia recorrida cuando el número de entregas
224 permanece constante. De manera similar, como $b_2 = 0.923$, es una estimación del
225 incremento esperado en el tiempo de recorrido que corresponde al aumento de una
226 entrega cuando el número de millas recorridas permanece constante es 0.923 horas.

227

228 4. Conclusiones

229

230 Después de conocer la utilidad de la Regresión lineal múltiple para explicar el
231 comportamiento de una variable dependiente determinado o influenciado por el
232 comportamiento de otras variables llamadas independientes con el ejemplo mostrado
233 se entiende el por qué este método estadístico tiene tantas áreas de aplicación que
234 van desde los negocios, la economía, la biología entre otras.

235 Vimos la facilidad didáctica de implementación de este método estadístico que nos
236 ofrece Microsoft Excel®, el cual, es utilizado en la asignatura de “Herramientas básicas
237 de cómputo” en el tema: “Análisis Estadístico de datos en Excel”, correspondiente al
238 primer semestre de la Licenciatura en Contaduría de la FES-Cuautitlán, de esta
239 manera desaparece la necesidad de utilizar paquetes estadísticos más complejos,
240 debido a que se obtuvieron los mismos resultados que los obtenidos con Minitab®, el
241 cual, fue utilizado en el ejemplo de Butler Trucking (Anderson, et al. 2012).

242

243 Agradecimientos

244

245 Trabajo realizado con el apoyo del programa UNAM-DGAPA-PAPIME PE108322.

246

247 5. Índice de referencias

248 Libros

- 249 • Anderson David R., Sweeney Dennis J., Williams Thomas A. (2012).
250 Estadística para negocios y economía. México: Cengage Learning Editores,
251 S.A. de C.V.

252 Información en línea

- 253 • Cantú F. y Aldeco, R. (2019). Conocimiento y razonamiento computacional.
254 Academia Mexicana de Computación (AMEXCOMP). (pp. 145-146). [En línea]
255 Obtenido en febrero de 2023 de la dirección:
256 https://www.researchgate.net/publication/350076242_Conocimiento_y_Razonamiento_Computacional
257
- 258 • IBM. Regresión lineal. Genere predicciones con una fórmula matemática fácil
259 de interpretar. [En línea] Obtenido en marzo de 2023 de la dirección:
260 <https://www.ibm.com/mx-es/analytics/learn/linear-regression>
- 261 • Llerena, Liz, (2020). Supuestos del modelo de regresión lineal múltiple. [En
262 línea] Obtenido en abril de 2023 de la dirección:
263 <https://idoc.pub/documents/idocpub-x4e6zjy2kgn3>
- 264 • Gisbert Juárez, Marc (2023). Regresión lineal múltiple. [En línea] Obtenido en
265 abril de 2023 de la dirección:
266 <https://www.probabilidadyestadistica.net/regresion-lineal-multiple/>
- 267 • Economipedia (2023). El coeficiente de determinación ajustado. [En línea]
268 Obtenido en marzo de 2023 de la dirección:
269 <https://economipedia.com/definiciones/r-cuadrado-coeficiente-determinacion.html>
270

1 RECURSOS DIDÁCTICOS PARA PROMOVER EL APRENDIZAJE DE 2 LOS ESTUDIANTES EN INVESTIGACIÓN DE OPERACIONES

3
4 Domingo Márquez Ortega^{1,*}, Miguel de Nazareth Pineda Becerril², Valentín Roldan
5 Vázquez³

6 ^{1,2,3}Facultad de Estudios Superiores Cuautitlán, UNAM
7 Km 2.5 carretera Cuautitlán-Teoloyucan
8 San Sebastián Xhala, Cuautitlán Izcallí,
9 Estado de México. C.P. 54714.

10
11 EN-POSM049

12 Resumen

13 *Los modelos cuantitativos, y en especial los modelos lineales son utilizados para optimizar los recursos*
14 *disponibles en las organizaciones y tienen aplicaciones directas; en la administración de empresas, la*
15 *administración pública, la economía y en la ingeniería industrial para la planificación de actividades en*
16 *las organizaciones o en las instituciones. La programación lineal es una disciplina que se encarga de*
17 *estudiar los métodos para analizar todo tipo de problemas en los que se requiere optimizar el uso de*
18 *recursos escasos, para lograr cierto objetivo; la condición es básica determinar que las relaciones entre*
19 *variables sean representativas y simplifiquen el problema en forma lineal. Se presentan problemas*
20 *característicos de la PPL (problemas de programación lineal), su estructura algebraica y la*
21 *representación gráfica de las posibles soluciones para problemas de dos variables.*

22
23
24 *Con la finalidad de poder comparar y simular ejercicios prácticos de investigación de operaciones se*
25 *han realizado actividades con los alumnos por medio de modelos matemáticos, problemas y optimizar*
26 *la relación entre las variables para eficientizar los procesos mediante un sistema de ecuaciones lineales,*
27 *estas actividades nos permiten presentar evidencias alcanzables con lo que se diseñó.*

28
29 **Palabras clave:** Modelos, lineal, optimizar, graficas, variables.

30 31 1. Introducción

32
33 La investigación de operaciones (IO) inició en Inglaterra, cuando los científicos
34 empezaron a tomar decisiones con respecto a la mejor utilización del material bélico.
35 Al término de la guerra, las ideas formuladas en operaciones militares se adaptaron
36 para mejorar la eficiencia y productividad en el sector civil. Taha (2012).

37
38 Después se encontraron resultados sustanciales en este campo; como es el método
39 simplex para resolver problemas de programación lineal, que fue desarrollado por
40 George Dantzing, en 1947. Varias de las herramientas de la investigación de
41 operaciones características, como lo es la programación lineal, la programación

1 * Autor para la correspondencia. E-mail: marquez_od@yahoo.com.mx

42 dinámica, las líneas de espera hasta la teoría de inventarios, se desarrollaron antes de
43 la década de 1950. Hillier (1997).

44

45

46

47 El desarrollo de las computadoras, la era digital permiten realizar cálculos aritméticos,
48 de millones de veces más rápido, para resolver problemas de IO, y el uso de la red
49 como consecuencia, permite la modelación gráfica y tabular, representando de forma
50 precisa las características esenciales de algún planteamiento real o hipotético de la
51 vida cotidiana.

52

53 2. Metodología o desarrollo

54

55 Una peculiaridad de las técnicas de IO por lo general las soluciones no se obtienen de
56 forma cerrada (como si fueran fórmulas), sino que se determinan mediante los
57 algoritmos. Donde un algoritmo proporciona reglas de cálculo en forma repetitiva al
58 problema, y a cada una de estas se le llama iteración para aproximarse a la solución
59 óptima.

60 Como dichos cálculos resultan ser tediosos y de gran volumen, es recomendable que
61 se realicen con la ayuda de la computadora. Algunos modelos matemáticos pueden
62 ser tan complejos y en estos casos se podría buscar una solución aplicando la
63 heurística.

64 Para fines prácticos debido a la naturaleza de los modelos de IO es necesario el
65 análisis matemático, para que el estudiante logre comprender la implementación y
66 solución de los problemas se exploran ejemplos básicos.

67

68 El objetivo es presentar la teoría de la programación lineal, sus métodos de solución
69 de los problemas. Empezando con el método grafico que presenta de una forma
70 intuitiva de lo que es un modelo de programación lineal, dando las bases que sustentan
71 la solución. Prawda (1991).

72

73 Las fases de un estudio en la IO para implementar en la práctica son: Definición del
74 problema, construcción del modelo, solución del modelo, validación del modelo y por
75 último la implementación de la solución. Empezaremos con las ideas básicas de
76 modelos de programación lineal con la modelización o construcción del modelo que no
77 es una tarea sencilla para intentar representar lo más fielmente posible la realidad en
78 un estudio.

79 Los modelos de PPL que se incluyen en la clase son los que optimiza una función de
80 las variables de decisión, denominada función objetivo, sujeta a un conjunto de
81 limitaciones o restricciones sobre las variables de decisión. Por lo que la formulación
82 general de un problema de optimización es:

83

84

$$\text{Ecuación 1. } \max z = f(x_1, \dots, x_n)$$

85

86

Sujeto a

87

88

$$\text{Ecuación 2. } g_j(x_1, \dots, x_n) \leq 0, j = 1, \dots, m$$

89

90 Donde f es la función objetivo, (x_1, \dots, x_n) son las variables de decisión y se tienen
91 restricciones caracterizadas por las desigualdades sobre g_1, \dots, g_m . En el caso de la
92 programación lineal, la función objetivo y las restricciones son lineales en las variables
93 de decisión. La función objetivo se expresa de la forma:

94

95

$$\text{Ecuación 3. } f(x_1, \dots, x_n) = c_1x_1 + \dots + c_nx_n = c^t x$$

96

97 Y las restricciones

98

99

$$\text{Ecuación 4. } g_j(x_1, \dots, x_n) = a_{j1}x_1 + \dots + a_{jn}x_n - b_j \leq 0$$

100

101 O en notación matricial,

102

$$\text{Ecuación 5. } Ax \leq b$$

103

104 Donde c es el vector de coeficientes del objetivo, A es la matriz de coeficientes
105 tecnológicos, b es el vector de términos a la derecha o constantes y x es el de variables
106 de decisión.

107 El esquema básico se seguirá en la modelación de los problemas lineales, consiste en
108 definir primero las variables de decisión, después las restricciones y finalmente la
109 función objetivo a optimizar.

110 La modelización empieza por definir las variables de decisión, algebraicamente en la
111 forma x_1, x_2 o bien con nombres específicos que faciliten su identificación. Representan
112 productos o bienes a producir, almacenar o vender, disponibilidad de materias primas.

113 El siguiente paso es el reconocimiento de las restricciones y su construcción. Las
114 restricciones representan las limitaciones o requisitos y definirán las decisiones
115 admisibles, es decir, la región factible del problema. Podrán ser de la de desigualdades

116 y/o igualdades, según representen el no exceder cierto valor específico (\leq), no
117 descender por debajo de tal valor (\geq) o ser igual a él ($=$). Finalmente, se construirá
118 la función objetivo, que representará alguna cantidad que desea maximizar (beneficio,

119 renta, eficacia, producción,) o bien minimizar (costo, tiempo, inventario, ...). En algunos
120 casos, las restricciones y/o el objetivo se modelizarán inicialmente como funciones no
121 lineales, que posteriormente se convertirán en lineales introduciendo transformaciones

122 adecuadas.

123

124 3. Resultados y análisis

125 Para fines ilustrativos se plantea el siguiente problema: un agricultor tiene una parcela
126 de 640m² para dedicarla al cultivo de árboles frutales: naranjos, perales, manzanos y
127 limoneros. Se pregunta de qué forma debería repartir la superficie de la parcela entre
128 las variedades para conseguir el máximo beneficio sabiendo que:

- 129 • cada naranjo necesita un mínimo de 16m^2 , cada peral 4m^2 , cada manzano 8m^2
130 y cada limonero 12m^2 .
131 • dispone de 900 horas de trabajo al año, necesitando cada naranjo 30 horas al
132 año, cada peral 5 horas, cada manzano 10 horas, y cada limonero 20 horas.
133 • a causa de la sequía, el agricultor tiene restricciones para el riego: le han asig-
134 nado 200m^3 de agua anuales. Las necesidades anuales son de 2m^3 por cada
135 naranjo, 3m^3 por cada peral, 1m^3 por cada manzano, y 2m^3 por cada limonero.
136 • los beneficios unitarios son de 50, 25, 20, y 30 € por cada naranjo, peral, man-
137 zano y limonero respectivamente.

138 Determinar las variables de decisión y expresarlas algebraicamente. En este caso:

- 139 • X_1 : número de naranjos
140 • X_2 : número de perales
141 • X_3 : número de manzanos
142 • X_4 : número de limoneros

143 Determinar las restricciones y expresarlas como ecuaciones o inecuaciones depen-
144 dientes de las variables de decisión. Dichas restricciones se deducen de las necesida-
145 des de cada árbol de terreno, horas de trabajo anuales, y necesidades de riego:

- 146 • Necesidades de terreno: $16X_1 + 4X_2 + 8X_3 + 12X_4 \leq 640$
147 • Necesidades de horas anuales: $30X_1 + 5X_2 + 10X_3 + 20X_4 \leq 900$
148 • Necesidades de riego: $2X_1 + 3X_2 + X_3 + 2X_4 \leq 200$

149 Expresar todas las condiciones implícitamente establecidas por la naturaleza de las
150 variables: que no puedan ser negativas, que sean enteras, que solo puedan tomar
151 determinados valores, ... En este caso las restricciones son que el número de árboles
152 no puede ser negativo y además debe ser un número entero:

- 153 • $X_i \geq 0$
154 • X_i son enteros

155 Determinar la función objetivo:

- 156 • Maximizar $Z = 50X_1 + 25X_2 + 20X_3 + 30X_4$

157 Pasamos el problema a la forma estándar, añadiendo variables de exceso, holgura, y
158 artificiales según corresponda (**mostrar/ocultar detalles**)

- 159 • Como la restricción 1 es del tipo ' \leq ' se agrega la variable de holgura X_5 .
160 • Como la restricción 2 es del tipo ' \leq ' se agrega la variable de holgura X_6 .
161 • Como la restricción 3 es del tipo ' \leq ' se agrega la variable de holgura X_7 .

162

163

$$\text{Max: } Z = 50X_1 + 25X_2 + 20X_3 + 30X_4$$

$$16X_1 + 4X_2 + 8X_3 + 12X_4 \leq 640$$

$$30X_1 + 5X_2 + 10X_3 + 20X_4 \leq 900$$

$$2X_1 + 3X_2 + X_3 + 2X_4 \leq 200$$

164 $X_1, X_2, X_3, X_4 \geq 0$

165 $\text{Max: } Z = 50X_1 + 25X_2 + 20X_3 + 30X_4 + 0X_5 + 0X_6 + 0X_7$

166 $16X_1 + 4X_2 + 8X_3 + 12X_4 + X_5 = 640$

167 $30X_1 + 5X_2 + 10X_3 + 20X_4 + X_6 = 900$

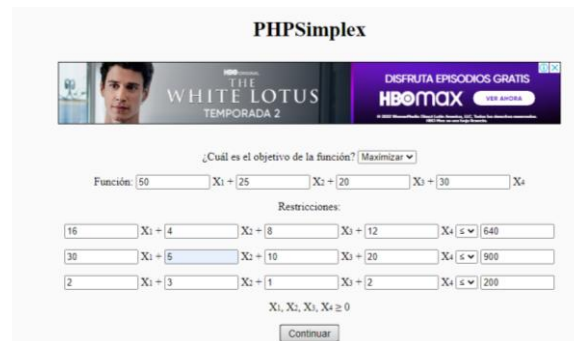
168 $2X_1 + 3X_2 + X_3 + 2X_4 + X_7 = 200$

169 $X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6, X_7 \geq 0$

170 Pasamos a construir el modelo de programación lineal como se muestra en la Fig. 1.

171 Donde se ingresan los valores de las variables. Con PHP Simplex es una herramienta

172 online para resolver problemas de programación lineal. De uso libre y gratuito.



173

174

175

Figura 1. Se ingresan los coeficientes de las variables de la función objetivo, como de las restricciones.

Método Simplex

Operaciones intermedias (mostrar/ocultar detalles)

Tabla 4		50	25	20	30	0	0	0
Base	C _B	P ₀	P ₁	P ₂	P ₃	P ₄	P ₅	P ₆
P ₁	20	36	0	0	1	2/5	2/5	-1/5
P ₂	50	10	1	0	0	1/2	-1/8	1/10
P ₃	25	48	0	1	0	1/5	-1/20	0
Z		2420	0	0	0	8	1/2	1

Mostrar resultados como fracciones.

La solución óptima es Z = 2420
 X₁ = 10
 X₂ = 48
 X₃ = 36
 X₄ = 0

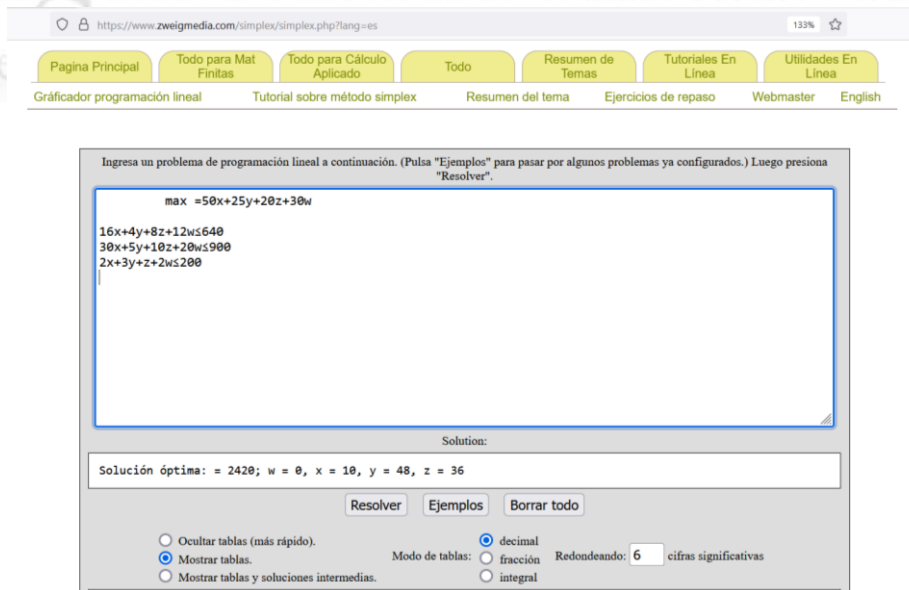
176

177

Figura 2. Se obtiene la solución después de la cuarta iteración.

178 La solución óptima para la función objetivo es $Z = 2420$ con $X_1 = 10$, $X_2 = 48$, $X_3 = 36$
 179 y $X_4 = 0$

180 Desarrollando el ejercicio con herramienta método simplex – Zweig Media. Como se
 181 puede observar en las Figs. (3-5), donde se muestra el ingreso del problema a
 182 optimizar y la generación de las iteraciones para llegar a la solución.



https://www.zweigmedia.com/simplex/simplex.php?lang=es

Página Principal Todo para Mat Finitas Todo para Cálculo Aplicado Todo Resumen de Temas Tutoriales En Línea Utilidades En Línea

Gráficoador programación lineal Tutorial sobre método simplex Resumen del tema Ejercicios de repaso Webmaster English

Ingresa un problema de programación lineal a continuación. (Pulsa "Ejemplos" para pasar por algunos problemas ya configurados.) Luego presiona "Resolver".

max = 50x+25y+20z+30w

16x+4y+8z+12w ≤ 640
 30x+5y+10z+20w ≤ 900
 2x+3y+z+2w ≤ 200

Solution:

Solución óptima: = 2420; w = 0, x = 10, y = 48, z = 36

Resolver Ejemplos Borrar todo

Ocultar tablas (más rápido). decimal
 Mostrar tablas. Modo de tablas: fracción Redondeando: 6 cifras significativas
 Mostrar tablas y soluciones intermedias. integral

183

184

Figura 3. Se ingresa el problema de programación lineal.

185

Tableau 1:

	w	x	y	z	s1	s2	s3	z	
s1	12	16	4	8	1	0	0	0	640
s2	20	30	5	10	0	1	0	0	900
s3	2	2	3	1	0	0	1	0	200
z	-30	-50	-25	-20	0	0	0	1	0

Tableau 2:

	w	x	y	z	s1	s2	s3	z	
s1	1.33333	0	1.33333	2.66667	1	-0.533333	0	0	160
x	0.666667	1	0.166667	0.333333	0	0.0333333	0	0	30
s3	0.666667	0	2.66667	0.333333	0	-0.0666667	1	0	140
z	3.33333	0	-16.6667	-3.33333	0	1.66667	0	1	1500

186

187

188

189

190

Figura 4. Se ilustra el número de iteraciones para llegar a la solución.

[Pagina Principal](#)
[Todo para Mat Finitas](#)
[Todo para Cálculo Aplicado](#)
[Todo](#)
[Resumen de Temas](#)
[Tutoriales En Línea](#)
[Utilidades En Línea](#)

[Gráficador programación lineal](#)
[Tutorial sobre método simplex](#)
[Resumen del tema](#)
[Ejercicios de repaso](#)
[Webmaster](#)
[English](#)

z	3.33333	0	-16.6667	-3.33333	0	1.66667	0	1	1500
---	---------	---	----------	----------	---	---------	---	---	------

Tableau 3:

	w	x	y	z	s1	s2	s3	z	
s1	1	0	0	2.5	1	-0.5	-0.5	0	90
x	0.625	1	0	0.3125	0	0.0375	-0.0625	0	21.25
y	0.25	0	1	0.125	0	-0.025	0.375	0	52.5
z	7.5	0	0	-1.25	0	1.25	6.25	1	2375

Tableau 4:

	w	x	y	z	s1	s2	s3	z	
z	0.4	0	0	1	0.4	-0.2	-0.2	0	36
x	0.5	1	0	0	-0.125	0.1	-2.98372e-16	0	10
y	0.2	0	1	0	-0.05	-9.71445e-17	0.4	0	48
z	8	0	0	0	0.5	1	6	1	2420

Última actualización: abril 2020
 Derechos de autor © 2020 Stefan Waner, Steven R. Costenoble

191

192

193

Figura 5. Continuación de las iteraciones para ilustrar la solución del problema de programación lineal.

194

195

196

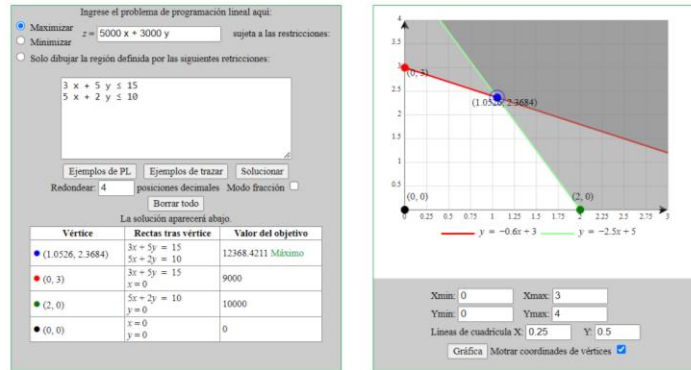
197

Existen varias alternativas para ilustrar la resolución de un ejercicio como se puede observar en la Fig. 6 de forma interactiva el punto de optimización bajo los diferentes vértices tras las intersecciones de las rectas y en cada uno realizando una valoración dentro de la región de factibilidad.

198

- Para solo dibujar una región definida por un conjunto de restricciones, deja en blanco el campo "z = y" y selecciona "Solo dibujar la región definida por las siguientes restricciones".
- Cuando está listo, simplemente pulsa "Solucionar". Los ajustes para la gráfica se calcularán automáticamente, y no es necesario hacer más.
- Nota: El conjunto solución (o región viable) será la parte de la gráfica dibujada en blanco (no sombreada).
- Para cambiar el aspecto de la gráfica, modifica los ajustes debajo de la gráfica y pulsa "Gráfica". Pulsando "Solucionar" otra vez restaurará los ajustes automáticos.
- La leyenda debajo de la gráfica muestra las ecuaciones de las rectas que acotan la región viable o las coordenadas de los vértices. Haz clic sobre la leyenda para cambiar del uno al otro.
- Para solucionar un problema de programación lineal con más de dos variables, usa la herramienta método simplex.

[No me gusta esta versión. Llévame a la versión anterior](#)



Descargo de responsabilidad: Esta página es concebida como una herramienta solo para aprender. El autor no acepta responsabilidad por inexactitudes o errores en los resultados.

Última actualización agosto 2013

199

200
201

Figura 6. La modelación grafica para obtener el óptimo dentro de la región de factibilidad.

202
203

4. Conclusiones

205

El modelado matemático es fundamental en la Investigación de Operaciones (IO), en algunos casos se puede obtener una solución mediante simples observaciones de forma visual que le permiten al estudiante comprender la parte analítica. Los conocimientos previos que se necesitan en los problemas de programación lineal con las herramientas que actualmente existen en línea permiten se logre un andamiaje de forma natural en el aprendizaje, en la resolución de problemas con las técnicas matemáticas incorporadas que conduzcan a la solución del modelo.

213

El uso de herramientas online de uso libre y gratuito para resolver problemas de programación lineal. De uso libre y gratuito es de utilidad intuitivo para modelar y resolver problemas de programación lineal bajo los enfoques de un graficador, así como el método simplex. El uso del software es flexible permitiendo la asimilación del algoritmo de cada uno de los procesos.

219

220

5. Índice de referencias

222

223

- Hillier y Lieberman. (1997), *Investigación de operaciones*, México: McGraw Hill

224

225

- Izquierdo, D. (2023). *PHPSimplex*. [En línea] Disponible en:

226

<http://www.phpsimplex.com/simplex/simplex.htm>

227

- 228 • Prawda, W. (1991). *Métodos y modelos de investigación de operaciones*, Vol.
229 1 Modelos determinísticos, México; Limusa.
- 230 • Stefan W. (2020). *Herramienta método simplex – Zweig Media*. [En línea]
231 Disponible en: <https://www.zweigmedia.com/simplex/simplex.php?lang=es>
- 232 • Taha, H. (2012). *Investigación de operaciones*, México: Prentice Hall.
233
234

MEMORIAS DEL
Congreso Internacional
Sobre la Enseñanza y Aplicación de las Matemáticas

FRIJOLARIUM EN OCTAVE, PARA LA ENSEÑANZA-APRENDIZAJE DE LA MODELACIÓN MATEMÁTICA DEL CRECIMIENTO E INTERACCIÓN POBLACIONAL

Armando Cervantes Sandoval^{1*}, Patricia Rivera García², Octavio López Ortiz³
¹Facultad de Estudios Superiores Zaragoza, UNAM

AP-POSM050

Resumen

Uno de los principales problemas en la enseñanza del uso de herramientas cuantitativas, específicamente sobre la modelación matemática de procesos ecológicos, es la poca disponibilidad de datos para trabajar sobre los diferentes modelos. Por lo que siguiendo el temario de la asignatura de Ecología Cuantitativa se desarrollaron pequeños programas en el software de uso libre octave, para generar datos acordes a los modelos de crecimiento poblacional del tipo: exponencial, logístico asintótico, logístico oscilatorio, logístico caótico y la interacción entre dos poblaciones, con énfasis en el modelo presa depredador, sustituyendo con esto el uso del frijolarium físico que se había venido utilizando durante más de cinco años en la impartición de este curso. Las rutinas generadas se complementaron con aquellas que permiten parametrizar los modelos de crecimiento exponencial, logístico asintótico y presa-depredador. La forma de compartir este código es mediante un edublog, desarrollado en WordPress, desde el cual se puede copiar y pegar para ejecutar el código en el entorno de octave. De esta manera, el curso de Ecología Cuantitativa se imparte primero utilizando el frijolarium en físico y después el blog desarrollado para tener acceso a los códigos de programación, aprovechando para analizar los supuestos ecológicos y matemáticos que le dan sustento a estos modelos. Posteriormente se aplica un cuestionario para evaluar la preferencia y facilidad de uso entre la versión física y la digital del frijolarium, encontrando que hay cierta preferencia de los estudiantes hacia la versión electrónica, con el inconveniente que lo usan como una caja negra, en la que entienden que momento hay que dar “clic” aunque no entiendan a detalle cómo funciona el código de programación. Como toda herramienta tecnológica su uso en el proceso de enseñanza-aprendizaje, depende de que el estudiante se responsabilice de su propio aprendizaje. Abriendo enormes posibilidades de manejar modelos más complejos.

Palabras clave: frijolarium, modelos, octave, ecología

1. Introducción

Uno de los principales problemas, en la carrera de Biología, para el estudio de la modelación matemática de procesos ecológicos, es la falta de datos para realizar ejercicios de parametrización, ya que la mayoría de los ejemplos de la literatura parten de valores dados de manera arbitraria a dichos parámetros. Mientras que la obtención de datos reales requiere infraestructura de laboratorio o de observaciones a largo

¹ Autor para la correspondencia. E-mail: arpacer@unam.mx

40 plazo. Por lo que una estrategia era generar datos a partir de una herramienta lúdica
41 conocida como *frijolarium*, que se basa en considerar a los frijoles como individuos de
42 una población y que bajo ciertas reglas “produce” datos que se apegan a un
43 crecimiento exponencial, crecimiento logístico o al desarrollo de dos poblaciones en
44 interacción acordes al modelo presa-depredador. Esta herramienta lúdica tiene ciertas
45 restricciones de manejo cuando la población alcanza tamaños muy grandes, sobre
46 todo en el modelo de crecimiento exponencial. Por lo que se está desarrollando una
47 propuesta de versión digital programada en el software de uso libre, octave, que desde
48 el enfoque del uso de las TIC en la educación acerque el *frijolarium* a solo un clic. Para
49 quienes estén interesados en estos temas y en particular para los estudiantes del curso
50 de ecología cuantitativa que se imparte en la carrera de Biología en la FES Zaragoza.

51

52 **1.1. Frijolarium**

53

54 El *frijolarium* es una herramienta lúdica con la que se puede simular algunos tipos de
55 crecimiento e interacción poblacional. Físicamente consiste en un tablero de ajedrez
56 con ocho filas y ocho columnas, para un total de sesenta y cuatro cuadros o casillas
57 las cual pueden ser de color blanco o negro y frijoles que representan a los organismos
58 (Soberon, 2002). Fue popularizado por el ecólogo Luis Bojórquez y aunque es una
59 herramienta que se puede llegar a considerar como antigua, logró demostrar su utilidad
60 para la generación de datos, siempre y cuando los pasos o reglas se sigan de manera
61 correcta, en la práctica permite que el usuario desarrolle habilidades para la
62 generación y selección de datos (Martinez-Reyes, 2021).

63

64 **1.2. Octave**

65

66 Octave es un lenguaje de alto nivel estructurado originalmente para realizar cálculos
67 numéricos en la computadora. Cuenta con una interfase de línea de comando desde
68 donde se pueden resolver problemas lineales y no lineales, así como un lenguaje de
69 programación similar a su contraparte comercial MATLAB. Permite abordar una gran
70 cantidad de problemas en el área de la ciencia y la ingeniería, realizando cálculo nu-
71 mérico, estadística y otros experimentos numéricos. Al ser octave un software de uso
72 libre es accesible para una mayor cantidad de usuarios, siendo de fácil acceso para el
73 usuario (Ascheri & Pizarro, 2007)

74

75 Octave basa su funcionamiento en el uso de scripts y funciones de usuario para la
76 simulación de ecuaciones, siendo los scripts archivos que se ejecutan línea a línea y
77 que pueden llamar a funciones de GNU Octave o funciones definidas por el usuario
(Gómez, 2006).

78

79 **1.3. TIC**

80

81 Los avances tecnológicos y de información, en el contexto de las tecnologías de la
información y comunicación en la educación (TIC), han promovido el uso cotidiano de
estas herramientas en el proceso de enseñanza-aprendizaje, por lo que resulta casi

82 indispensable en la formación profesional actual. Su incorporación en el contexto
83 educativo tiene un auge significativo en el siglo XXI “(Deroncele-Acosta, *et al* 2021).

84 Por lo que la implementación de las TIC en la educación superior es indispensable, ya
85 que permite consolidar una disciplina organizativa sobre las actividades que se deben
86 desarrollar a lo largo de una formación académica, además de promover el trabajo
87 colaborativo y con claros beneficios para el docente y para el estudiante (Feliciano &
88 Cuevas, 2021).

89 En cuanto al uso de las TIC en cursos que involucren a las matemáticas, estas contri-
90 buyen a la creación de escenarios casi reales, puesto que ofrecen capacidades pode-
91 rosas para la computación, la construcción y la representación visual, haciendo que
92 los estudiantes puedan acceder a contenidos y contextos matemáticos que, de otra
93 forma, serían muy complejos de explorar (Stein et al., 2020, citado en Conde & Padilla,
94 2020).

95 Dado que las simulaciones, para la generación de datos, del *frijolarium* físico haciendo
96 uso del tablero y frijoles pueden llevar demasiado tiempo, sobre todo para dos
97 especies o en altas densidades de población, resulta más atractivo el uso de un
98 conjunto de programas o script’s que permitan considerar una mayor cantidad de
99 organismos y de repeticiones. Por lo que se plantea: Desarrollar un conjunto de script’s
100 en Octave como una alternativa digital del *frijolarium*, herramienta para generar datos
101 que permitan entender procesos ecológicos básicos y avanzar en el estudio de
102 procesos ecológicos más complejos.

103

104 **2. Metodología o desarrollo**

105

106 Los modelos básicos que se trabajaron son:

- 107 ● Crecimiento Exponencial
- 108 ● Crecimiento Logístico
- 109 ● Interacción Presa-Depredador

110

111 **2.1. Modelo exponencial**

112

113 Se siguieron las reglas del *frijolarium*, las cuales son:

- 114 1. Lanzar un número N_0 de frijoles
- 115 2. Si los frijoles caen en casillas impares, mueren.
- 116 3. Si los frijoles caen en casillas pares, se multiplican por 3 (tasa de reproducción),
117 en el programa $f=3$.

118

119 En Octave, el tablero de ajedrez se representó mediante un vector de zeros de tamaño
120 64, el tiempo o número de repeticiones que se usaron en el experimento fue de $t=10$,

121 el tamaño poblacional inicial fue de $n=100$. Aunque los valores de t , f y n pueden ser
122 modificados por el usuario.

123

124 **2.2. Modelo logístico asintótico**

125

- 126 1. Lanzar un número N_0 de frijoles
- 127 2. En los cuadros con un número de frijoles igual o menor a la capacidad de carga
128 “ k ”, los frijoles se reproducen multiplicándose por una tasa fija “ r ”.
- 129 3. Los cuadros con más frijoles que la capacidad de carga “ k ”, aportan una canti-
130 dad de nuevos individuos que es constante e igual a “ k ”.

131

132 **2.3. Modelo logístico oscilatorio**

133

- 134 1. Los cuadros con frijoles menores a la capacidad de carga “ k ” se reproducen
135 multiplicándose por una tasa fija “ r ”.
- 136 2. Los cuadros con cantidad de frijoles igual a la capacidad de carga “ k ”, solamente
137 sobreviven.
- 138 3. Los frijoles en los demás cuadros (con cantidad mayor a la capacidad de carga)
139 se descartan.

140

141 **2.4. Modelo Presa-depredador**

142

143 Se siguieron las reglas del *frijolarium* en donde se supone que una de las especies de
144 frijoles necesita alimentarse de la otra para reproducirse.

- 145 1. Los cuadros que contienen sólo frijoles presa se contabilizan de acuerdo con las
146 reglas del crecimiento logístico oscilatorio.
- 147 2. En los cuadros con un solo frijol depredador, éste sobrevive. Si en el cuadro hay
148 más de un frijol depredador y no hay presas, todos los depredadores se descartan.
- 149 3. En los cuadros en que haya más presas que depredadores, todas las presas se
150 descartan y todos los depredadores se reproducen de acuerdo con una tasa constante
151 (en el ejemplo $F_2=3$).
- 152 4. En los cuadros donde haya más depredadores que presas, todas las presas se
153 descartan y solamente se reproduce un depredador por cada presa que haya estado
154 en el cuadro. El resto de los depredadores se descarta.

155 Estas reglas producen una dinámica oscilatoria típica de las interacciones depredador-
156 presa.

157

158 **2.5. Modelos en Octave**

159

160 Generar el código de programación, script's, en Octave que permitan generar el
161 tablero y cumplir con las reglas anteriores, tanto para generar datos acorde a un
162 modelo como para la parametrización de cada uno de ellos.

163

164

165

166 3.6. Edublog

167

168 Se desarrolló un edublog, en *WordPress*, para “subir” los scripts desarrollados. Donde
169 se presenta una breve descripción del crecimiento o interacción tratada, junto a su
170 respectiva rutina de programación.

171 Las rutinas del *frijolarium* se utilizan en el curso de ecología cuantitativa revisándolas
172 después de abordar el *frijolarium* físico en el salón de clase. De donde deben copiar
173 y pegar las rutinas a un script de GNU Octave, en Octave Online o en la aplicación
174 ANOC, para poder ejecutarlas.

175 Después se aplicó un cuestionario para medir las preferencias de uso entre el
176 *frijolarium* físico o la versión digital propuesta.

177

178

179 3. Resultados y análisis

180

181 Se trabajó con el *frijolarium* físico como herramienta lúdica en el salón de clases,
182 durante la impartición del curso de ecología cuantitativa.

183

184

185

186

187

188

189

190

191

192

193

194

195

196

197

198

199

200

201

202

203

204

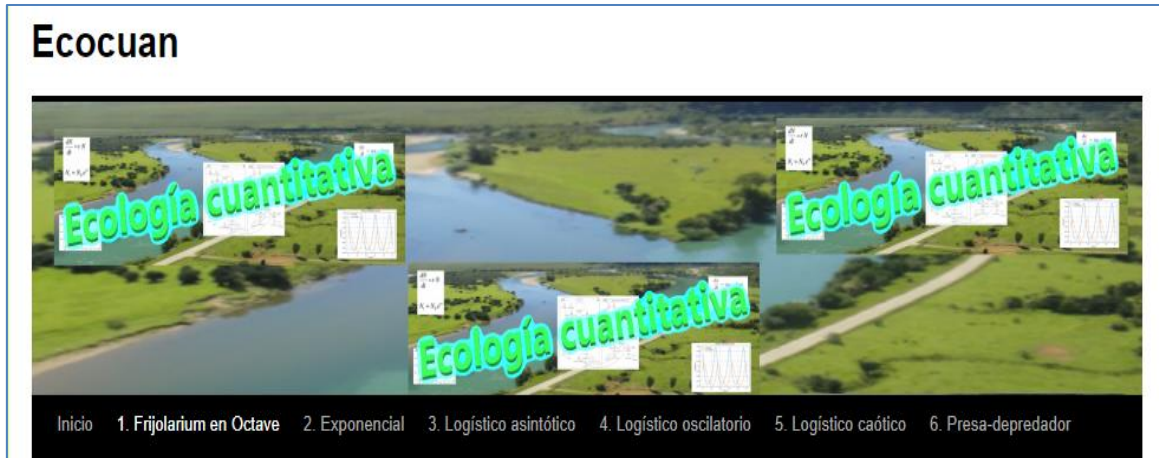


Figura 1. Alumnos trabajando con el *frijolarium*

205 La versión digital se difunde con los usuarios mediante el edublog Ecocuan, el cual se
206 encuentra en:

207

<https://blogceta.zaragoza.unam.mx/ecocuan/>



208

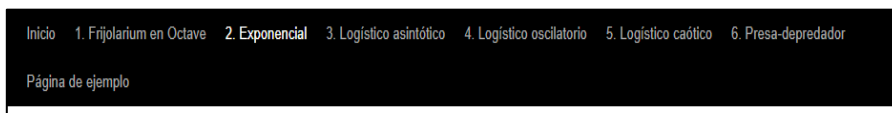
209

Figura 2. Pantalla de presentación del edublog Ecocuan

210

211 Desde el menú se puede acceder a las explicaciones y a cada uno de los scripts de
 212 Octave.

213



214

215

2. Exponencial

```
t=10;
f=3;
n=20;
tp=(0:t-1);
Nt=zeros(t,1);
for j=1:t
    Nt(j)=n;
endfor
Nt;
tablero=zeros(64,1);
for i=1:n
    x=randi(64);
    tablero(x)=tablero(x)+1;
endfor
```

216

217

218

219

220

221



222

Figura 3. Presentación del *frijolarium* y scripts

223

224
225
226
227
228
229
230
231
232
233
234
235
236
237
238

```

Inicio 1. Frijolarium en Octave 2. Exponencial 3. Logístico asintótico 4. Logístico oscilatorio 5. Logístico caótico 6. Presa-depredador
Página de ejemplo

3. Logístico asintótico
printf("Logístico asintotico\n");
n=5;
k=2;
t=20;
x=zeros(64,1);
tp=(0:t-1);
Nt=zeros(t,1);
for j=1:t
    Nt(j)=n;
    Nt;
    tablero=zeros(64,1);
    for i=1:n
        x=randi(64);
        tablero(x)=tablero(x)+1;
    endfor
endfor

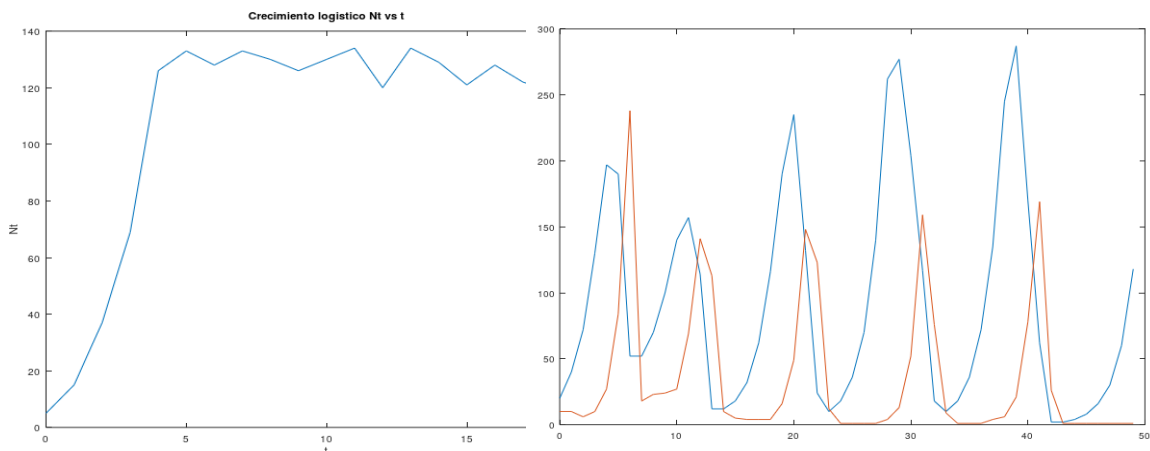
6. Presa-depredador
printf("Presa-depredador\n");
n=20;
m=10;
k=10;
t=50;
tp=(0:t-1);
Nt=zeros(t,1);
Nt2=zeros(t,1);
rd=3;
rp=2;

for j=1:t
    Nt(j)=n;
    Nt2(j)=m;
    Nt;
    tablero=zeros(64,1);
    for i=1:n
        x=randi(64);
        tablero(x)=tablero(x)+1;
    endfor
endfor
  
```

239
240
241

Figura 4. Scripts del modelo logístico y presa-depredador

243
244
245
246
247
248
249
250



251

Figura 5. Scripts del modelo logístico y presa-depredador

3.1. Análisis

253 Las revisiones bibliográficas, en papel y en digital, muestran los valores de los
 254 parámetros de los modelos, pero sin establecer las rutinas del cómo se obtuvieron.
 255 Mientras que en el curso de ecología cuantitativa es necesario aprender a calcular los
 256 parámetros a partir de un conjunto de pares ordenados de datos de tiempo y sus
 257 correspondientes tamaños poblacionales. Una forma de obtenerlos es trabajar con
 258 datos reales, lo que requiere trabajo de laboratorio u observaciones de campo a largo

259 plazo. El *frijolarium* ha mostrado y confirmado su utilidad como herramienta para
260 generar los datos y practicar la parametrización.

261 La utilidad del *frijolarium* es que muestra la forma de ir generando datos y hacer una
262 analogía, en cada “lanzada” de frijoles o tiempo con las situaciones reales en las cuales
263 se pueden aplicar los supuestos que le dan sustento matemático y ecológico a cada
264 uno de los modelos. Por ejemplo, en físico se puede percibir el concepto de crecimiento
265 indefinido cuando los frijoles ya no caben en la mano de quien está trabajando o
266 cuando el espacio del tablero se hace insuficiente. Esto cambia la rutina de trabajo en
267 el aula y promueve el trabajo colaborativo.

268 La importancia de desarrollar una versión digital es que actualmente los estudiantes
269 están más acostumbrados al manejo de los recursos tecnológicos, además de que no
270 requiere actividad manual para la elaboración y manejo de la herramienta lúdica. Con
271 la ventaja de que puede consultarlo a cualquier hora y desde cualquier lugar donde
272 tenga una conexión a Internet.

273 Se puede y se debe aprovechar el código para iniciar a los alumnos en el proceso de
274 programación, ya que se puede ir revisando cada instrucción o bloque de instrucciones
275 resaltando la semejanza o analogía con la actividad física previa.

276 El edublog desarrollado permite compartir el código con el usuario, pero es importante
277 que la información que lo acompaña promueva que en cada paso el alumno sepa que
278 está haciendo y para qué. Que no se utilice como una caja negra donde solo se den
279 clic, de manera que se le dé prioridad a entender los pasos y no solo al resultado.
280 Siendo está una responsabilidad del profesor que lo utilice en sus cursos.

281 La evaluación del material ha mostrado su aceptación, por parte de los usuarios, pero
282 también se debe revisar la calidad de la información y la usabilidad del mismo,
283 aspectos sobre los cuales se sigue trabajando.

284

285 **4. Conclusiones**

286

287 Es importante que se trabajen conjuntamente la versión física y digital del *frijolarium*,
288 para aprovechar la revisión del código y hacer analogías entre ellos y resaltar el
289 cumplimiento de los supuestos matemáticos y ecológicos de los datos, aprovechando
290 las enormes ventajas del uso de las TIC en el proceso de enseñanza-aprendizaje de
291 la modelación matemática de procesos ecológicos.

292 Evitar hasta donde sea posible, que la versión digital se utilice como una caja negra,
293 promoviendo en el usuario la toma de decisiones para considerar la pertinencia de dar
294 un clic o no darlo.

295 Si bien es cierto que en el uso de cualquier recurso tecnológico el estudiante se debe
296 responsabilizar de su propio aprendizaje, también es un hecho que el profesor debe

297 hacerse corresponsable de promover esta actitud. Sobre todo cuando, como en este
298 caso, hay una clara tendencia del alumno hacia el uso de la versión digital.

299

300 **Agradecimientos**

301 Al programa PAPIME, por su apoyo al proyecto PE206022

302

303 **5. Índice de referencias**

304

305 - Ascheri, M. E.; Pizarro, R. A. (2007). “Propuesta sobre la enseñanza del lenguaje
306 Octave”. In *II Congreso de Tecnología en Educación y en Tecnología*.

307 - Conde-Carmona, R. J.; Padilla, I. A. (2020). “Uso y formación en TIC en profesores
308 de matemáticas: un análisis cualitativo”. *Revista Virtual Universidad Católica del Norte*,
309 60, 116-136.

310 - Deroncele-Acosta, Á.; Medina-Zuta, P.; Goñi-Cruz, F. F.; Román-Cao, E. Montes-
311 Castillo, M. M.; Gallegos-Santiago, E. (2021). “Innovación Educativa con TIC en
312 Universidades Latinoamericanas: Estudio Multi-País”. *REICE. Ibero-American Journal*
313 *on Quality, Effectiveness & Change in Education/REICE. Revista Iberoamericana*
314 *Sobre Calidad, Eficacia y Cambio en Educación*, 19(4).

315 - Feliciano-Morales, A.; Cuevas-Valencia, R. E. (2021). Uso de las TIC en el aprendi-
316 zaje de las matemáticas en el nivel superior. *RIDE. Revista Iberoamericana para la*
317 *Investigación y el Desarrollo Educativo*, 12(23).

318 - Gómez, B. A. M. R. (2006). *Uso de GNU Octave para simulación de Sistemas no*
319 *Lineales* (Doctoral dissertation, Universidad de los Andes).

320 - Martínez-Reyes, L.N. (2021). *Entorno virtual de modelación matemática utilizando el*
321 *frijolarium, como una propuesta de aplicación de las tics en la enseñanza de la ecología*
322 *cuantitativa*. Tesis de Licenciatura, UNAM.

323 - Soberón, J. (2002) *Ecología de poblaciones*. México. Fondo de Cultura Económica.
324 pp. 145-146.

COMPARACIÓN DEL CAMBIO DE FRECUENCIA EN UN ALAMBRE SUJETO A CARGA AXIAL

Elías de Jesús Cruz García¹ *, L. A. Flores Herrera¹, P. A. Tamayo Meza¹

¹Instituto Politécnico Nacional, Sección de Estudios de Posgrado e Investigación, Escuela Superior de Ingeniería Mecánica y Eléctrica Unidad Azcapotzalco.

AP-POSM051

Resumen

En este trabajo se presenta una comparación de los valores de frecuencia en un alambre recto que soporta un conjunto de cargas axiales. Se parte de una geometría circular del alambre con 1 metro de largo y 5 diámetros distintos de 1 a 5 mm. La condición de frontera considera que el alambre se encuentra restringido de su movimiento en ambos extremos. En este punto inicial, el alambre tiene una frecuencia natural que depende de la rigidez del material, en este caso se emplea acero. Al aplicar una carga axial que se incrementa de manera escalonada, el valor de esa frecuencia se incrementará notablemente. Esta investigación se realizó empleando el programa de análisis de elemento finito computacional ANSYS® versión R2023. Como resultado se presentan las curvas del comportamiento de estas condiciones de análisis, los resultados permiten relacionar los valores encontrados con respecto a los que se calculan analíticamente. Estas diferencias son útiles para comprender el fenómeno y ampliar los criterios de diseño aplicados en distintas estructuras mecánicas o en el desarrollo de prototipos mecánicos.

Palabras clave: Vibraciones, análisis modal, frecuencia natural, rigidez, precarga, respuesta modal.

1. Introducción

Se puede identificar al fenómeno de las vibraciones naturales como una propiedad de los cuerpos físicos en los que las energías cinéticas y potenciales dentro de él se mantienen en un estado de equilibrio. Se pueden identificar de forma básica como vibraciones libres, debidas a la naturaleza física del cuerpo o de la estructura, o como vibraciones forzadas. Las vibraciones forzadas son generadas por fuerzas externas al cuerpo y que actúan principalmente de forma fluctuante u oscilatoria (Schmitz & Smith, 2020).

Una forma de analizar las vibraciones se basa en dividir el componente en partes más pequeñas. A este componente se le puede identificar como continuo, por esta razón en muchas ocasiones a esta división se le conoce como división del continuo, también es conocida como discretización (Banakh & Kempner, 2009). El dividir el continuo en un número más pequeño de partes es una técnica básica para el análisis. A esas partes más pequeñas también se les conoce como elementos del continuo. El método de elemento finito debe su nombre precisamente a esta técnica de dividir el continuo en un número finito o limitado de segmentos o elementos. Cada uno de estos elementos contendrá las propiedades mecánicas del material del que está compuesto el cuerpo. Además de esto, cada elemento se ubicará con respecto a un espacio Euclidiano el cual servirá como referencia. Se suele asignar entonces un grado de libertad al menos a cada elemento. El grado de libertad permite determinar la

47 coordenada de posición inicial del elemento y posteriormente servirá para identificar
48 los desplazamientos del elemento. El desplazamiento estará directamente relacionado
49 con la Ley de Hooke, es decir, será proporcional a la carga aplicada (Szeidl & Kiss,
50 2020).

51 El elemento puede tener varios grados de libertad dependiendo del alcance que se
52 desea tener en el análisis. Por ejemplo, se puede asignar 3 grados de libertad al
53 elemento para describir su comportamiento en los tres ejes del espacio Euclidiano
54 aumentando la complejidad del análisis. La Ley de Hooke entonces se aplica para cada
55 grado de libertad y su interacción con los otros elementos (Henriques, Gonçalves,
56 Sousa, & Camotim, 2023).

57 En términos prácticos se puede mencionar que el estudio de las vibraciones en las
58 vigas puede ayudar a identificar su comportamiento bajo condiciones de carga en su
59 uso cotidiano, pero también es importante su conocimiento para identificar cuando
60 éstas presentan algún tipo de daño. El comportamiento de las vibraciones de las vigas
61 es sensible a los cambios estructurales de tal forma que estos cambios pueden dar
62 indicios de la presencia de fracturas, golpes, agregados de material o deformaciones
63 que pueden representar un riesgo para su integridad estructural (Stoykov & Manoach,
64 2023).

65 En este trabajo se considera un alambre como un elemento simplificado de una viga
66 para mostrar el efecto del cambio de vibración que se produce debido a una carga
67 aplicada como en el caso de la cuerda de la guitarra. El estudio permite observar la
68 magnitud de este cambio para ayudar a comprender las características de este
69 fenómeno físico y esto permitirá al lector proyectar este conocimiento a su campo
70 particular de estudio.

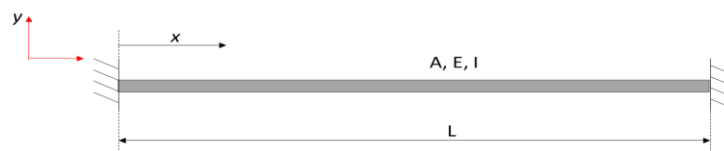
71

72 **2. Metodología o desarrollo**

73

74 **2.1 Condiciones de frontera**

75 En la primera condición de frontera, se considera que el alambre estará sujeto a una
76 restricción en uno de sus extremos de tal forma que no se permiten desplazamientos
77 en los ejes X , Y y Z . Tampoco se permiten rotaciones a lo largo de los ejes
78 mencionados. La figura 1 muestra un diagrama con la ubicación de esta primera
79 condición.



80

81

82

83

Figura 1. Condición de frontera para el caso inicial

84 Puede verse en la figura 1 que el alambre estará físicamente identificado por las
85 literales que representan su longitud (L), el área de sección transversal (A), el módulo
86 de Young (E) y el momento de inercia (I). En la tabla 1 se presentan las propiedades
87 del material considerado para el análisis, que en este caso corresponde al Acero A36.

88

89

Tabla 1. Propiedades de material empleado

Propiedad	Valor
Densidad	7850 kg/m ³
Módulo de Young	200 GPa
Relación de Poisson	0.3
Límite de cedencia	250 MPa

90 **2.2 Aproximación en condición de vibraciones libres**

91 En este caso se considera que los desplazamientos transversales del alambre se
 92 presentarán a lo largo del eje Y, serán identificados por la función $\omega(t)$. Debido a que
 93 ambos extremos se encuentran fijos, se puede entonces indicar que para el extremo
 94 en $x=0$, esta condición puede expresarse como:

Ecuación 1. $\omega(x = 0, t) = 0; \frac{\partial \omega}{\partial x}(x = 0, t) = 0$

95

96 Para el extremo opuesto en el que $x=L$ se puede mencionar que:

Ecuación 2. $\omega(x = L, t) = 0; \frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2}(x = L, t) = 0$

97 Para $0 \leq x \leq L$.

98 Por otro lado, los desplazamientos transversales pueden expresarse de forma que:

Ecuación 3. $\omega(x, t = 0) = \omega(x); \frac{\partial \omega}{\partial x}(x, t = 0) = \dot{\omega}(x)$

99

100 La frecuencia transversal puede entonces expresarse considerando el teorema de
 101 Euler Bernoulli expresado como se describe en (Rao, 2007):

Ecuación 4. $EI \frac{\partial^4 \omega}{\partial x^4}(x, t) + \rho A \frac{\partial^2 \omega}{\partial t^2}(x, t) = f(x, t)$

102

103 En este caso el primer término de la ecuación corresponde a la energía potencial de
 104 la viga y el segundo término a la energía cinética. El promedio de ambas energías se
 105 encuentra en equilibrio. A partir de esta condición, se puede llegar a calcular para la
 106 primera frecuencia.

Ecuación 5. $\omega = \left(\frac{3\pi}{2}\right) \sqrt{\frac{EI}{\rho AL^4}}$

107

108 **2.3 Aproximación en vibraciones forzadas**

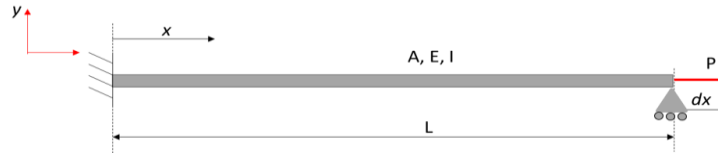
109 En la segunda condición de frontera se considera que el alambre se encuentra fijo en
 110 uno de sus extremos y en el extremo opuesto se encuentra un apoyo de rodillos para
 111 permitir la deformación axial y se aplica una carga axial con las magnitudes que se
 112 indican en la tabla 2.

113

Tabla 2. Valores de cargas aplicadas de forma axial.

No. de carga	Valor (N)
1	100
2	200
3	300
4	400
5	500

114 La figura 2 muestra un diagrama de la condición de carga aplicada a la varilla. Es
 115 importante identificar que la carga axial puede generar un alargamiento con respecto
 116 a la longitud original de la varilla.
 117



118 **Figura 2. Condición de carga axial aplicada.**

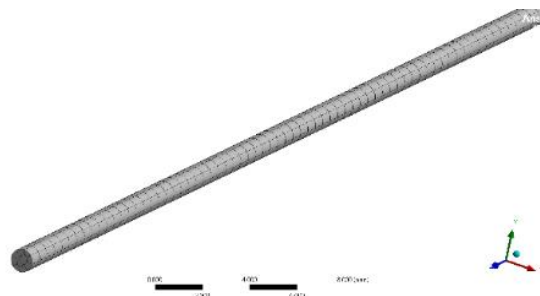
119
 120 La carga axial en este caso puede expresarse en función el trabajo realizado por esa
 121 carga de forma:

$$\text{Ecuación 6. } W = \int_0^L f(x, t) \omega(x, t) dx$$

122

123 2.3 Simulación numérica

124 El modelado comienza con la geometría CAD del alambre la cual es transformada
 125 posteriormente en un modelo numérico compuesto por un número finito de nodos y
 126 elementos. La simulación fue realizada empleando el programa de Elemento Finito
 127 computarizado ANSYS® 2023 R1. Se identifican 3 etapas para la realización de la
 128 simulación. En la primera etapa se calculan las frecuencias naturales de los primeros
 129 modos de vibración de los alambres. Se considera que estos valores se obtienen en
 130 condiciones de libre desplazamiento del alambre. En una segunda etapa, se aplica la
 131 carga axial. Esta etapa genera una tensión sobre el alambre lo que incrementa su
 132 energía potencial. Se solicita al programa mantener el efecto de esta carga para la
 133 realización de la tercera etapa. La tercera etapa consiste en obtener de nuevo las
 134 frecuencias naturales de los primeros modos de vibración de los alambres. Se espera
 135 que la energía potencial mantenida durante el cálculo afecte directamente el valor de
 136 la frecuencia. La figura 3 muestra el modelo de elementos finitos de la varilla.



137 **Figura 3. Modelo numérico de la varilla.**

138

139

140

140 3. Resultados y análisis

141

141 3.1 Etapa 1

142

142 Como primera etapa, se calculó la primera frecuencia natural de cada una de las
 143 varillas sin carga, en un módulo de Análisis modal independiente.

144

144 En la figura 4, se puede apreciar que el cambio en la frecuencia natural en función del
 145 diámetro del alambre tiene un comportamiento lineal.

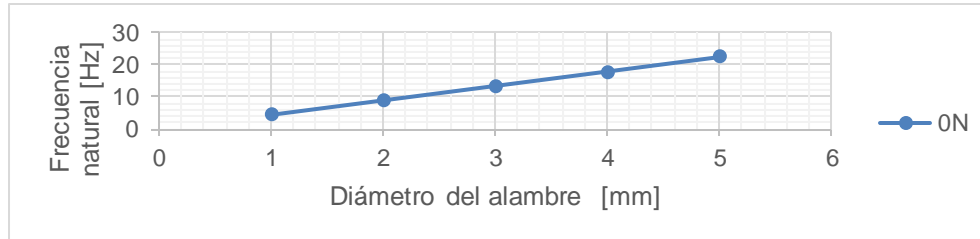


Figura 4. Valor de la frecuencia en función del diámetro

146
147
148
149
150
151
152
153
154
155
156

3.2 Etapa 2

La segunda etapa consistió en realizar las simulaciones con la carga axial aplicada al alambre, realizar la iteración de las distintas cargas aplicadas para cada caso y posteriormente realizar el análisis modal con las condiciones de pre-esfuerzo almacenado en el alambre. En la figura 5, se muestra el comportamiento del incremento del esfuerzo en función de la carga aplicada a cada alambre. En este caso se ha observado una tendencia lineal, pero el comportamiento de la frecuencia ya no mantiene esa linealidad.

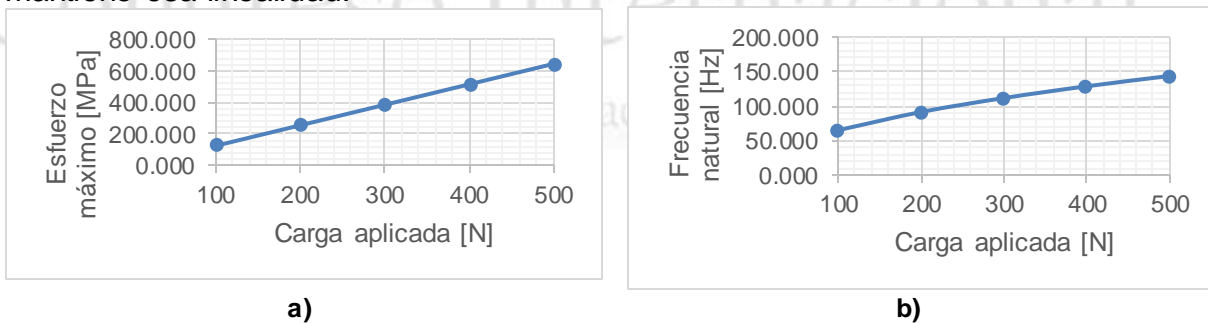


Figura 5. En a) Esfuerzos máximos en función de la carga aplicada y en b) el incremento de la frecuencia obtenida en el alambre de 1mm.

157
158
159
160
161
162
163
164
165
166
167
168
169
170
171

Esta característica de respuesta lineal en el esfuerzo y no lineal en la frecuencia se obtuvo también para los alambres de 2, 3, 4 y 5mm.

En la figura 6a), se muestra un acercamiento de la vista isométrica del alambre, se observa una distribución de los contornos de colores correspondientes a las magnitudes de los esfuerzos generados por la carga axial. Se observa una uniformidad del esfuerzo distribuido en gran parte del cuerpo del alambre, excepto en la zona cercana al empotramiento en la que se tienden a concentrar los esfuerzos causados por la mencionada condición de frontera. En la figura 6b), se muestra la distribución vectorial de la deformación modal del alambre. Se observa que corresponde totalmente al primer modo de vibración de una viga apoyada en sus extremos con un pandeo máximo en el centro. Las mismas tendencias se observan para cada caso.

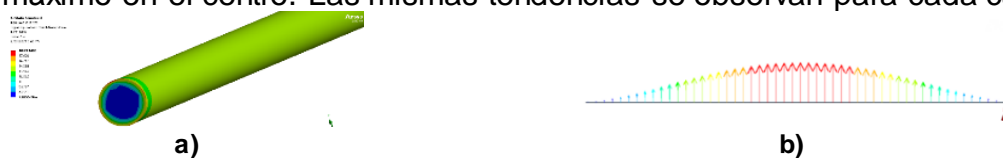
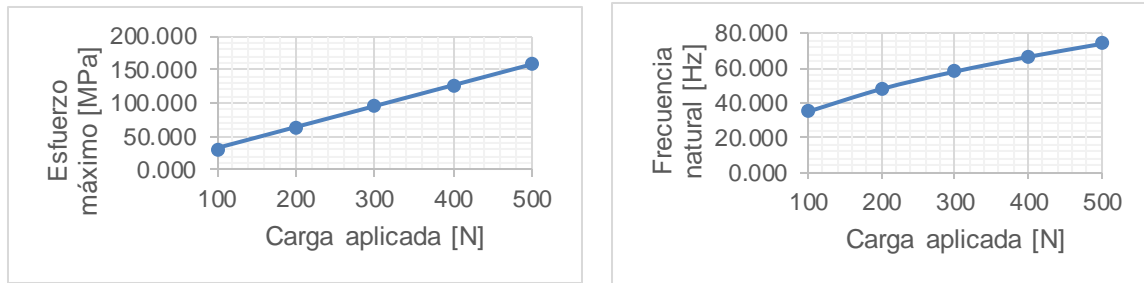


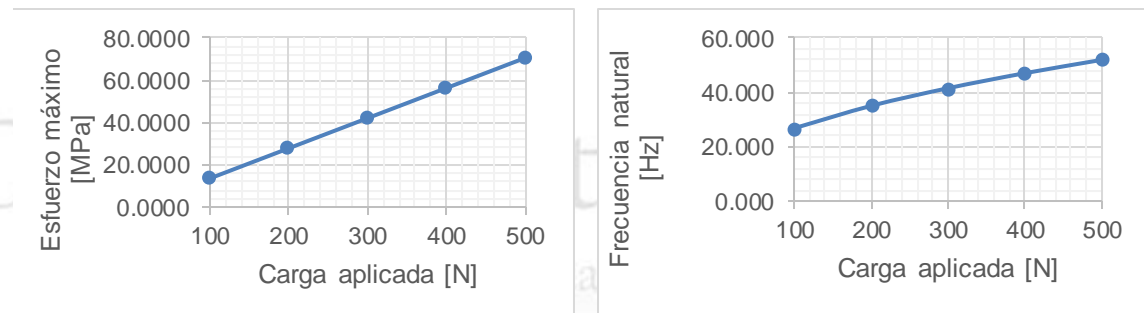
Figura 6. En a) Comportamiento del alambre en los esfuerzos en la sección transversal del alambre y en b) distribución vectorial de la deformación modal.

172
173



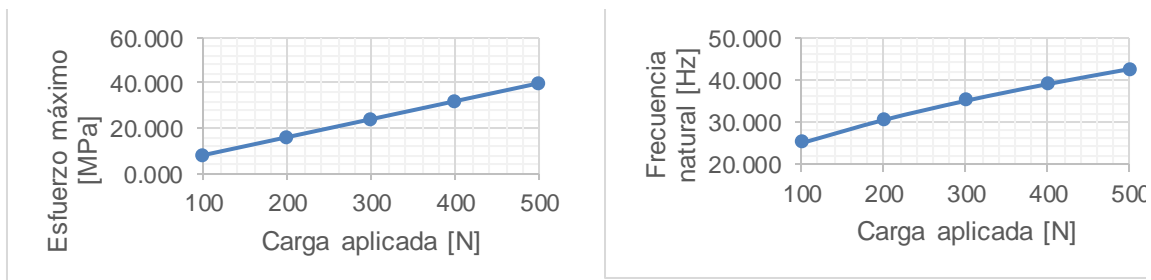
a) b)

174 **Figura 7. En a) Esfuerzos máximos en función de la carga aplicada y en b) el Incremento de la**
 175 **frecuencia obtenida en el alambre de 2mm.**
 176



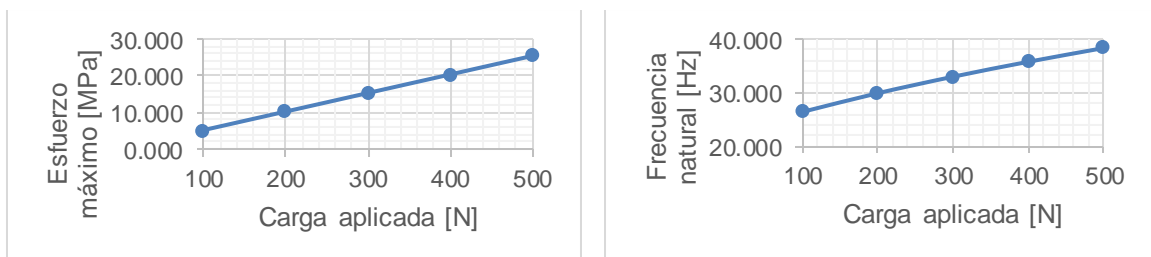
a) b)

177 **Figura 8. En a) Esfuerzos máximos en función de la carga aplicada y en b) el Incremento de la**
 178 **frecuencia obtenida en el alambre de 3mm.**
 179



a) b)

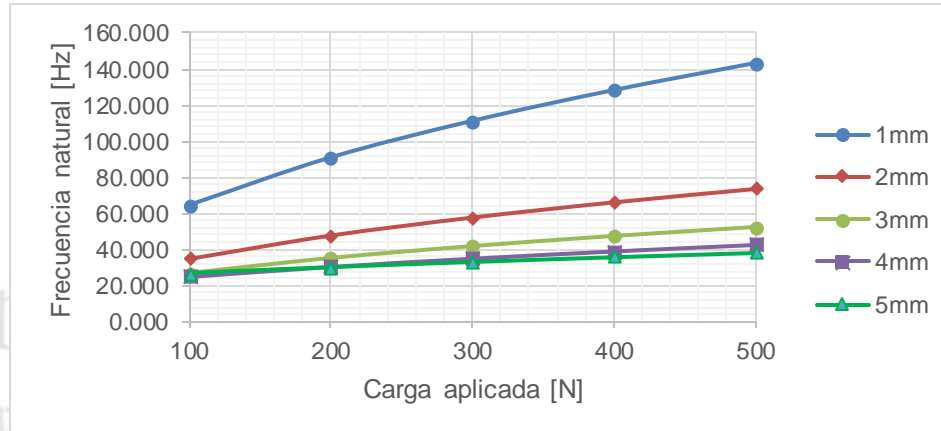
180 **Figura 9. En a) Esfuerzos máximos en función de la carga aplicada y en b) el Incremento de la**
 181 **frecuencia obtenida en el alambre de 4mm.**
 182



a) b)

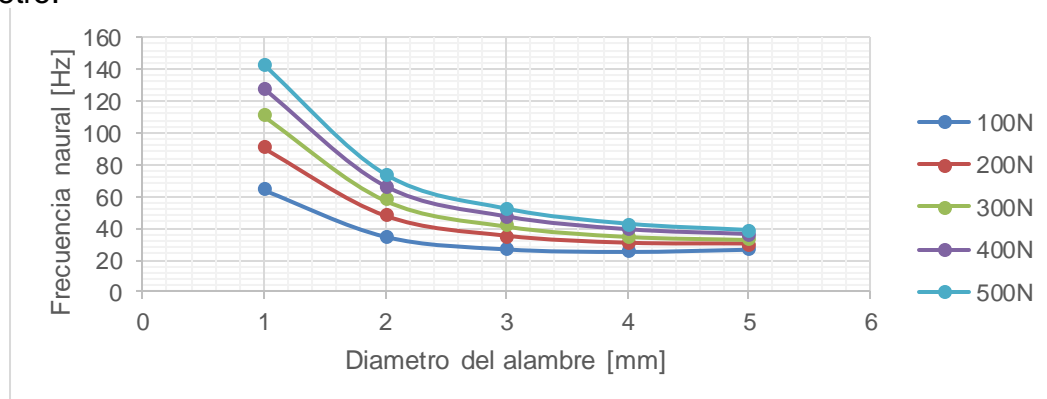
183 **Figura 10. En a) Esfuerzos máximos en función de la carga aplicada y en b) el Incremento de la**
 184 **frecuencia obtenida en el alambre de 5mm.**
 185

186 En la figura 11 se muestra una gráfica que ayuda a comparar el cambio de frecuencia
 187 que se presenta en cada alambre en función de la carga aplicada. Puede verse que el
 188 incremento en el diámetro tiene una influencia importante en el comportamiento de la
 189 frecuencia. La separación entre el diámetro de 1 a 2 milímetros es mucho mayor que
 190 la diferencia entre los alambres de 4 a 5mm. Este fenómeno también se ve afectado
 191 por el incremento importante la masa con respecto a la rigidez del material ya que la
 192 deformación al centro del alambre puede tener una mayor o menor amplitud
 193 dependiendo de estas características dimensionales.



194 **Figura 11. Comparación del cambio en la frecuencia del alambre en función de la carga**
 195 **aplicada.**
 196
 197

198 En la figura 12, se muestra una gráfica que compara el valor de la frecuencia en función
 199 del diámetro del alambre para cada valor de carga aplicada, se observa de igual forma
 200 que los valores de las frecuencias se aproximan a medida que se incrementa el
 201 diámetro.



202 **Figura 12. Comparación del cambio de frecuencia en el alambre en función del diámetro.**
 203
 204

205 4. Conclusiones

206
 207 En este trabajo se ha mostrado un conjunto de observaciones obtenidas a partir del
 208 análisis del comportamiento modal de un alambre fijo en sus extremos. Se han
 209 obtenido resultados que indican que la frecuencia natural del alambre tiende a

210 aumentar a medida que se aplica la carga axial. Esto está relacionado con el
211 acumulamiento de la energía de deformación causada al aplicar la carga. También se
212 observó que, al incrementar el diámetro del alambre, la diferencia entre los valores de
213 las frecuencias tiende a aproximarse. Puede decirse que hay un efecto importante en
214 la respuesta modal del continuo que es causado en mayor medida por el cambio en la
215 geometría de la varilla. Es decir, al incrementarse el valor del área de sección
216 transversal, disminuye el valor de la frecuencia. Estos resultados son útiles para
217 mostrar la importancia de las geometrías en vibraciones de elementos estructurales
218 empleados en distintos escenarios mecánicos como pueden ser elementos de
219 máquinas o construcciones arquitectónicas sujetas a cargas cíclicas o sismos.

220

221 **Agradecimientos**

222

223 El primer autor agradece el apoyo al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología
224 (CONACYT) por la beca otorgada para cursar la Maestría en Ingeniería de
225 Manufactura en el IPN-SEPI-ESIME unidad Azcapotzalco, así mismo los autores
226 agradecen el apoyo otorgado por el proyecto SIP-IPN no. 20232057 y al Instituto
227 Politécnico Nacional por el apoyo recibido para el desarrollo de esta investigación
228 académica.

229

230 **5. Índice de referencias**

231

232 Libros

233

- Banakh, L., & Kempner, M. (2009). *Vibrations of mechanical systems with regular structure* (2010 ed.). Berlin, Germany: Springer. doi:10.1007/978-3-642-03126-7

234

235

236

- Rao, S. S. (2007). *Vibration of Continuous Systems*. Nashville, TN: John Wiley & Sons. doi:10.1002/9780470117866

237

238

- Schmitz, T. L., & Smith, K. S. (2020). *Mechanical vibrations: Modeling and measurement* (2 ed.). Cham, Switzerland: Springer Nature. doi:10.1007/978-3-030-52344-2

239

240

241

- Szeidl, G., & Kiss, L. P. (2020). *Mechanical Vibrations: An Introduction* (1 ed.). Cham, Switzerland: Springer Nature. doi:10.1007/978-3-030-45074-8

242

243 Artículos:

244

245

- Stoykov, S., & Manoach, E. (2023). Vibration Based Damage Detection of Beams by Supervised Learning Approach. doi:10.1007/978-3-031-15758-5_85

246

- 247
248
249
- Henriques, D., Gonçalves, R., Sousa, C., & Camotim, D. (2023). GBT-based Vibration Analysis of Cracked Steel-Concrete Composite Beams. doi:10.1007/978-3-031-15758-5_2

MEMORIAS DEL
Congreso Internacional
Sobre la Enseñanza y Aplicación de las Matemáticas

UN MÉTODO INTERACTIVO PARA RESOLVER GRANDES SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES

Martínez Flores Alejandro^{1, *}, Hernández Hernández Jonathan Israel, Torres Rodríguez Agustín Alfredo, Orozco Sánchez Ana Pamela y Reyes Olguín Ana Lilia
¹Tecnológico Nacional de México campus Atitalaquia. Av. Tecnológico N.9, Col Tezoquipa, Atitalaquia, Hgo.C.P. 42970.

AP-POSM053

Resumen

La ecuación de pendiente suave en su forma lineal y no lineal que se utiliza para modelar la propagación de olas cerca de la costa. El método de diferencias finitas se usa para discretizar la ecuación de gobierno con sus respectivas condiciones de frontera, el cual origina un sistema de ecuaciones lineales y se resuelve usando el método numérico iterativo basado en el método de residuo mínimo generalizado, GMRES, para encontrar una solución aproximada. El GMRES es una extensión del método de residuo mínimo, MINRES, que solo es aplicable a sistemas simétricos con algunas modificaciones para solucionar sistemas asimétricos y dispersos, el cual genera de una secuencia de vectores ortogonales. En los resultados se analizó un caso en particular, el cual es solucionado por el esquema de iteración basado en GMRES y Gauss-Jordan, lo que mostro que funciona muy bien y es más eficiente numéricamente en comparación de los métodos clásicos, además conduce a una convergencia para el caso estudiado.

Palabras clave: Pendiente suave, Oleaje, Numérico, GMRES, Eficiente, Converge.

1. Introducción

Es necesario predecir la transformación del oleaje sobre una batimetría del lecho marino irregular, en la que se pueden presentar estructuras naturales o artificiales, esto es importante para los ingenieros que planifican, diseñan, construyen y mantienen instalaciones costeras. Cuando un tren de ondas se propaga de aguas profundas a aguas someras sufren transformaciones, tales como shoaling, refracción, reflexión, difracción, resonancia, disipación de energía inducida por la fricción del fondo, la turbulencia y el rompimiento de las olas. Varias aproximaciones teóricas se han derivado en las últimas décadas, bajo el supuesto de teoría de ondas lineales. Una forma de modelar este tipo de fenómenos es a través del conocido ecuación de mild-slope.

La ecuación básica de la mild-slope modela la transformación de las olas en el agua sobre un fondo impermeable que varía lentamente y se derivó originalmente por Berkhoff (1972). Aunque diversos estudios han intentado aplique la ecuación de pendiente suave a la propagación de ondas sobre un lecho impermeable que cambia abruptamente, Booij (1983) demostró que la solución de pendiente suave es sólo

¹ * Autor para la correspondencia. E-mail: alejandro.mf@atitalaquia.tecnm.mx

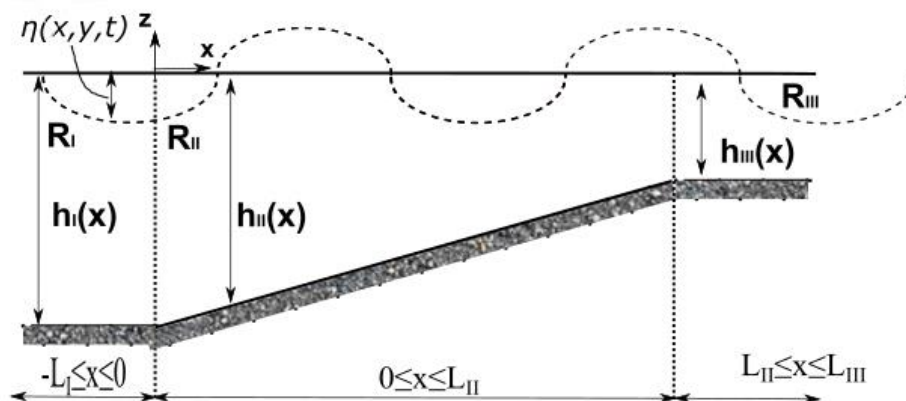
43 válida para pendientes de 1:3 o menos. Massel (1993) presentó una aproximación de
 44 pendiente suave, que incluye el efecto de los modos evanescentes. Chamberlain y
 45 Porter (1995) analizaron una versión modificada que retiene los términos de segundo
 46 orden, Porter y Staziker (1995) establecieron una solución que tiene en cuenta los
 47 términos asociados con los modos evanescentes con un flujo másico promediado en
 48 la profundidad y condiciones de frontera de presión para el caso de onda unidireccional
 49 transformación.

50 Uno de los grandes retos que enfrentan este tipo problemas es que requiere soluciones
 51 numéricas para volverlo práctico y eficiente en comparación de un físico o matemático.
 52 Al analizar la propagación del oleaje mediante la ecuación de la mild-slope y ser una
 53 ecuación diferencial parabólica, el mismo fenómeno físico tiende a requerir muchos
 54 recursos computacionales para encontrar una solución al sistema de ecuaciones lineal
 55 de dimensiones $n \times n$, traduciendo en tiempo de computacionales considerables,
 56 tomando en cuenta esta delimitación en este trabajo se analiza una solución por
 57 aproximación con el objetivo de reducir el tiempo computacional.

59 2. Metodología

60 2.1 Modelo físico

61 Se considera que el oleaje se propaga de izquierda a derecha en la plataforma
 62 continental; el fondo marino es variable a lo largo del eje longitudinal. En la Figura 1
 63 se muestra un diagrama de la vista en perfil del esquema físico. El canal está dividido
 64 en tres regiones diferentes R_I , R_{II} y R_{III} . El eje longitudinal x es positivo hacia la
 65 derecha y tiene como origen en la intersección de las regiones R_I y R_{II} , el eje z tiene
 66 como origen el nivel medio del agua (Mean Sea Level, MSL) y es positivo hacia arriba.



67
68 **Figura 1. Vista en perfil del esquema del modelo físico**

69 La región R_I está comprendida en $-L_I \leq x \leq 0$, R_{II} su dominio es $0 \leq x \leq L_{II}$, mientras
 70 R_{III} su dominio es $L_{II} \leq x \leq L_{III}$. En las tres regiones la profundidad tienen un mismo
 71 ancho, además la profundidad es variables y depende de la posición espacial en R_I ,

72 en las R_I y R_{III} , se consideran con profundidades constantes en su respectiva región.
 73 Todo el dominio puede abarcar desde aguas profundas a someras. En este estudio,
 74 se asume que las paredes son impermeables.

75 Para modelar este fenómeno se usará la ecuación de la mild-slope en la forma de
 76 Helmholtz en su forma unidireccional la cual se puede se puede expresar como (Silva
 77 et al., 2005):

78 **Ecuación 1.** $\nabla_h^2 \Psi + K_c^2 \Psi = 0$

$$\text{con } \Psi = (I_1)^{1/2} \phi; \quad K_c^2 = (k^2 + i\sigma D) + \frac{r(h)}{I_1} - \frac{\nabla^2 \sqrt{I_1}}{\sqrt{I_1}}$$

$$r(h) = I_2 \nabla_h^2 h + (\nabla_h h)^2 \left(\frac{\partial I_2}{\partial h} - I_3 \right) \nabla_h = \frac{\partial^2}{\partial x^2}$$

79 $I_1 = \int_{-h}^0 f^2 dz; \quad I_2 = \int_{-h}^0 f \frac{\partial f}{\partial h} dz \quad \text{y} \quad I_3 = \int_{-h}^0 \left(\frac{\partial f}{\partial h} \right)^2 dz$

$$f(z) = \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh}$$

80 Donde ϕ es el flujo potencial, k es el número de onda, $i = \sqrt{-1}$ es número imaginario,
 81 σ es la frecuencia angular ($\sigma = 2k/T$), T es el periodo de la onda, D el factor de
 82 disipación, $\nabla_h = \frac{\partial^2}{\partial x^2}$ es el Laplaciano y h la profundidad.

83 2.2 Condiciones de frontera

84 El potencial en la frontera del dominio del lado del mar o R_I se define como la suma
 85 de un potencial incidente y reflejado,

86 **Ecuación 2.** $\Psi_1 = \sqrt{I_1} f(z) (A_1 e^{ikx} + R e^{-ikx})$

87 donde A_1 y R son las amplitudes de los potenciales incidente y reflejado,
 88 respectivamente. Por su parte, el potencial dentro del dominio de interés, R_{II} , está
 89 definido por

90 **Ecuación 3.** $\Psi_2 = f(z) \Psi$

91 Para obtener las condiciones de frontera en la costa, R_{III} , se define un potencial justo
 92 fuera del dominio como el potencial que se transmite quedado expresado de la
 93 siguiente forma

94 **Ecuación 4.** $\Psi_3 = f(z) \sqrt{I_3} T e^{-ikx}$

95 donde T es la amplitud del potencial transmitido.
 96 Para obtener las condiciones de frontera del lado del mar y de la costa en forma de
 97 ecuación diferencial se utiliza la continuidad de presión hidrostática y continuidad de
 98 masa en la intersección de las regiones $R_I - R_{II}$ y $R_{II} - R_{III}$, las cuales se expresan
 99 como:

100 **Ecuación 5.** $\Psi_1|_{x=0} = \Psi_2|_{x=0}$

101 **Ecuación 6.** $\Psi_2|_{x=L_{II}} = \Psi_3|_{x=L_{II}}$

102 **Ecuación 7.** $\frac{\partial \Psi_1}{\partial x} \Big|_{x=0} = \frac{\partial \Psi_2}{\partial x} \Big|_{x=0}$

103 **Ecuación 8.** $\frac{\partial \Psi_2}{\partial x} \Big|_{x=L_{II}} = \frac{\partial \Psi_3}{\partial x} \Big|_{x=L_{II}}$

104 Evaluando las Ecuaciones 5 y 7, combinando, integrando y operando algebraicamente
 105 se obtiene la ecuación diferencial de frontera para el lado del mar

106 **Ecuación 9.** $2ik\sqrt{I_1}A_1 - \left(ik + \frac{\partial h}{\partial x} \frac{I_2}{I_1} \right) \Psi - \frac{\partial \Psi}{\partial x} = 0$

107 Algo análogo se aplica para las Ecuaciones 6 y 8, quedando la condición de frontera
 108 para costa como:

109 **Ecuación 10.** $\frac{\partial \Psi}{\partial x} + \left(\frac{\partial h}{\partial x} \frac{I_2}{I_1} + ik \right) \Psi = 0$

110 Se discretiza la Ecuación 1 con diferencias finitas centrada de tres puntos

111 **Ecuación 11.** $\Psi_{i-1} - (2 - \Delta x^2 K_c^2) \Psi_i + \Psi_{i+1} = 0$

112 De la expresión anterior se despeja Ψ_{i-1} y Ψ_{i+1} , obteniendo:

113 **Ecuación 12.** $\Psi_{i-1} = -\Psi_{i+1} + (2 - \Delta x^2 K_c^2) \Psi_i$

114 **Ecuación 13.** $\Psi_{i+1} = -\Psi_{i-1} + (2 - \Delta x^2 K_c^2) \Psi_i$

115 Utilizando diferencias finitas centrada de dos puntos en las Ecuaciones 9 y 10,
 116 despejando Ψ_{i-1} y Ψ_{i+1} , respectivamente de cada ecuación y simplificando se
 117 consigue las siguientes expresiones

118 **Ecuación 14.** $\Psi_{i-1} = \Psi_{i+1} - 4\Delta x ik \sqrt{I_1} A_1 + 2\Delta x \left(ik + \frac{\partial h}{\partial x} \frac{I_2}{I_1} \right) \Psi_i$

119 **Ecuación 15.** $\Psi_{i+1} = \Psi_{i-1} - 2\Delta x \left(\frac{\partial h}{\partial x} \frac{I_2}{I_1} + ik \right) \Psi_i$

120 Igualando las Ecuaciones 12-14 y 13-15, se obtiene las expresiones algebraicas en
 121 diferencias finitas en los extremos del dominio (Ecuaciones 16 y 17) de R_{II} , donde ya
 122 se acoplaron las condiciones necesarias para volverse un problema de valores en la
 123 frontera y el resto del dominio se usa la Ecuación 11, con lo cual se convierte en

124 sistemas de ecuaciones lineales a resolver, la matriz coeficientes A es cuadrada y de
 125 dimensiones nxn .

126 **Ecuación 16.**
$$\left[(2 - \Delta x^2 K_c^2) - 2\Delta x \left(ik + \frac{\partial h I_2}{\partial x I_1} \right) \right] \Psi_i - 2\Psi_{i+1} = -4\Delta x ik \sqrt{I_1} A_i$$

127 **Ecuación 17.**
$$2\Psi_{i-1} + \left[-2\Delta x \left(\frac{\partial h I_2}{\partial x I_1} + ik \right) + (2 - \Delta x^2 K_c^2) \right] \Psi_i = 0$$

128 **2.3 GMRES**

129 El Método del residual mínimo Generalizado (GMRES de sus siglas en ingles), fue
 130 propuesto por Saad (1993) y es un método iterativo o de proyección, que proporciona
 131 una solución del sistema ecuaciones lineales $Ax=b$, donde A es no debe singular y
 132 no necesariamente simetría.

procedure GMRES(A, b, x0, k, tol)

$Q \leftarrow \text{empty}(\text{size}(\mathbf{b}), k + 1)$ ▷ Initialization.

$H \leftarrow \text{zeros}(k + 1, k)$

$r_0 \leftarrow \mathbf{b} - A(\mathbf{x}_0)$

$Q_{:,0} = r_0 / \|r_0\|_2$

for $j = 0 \dots k - 1$ **do** ▷ Perform the Arnoldi iteration.

$Q_{:,j+1} \leftarrow A(Q_{:,j})$

for $i = 0 \dots j$ **do**

$H_{i,j} \leftarrow Q_{:,i}^T Q_{:,j+1}$

$Q_{:,j+1} \leftarrow Q_{:,j+1} - H_{i,j} Q_{:,i}$

$H_{j+1,j} \leftarrow \|Q_{:,j+1}\|_2$

if $|H_{j+1,j}| > \text{tol}$ **then** ▷ Avoid dividing by zero.

$Q_{:,j+1} \leftarrow Q_{:,j+1} / H_{j+1,j}$

$\mathbf{y} \leftarrow$ least squares solution to $\|H_{:j+2, :j+1} \mathbf{x} - \beta \mathbf{e}_1\|_2$ 1).

$\text{res} \leftarrow \|H_{:j+2, :j+1} \mathbf{y} - \beta \mathbf{e}_1\|_2$

if $\text{res} < \text{tol}$ **then**

return $Q_{:,j+1} \mathbf{y} + \mathbf{x}_0, \text{res}$

return $Q_{:,j+1} \mathbf{y} + \mathbf{x}_0, \text{res}$

133
134

Figura 2. Algoritmo del GMRES

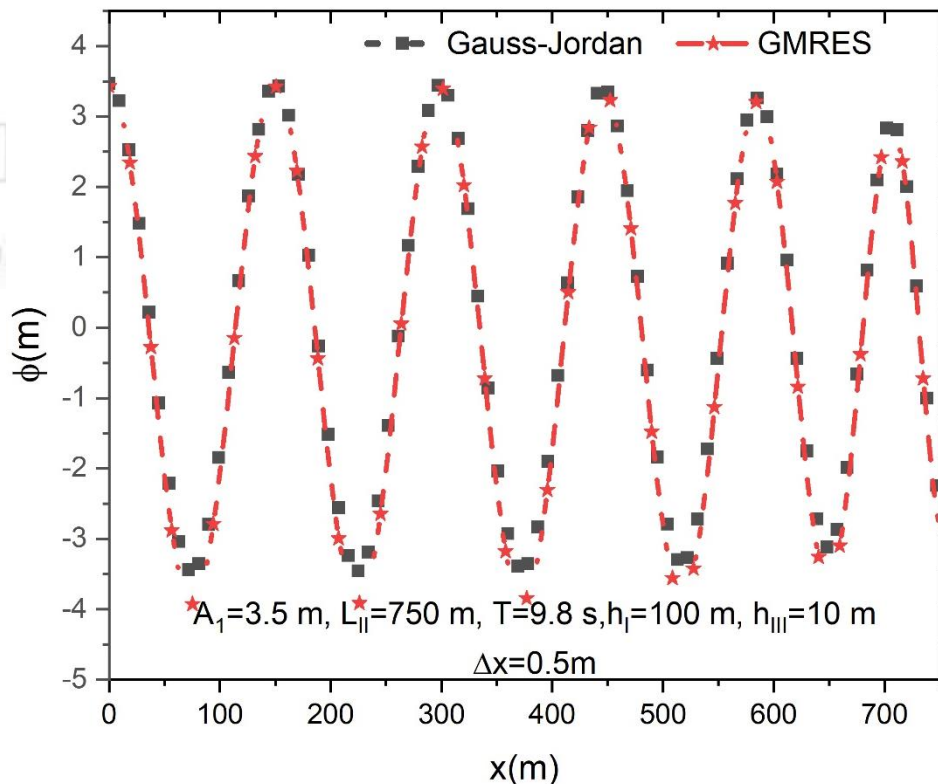
135 El GMRES utiliza iteraciones del Método de Arnoldi (Voss, 2014), el cual genera
 136 subespacios de Krylov para sistemas no simétricos, la idea fundamental de este
 137 método es expresar x_k en términos de un conjunto $\{v_1, \dots, v_k\}$ generador de k_k en el
 138 cual v_1 es un múltiplo escalar del vector residual $r_0 = b - Ax_0$, cabe anotar que a
 139 diferencia del método GC, en GMRES, se forma una base ortogonal explícitamente
 140 mediante un proceso de ortogonalización de Gram-Schmidt modificado (Leon et al.,
 141 2013). En la Figura 2 tal muestra el algoritmo del GMRES (Jin et al., 2022).

142
143
144

145 **3. Resultados y análisis**

146

147 Se analiza un caso bajo las siguientes condiciones de una amplitud incidente de 3.5 m
 148 , un periodo asociado de 9.8 s , $h_I = 100\text{ m}$, $h_{III} = 10\text{ m}$, una longitud en la región dos de
 149 750 m , la transición de la batimetría es lineal en la región dos y se discretizó en 1501
 150 nodos dando un $\Delta x = 0.5\text{ m}$. En la Figura 3 se muestra la superficie libre del oleaje, que
 151 corresponde a la parte real de la solución del sistema de ecuaciones lineales con
 152 método clásico conocido como Gauss-Jordan y el GMRES, programados en Fortran y
 153 ejecutado en una laptop Lenovo Thinkpad 13, el cual cuenta con un procesador Intel
 154 i7-6500U y 16 GB de memoria RAM; se puede apreciar que es prácticamente la misma.
 155 En el caso de Gauss-Jordan le tomo un tiempo de 30 s, mientras el GMRES 5 s,
 156 claramente la metodología implementada fue 6 veces más rápida que la clásica.



157

158

159

Figura 3. Comparación de la Superficie libre a lo largo de canal, con la solución de Gauss-Jordan y el GMRES.

160 **4. Conclusiones**

161 Se implementó el algoritmo GMRES para resolver el sistema de ecuaciones lineales
 162 por aproximaciones, originado de la ecuación de la mild-slope con diferencias finitas
 163 con sus respectivas condiciones de frontera. La simulación demostró ser más eficiente
 164 en comparación de Gauss-Jordan, llegando a ser 6 veces más rápida, lo cual es una
 165 buena opción para modelar la propagación de oleaje y reducir tiempos
 166 computacionales, además se puede aplicar a simulaciones con más nodos y/o mayor
 167 dominio computacional.

168

169 **5. Índice de referencias**

- 170 • Berkhoff, J. C. W. (1972). Computation of combined refraction-diffraction.
171 *Coastal Engineering*, p. 471-490.
- 172 • Booij, N. (1983). A note on the accuracy of the mild-slope equation. *Coastal*
173 *Engineering*, 7(3), p. 191–203. [https://doi.org/10.1016/0378-3839\(83\)90017-0](https://doi.org/10.1016/0378-3839(83)90017-0)
- 174 • Chamberlain, P. G., & Porter, D. (1995). The modified mild-slope equation.
175 *Journal of Fluid Mechanics*, 291(1), p. 393–407.
176 <https://doi.org/10.1017/s0022112095002758>
- 177 • Jin, Y., Wen, C., Shen, Z.-L., & Gu, X.-M. (2022). A simpler GMRES algorithm
178 accelerated by Chebyshev polynomials for computing PageRank. *Journal of*
179 *Computational and Applied Mathematics*, 413 (114395).
180 <https://doi.org/10.1016/j.cam.2022.114395>
- 181 • Leon, S. J., Björck, Å., & Gander, W. (2013). Gram-Schmidt orthogonalization:
182 100 years and more: GRAM-SCHMIDT ORTHOGONALIZATION: 100 YEARS
183 AND MORE. *Numerical Linear Algebra with Applications*, 20 (3), p. 492–532.
184 <https://doi.org/10.1002/nla.1839>
- 185 • Massel, S. R. (1993). Extended refraction-diffraction equation for surface waves.
186 *Coastal Engineering*, 19 (1–2), p. 97–126. [https://doi.org/10.1016/0378-3839\(93\)90020-9](https://doi.org/10.1016/0378-3839(93)90020-9)
- 187
- 188 • Porter, D., & Staziker, D. J. (1995). Extensions of the mild-slope equation.
189 *Journal of Fluid Mechanics*, 300 (1), p. 367–382.
190 <https://doi.org/10.1017/s0022112095003727>
- 191 • Saad, Y. (1993). A flexible inner-outer preconditioned GMRES algorithm. *SIAM*
192 *journal on scientific computing: The Society for Industrial and Applied*
193 *Mathematics*, 14 (2), p. 461–469. <https://doi.org/10.1137/0914028>
- 194 • Silva, R., Borthwick, A. G. L., & Taylor, R. E. (2005). Numerical implementation
195 of the harmonic modified mild-slope equation. *Coastal Engineering*, 52 (5), p.
196 391–407. <https://doi.org/10.1016/j.coastaleng.2004.12.009>
- 197 • Voss, H. (2004). An Arnoldi method for nonlinear eigenvalue problems. *BIT*
198 *numerical mathematics*, 44 (2), p. 387–401.
199 <https://doi.org/10.1023/b:bitn.0000039424.56697.8b>

DISEÑO Y ENSAMBLE DE PLATAFORMA U-CARE HEALTH PARA DETECCIÓN DE COVID-19

Jonathan Israel Hernández Hernández ^{1,*}, Ana Pamela Sánchez Orozco ², Alejandro Martínez Flores ³, Agustín Alfredo Torres Rodríguez⁴ y Jorge Ignacio García Flores ⁵
*Tecnológico Nacional de México campus Atitalaquia.
Av. Tecnológico No.9, Col. Tezoquipa, CP 42970, Atitalaquia, Hgo.*

AP-POSM055

Resumen

Se presentan los resultados del proceso de diseño y ensamble de un sistema del tipo U-healthcare para poder determinar de forma rápida y eficiente el nivel de saturación de oxígeno en sangre, así como la temperatura corporal, mediciones indispensables cuando se trata de enfermedades de las vías respiratorias, como la causada por el virus SARS-coV-2, relacionado al COVID-19. En la primera etapa, se empleó el software de diseño CAD 3D para obtener el esquemático del prototipo CAD. En la segunda etapa, el ensamble se basó en un sistema operativo Raspbian basado en Linux, posteriormente se desarrolló la programación de los sensores de temperatura y nivel de oxigenación, se realizó el ensamblaje con base en el diseño inicial y por último se hicieron pruebas del rendimiento.

Palabras clave: oximetría, temperatura, U-healthcare, COVID-19, digital.

1. Introducción

La Ubiquitous healthcare o U-healthcare (atención médica ubicua) es un área emergente de tecnología que utiliza una gran cantidad y variedad de sensores y actuadores, para monitorear y mejorar la condición física y mental de los pacientes (Nilanjan et al. 2019; Friedewald y Raabe, 2011). Pequeños sensores recopilan datos sobre casi cualquier característica fisiológica que se puede utilizar para diagnosticar problemas de salud. Se han diseñado pequeños sensores con la finalidad de recopilar información sobre las condiciones corporales: como temperatura, frecuencia cardíaca, presión arterial, niveles químicos en sangre y orina, frecuencia y volumen respiratorio, niveles de actividad y casi cualquier otra característica fisiológica que proporcione información que pueda usarse para diagnosticar problemas de salud (Zhou et al, 2020). Estos sensores se llevan puestos o se implantan en el cuerpo, de igual forma, se pueden instalar en los hogares y lugares de trabajo de los pacientes. Los actuadores van más allá y desencadenan acciones como la liberación de pequeñas cantidades de productos farmacéuticos en el torrente sanguíneo o la estimulación eléctrica de áreas del cerebro.

U-Healthcare implica el despliegue de instalaciones sanitarias en una escala más amplia que los sistemas de salud tradicionales. Busca construir una plataforma de

*¹ Autor para la correspondencia. E-mail: stm.jonathanhdez@gmail.com

41 comunicación a través de sensores, controladores y servidores entre pacientes,
42 médicos, y otros trabajadores de la salud (Touati y Tabish, 2103). U-Healthcare es una
43 estructura sanitaria generalizada que permite el transporte de información médica de
44 forma precisa y segura, lo que respalda una amplia gama de aplicaciones.

45 La mayoría de las personas requieren de un nivel mínimo de saturación de oxígeno en
46 su sangre de 89%, para que sus células puedan funcionar correctamente. Durante una
47 infección pulmonar, como las que puede ocasionar el virus SARS-coV-2, responsable
48 de la enfermedad COVID-19, se presenta una disminución de dicho nivel de
49 saturación, que puede agravar la salud del enfermo, debido a daños que incluso se
50 pueden presentar al nivel celular (Huang et al, 2020; Maur y cawley, 2020).

51 Para poder determinar con cierto nivel de eficacia, cual es el nivel de saturación que
52 tiene un individuo, puede emplearse un oxímetro. Este tipo de instrumentos pueden
53 funcionar midiendo los niveles de oxígeno en sangre, sin necesidad de pinchar con
54 una aguja para obtener una muestra, dispositivos que reciben el nombre de oxímetros
55 de pulso (CENETEC, 2006; Payne y Severinghaus, 1986). Los oxímetros de pulso o
56 portátiles, son de tamaño pequeño y tienen la forma de una pinza para poder ajustarse
57 al dedo de la mano, del pie o incluso a un lóbulo de la oreja de un paciente, y contienen
58 además un sensor conectado a un cable, de modo que resultan ser dispositivos
59 prácticos y económicos que se pueden emplear en el hogar.

60 El dispositivo a considerar también realiza la determinación de la temperatura corporal,
61 lo que hace mediante un termómetro infrarrojo, que mide la radiación térmica sin
62 necesidad de contacto físico (Starr y Rebollo, 2020).

63

64 **2. Metodología o desarrollo**

65

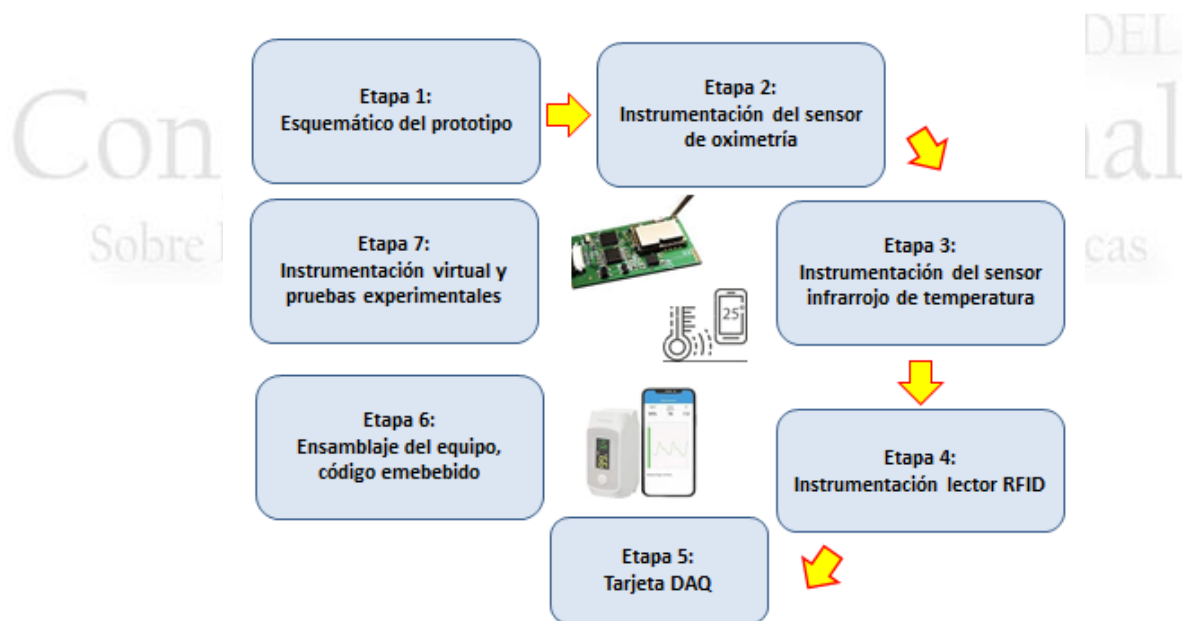
66 La metodología empleada se basó en un análisis bottom-up, esto es, el proceso
67 comienza por los detalles y las partes más pequeñas, intentando solucionar primero
68 los problemas más pequeños, que posteriormente y en forma conjunta generan
69 soluciones a los problemas más grandes. Las etapas principales se muestran en la
70 figura 1.

71 En la etapa 1 se usó como software de diseño el CAD-3d para gestionar los
72 requerimientos del diseño del maquetado virtual para el prototipo considerado. En la
73 etapa2, para poder instrumentar el sensor de oximetría, se obtuvieron los valores de
74 saturación y pulso cardiaco del sensor digital, con la finalidad de poder identificar
75 posibles casos de hipoxia, así como la evolución de posibles casos potenciales de
76 COVID-19 (Subramanian et al, 2022).

77

78

79 Para la etapa 3, se obtuvieron valores de temperatura infrarroja medidos en la frente
 80 (arteria temporal), ya que es una de las zonas del cuerpo dónde la temperatura se
 81 refleja de manera adecuada, incluyendo los casos donde se presenta el COVID-19.
 82 Para la cuarta etapa, se realizó una base de datos con la información de los datos de
 83 usuarios constantes (en este caso profesores, personal y alumnos) lo que permite
 84 reducir el potencial de error humano y aumenta la eficiencia de la toma de información
 85 usando tarjetas RFID y un lector para identificación.



86

87

Fig. 1 Etapas del esquema metodológico empleado

88 En la quinta etapa, se implementó la adquisición de datos en una tarjeta tipo DAQ, y
 89 con la información obtenida se pudo proceder al diseño y fabricación de la tarjeta. En
 90 la sexta etapa se inició el ensamblaje del equipo físico del U-health care, lo que incluyó
 91 las carcasas para los sensores y el sistema embebido, se consideró un diseño
 92 ergonómico y resistente para lograr un uso prolongado del equipo.

93 En la séptima etapa se hizo uso de un binding de la biblioteca gráfica de Tcl/Tk para
 94 el diseño de la interfaz gráfica del usuario, y poder visualizar las condiciones
 95 corporales. En la última fase, se realizaron las pruebas experimentales para la
 96 validación, que consisten en determinar la fiabilidad y resolver cualquier inconveniente
 97 que pudiera surgir.

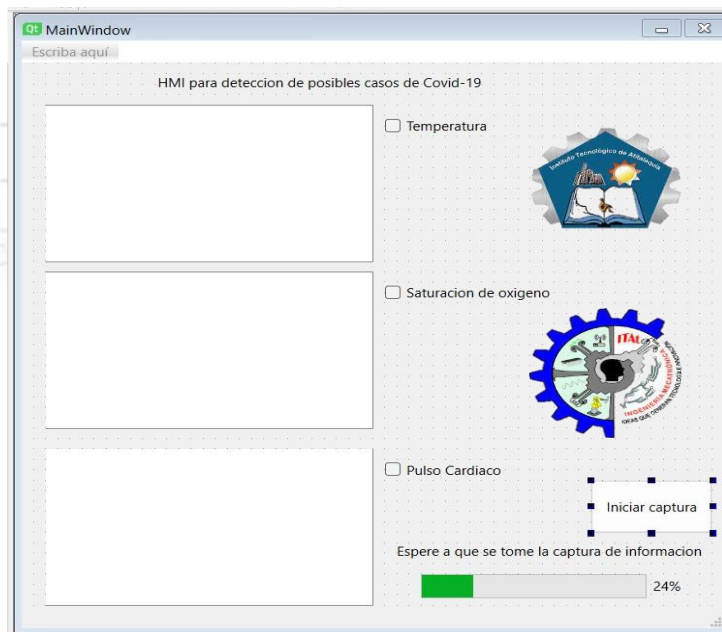
98

99 **3. Resultados y análisis**

100

101 Se realizó una interfaz gráfica de usuario sencilla implementada en QT con el lenguaje
 102 de programación Python 3.9 en donde se visualizaban la temperatura corporal, la
 103 saturación de oxígeno y su pulso cardiaco, estos se comparaban con un modelo
 104 generado y el cual se explica más adelante. En cada una de las muestras tomadas se
 105 capturaba un cierto conjunto de datos y después se calculaba un valor promedio con
 106 el fin de evitar lecturas erróneas.

107



108

109

Fig. 2 Interfaz Gráfica en QT

110 Los datos procesados por el sistema fueron procesados mediante un algoritmo de
 111 inteligencia artificial basado en redes neuronales el cual de igual forma fue programado
 112 en Python (Vorobioff et al. 2022). El primer paso fue normalizar la información para
 113 tratar de evitar que alguna variable tuviera más peso que otra. Esto se realizó de la
 114 siguiente forma:

115

116

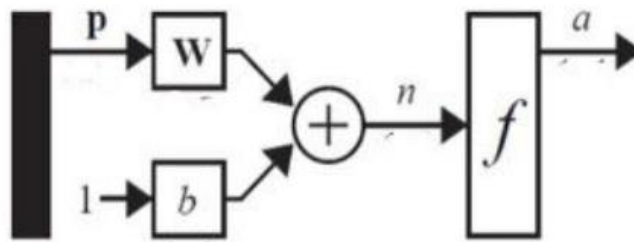
$$Dato_norm = \left(\frac{2 * (Dato - Valor_{min})}{(Valor_{max} - Valor_{min}) - 1} \right) \quad (1)$$

117

118

119

120 Se propuso una arquitectura de perceptron multicapa (MLP) para reconocimiento de
 121 patrones. El propósito del reconocimiento de patrones, es diferenciar ciertas
 122 características dentro de un conjunto de datos o información. Las redes neuronales
 123 proporcionan un enfoque que supone un conjunto de estructuras o neuronas
 124 interconectadas entre sí, las cuales al ser entrenadas pueden determinar y clasificar
 125 estas características del problema a analizar.



126
 127

Fig. 3 Red Neuronal modelo simplificado

128 La variable P de entrada es conocida como dendrita y son las entradas
 129 correspondientes a la información a procesar, estos datos son ingresados al cuerpo
 130 celular o núcleo el cual realiza el procesamiento, por ultimo esta es procesada por el
 131 impulso nervioso (n) para así obtener una salida que vuelve a normalizarse (f)
 132 mediante una función de activación y todo esto viene representado por la siguiente
 133 ecuación.

134

135

$$a = f(Wp + b) \quad (2)$$

136

137 Donde la salida (a) de la neurona, será igual a la suma ponderada p por una matriz de
 138 pesos (W), más un parámetro de ajuste llamado bias o b, toda esta salida ponderada
 139 va a representar la salida n de esta suma, donde finalmente se aplica a una función de
 140 activación y así obtendremos la salida final de la red neuronal. La función de activación
 141 utilizada es la tansig, cuya fórmula es la siguiente:

142

143

$$Sal_a = \left(\frac{e^n - e^{-n}}{e^n + e^{-n}} \right) \quad (3)$$

144

145 La red MLP propuesta para este trabajo se muestra en la figura 4, consta de 3 capas
 146 de entrada (rojos) que son las 3 variables a medir, 5 capas ocultas (azules) y dos capas
 147 de salida (verdes).

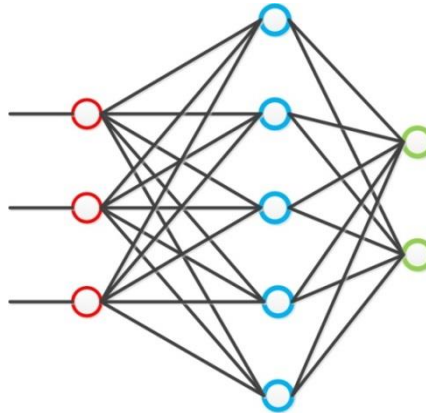


Fig. 4 Perceptron Multicapa

148
149

150 Para su entrenamiento se utilizó la técnica de aprendizaje de propagación hacia atrás
 151 o BackPropagation, los patrones asignados para el entrenamiento basándose en Zhou
 152 et al. (2020) y Subramanian et al. (2022) se muestran en la siguiente tabla.

153 **Tabla 1 Patrón asignado para salida**

#	Salida	Patrón
1	Sano	0-0
2	Covid-19	0-1
3	Asintomático	1-0
4	Erróneo	1-1

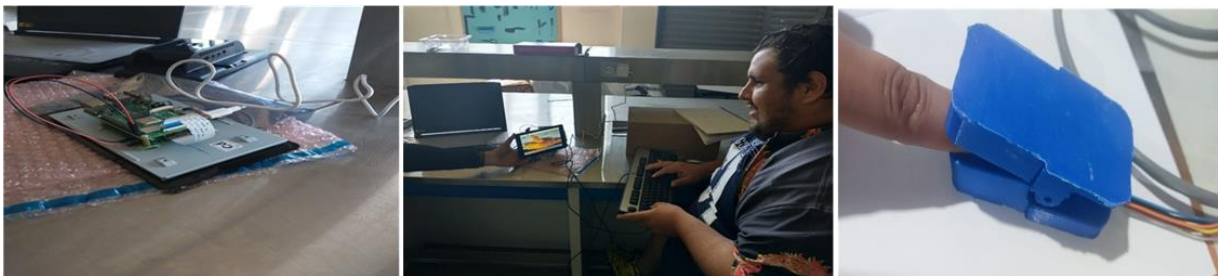
154

155 Aunque se validó la predicción de la red neuronal, no se presentaron casos graves de
 156 covid-19 ni de hipoxia silenciosa afortunadamente en el tecnológico de Atitalaquia en
 157 el alumnado debido a las medidas de contingencia que fueron implementadas.

158

159 En cuanto a las distintas etapas para el ensamble y puesta en marcha del dispositivo,
 160 se pudieron lograr según lo planificado (ver figura 1), mostrándose algunas etapas
 161 (figura 5).

162



163
164

Fig. 5 Pruebas de funcionamiento

165

166

167 **4. Conclusiones**

168

169 Durante la pandemia de COVID-19, los gobiernos y las organizaciones sanitarias
170 deben tomar algunas medidas para reducir la propagación del virus y tratar a las
171 personas ya infectadas. Los pacientes infectados que presenten síntomas deben ser
172 hospitalizados. Además, los pacientes sin síntomas todavía pueden estar liberando el
173 virus y, por lo tanto, deben estar en cuarentena durante un período predefinido
174 (normalmente 14 días) hasta que finalice la liberación del virus.
175 El rápido aumento de casos de COVID-19 está ejerciendo una inmensa presión sobre
176 la infraestructura existente para la atención médica. Al igual que otros virus, la infección
177 por COVID-19 también pasa por diferentes etapas, como:
178 Incubación en el huésped sin síntomas, la aparición de síntomas en el huésped.

179 Rastrear cualquier "paciente cero" requiere mucho tiempo y también recursos, para
180 lograr poner en cuarentena a los pacientes. El número de pacientes infectados ha
181 aumentado más rápidamente de lo que los hospitales pueden permitirse agregar
182 camas, ventiladores, monitores, equipo de protección personal y trabajadores de la
183 salud. Mucho del personal que trabaja en hospitales también se ha infectado, lo que
184 genera aún más estrés en la población nacional.

185 Motivo por el cual, se necesita de ese grado de innovación en el desarrollo de
186 soluciones que nos permita afrontar tales desafíos para la pandemia COVID-19 en la
187 denominada "Nueva Normalidad" con la finalidad de no reincidir en posibles rebrotes
188 del virus, y así, bajar los niveles de riesgo epidemiológico por no tener equipos para
189 monitorear y detectar posibles casos para lograr la reactivación definitiva de las
190 actividades económicas y sociales dentro de nuestro país.

191 La propuesta descrita en esta contribución, representa una alternativa para que desde
192 las propias instituciones educativas podamos adaptar y desarrollar dispositivos
193 basados en el concepto de *ubiquitous computing*, y utilizarlas en beneficio de la propia
194 comunidad escolar, coadyuvando a las acciones de monitoreo y prevención.

195 **Agradecimientos**

196

197 Los autores agradecen el apoyo del TecNM por el beneficio económico otorgado para
198 concluir este proyecto.

199

200

201 5. Índice de referencias

202

203 Libros

- 204 • CENETEC (2006). *Guía tecnológica No.38: oxímetro*. México: Secretaría de
205 Salud.
- 206 • Mair, K. y Cawley, L. (2020), *Healthy Faith and the Coronavirus Crisis, Thriving*
207 *in the COVID-19 pandemic*. Inter-Varsity Press, England.
- 208 • Nilanjan Dey, Amira S. Ashour, Simon James Fong. (2019). *Sensors for Health*
209 *Monitoring. Advances in Ubiquitous Sensing Applications for Healthcare*. Vol 5.
210 Academic Press, Elsevier Inc.
- 211 • Payne J P y Severinghaus J W (1986) *Pulse Oximetry*. New York: Springer.
- 212 • Vorobioff, J., Cerotta, S., Morel, N. y Amadio, A. (2022). *Inteligencia artificial y*
213 *redes neuronales: Fundamentos, ejercicios y aplicaciones con phyton y matlab*.
214 Buenos Aires: Universidad Tecnológica Nacional/ Ediciones REUN.

215

216 Revistas

217

- 218 • Friedewald, M. y Raabe, O. (2011) Ubiquitous computing: an overview of
219 technology impacts. *Telematics and Informatics*, 28, 55-65.
- 220 • Huang C, Wang Y, Li X, Ren L, Zhao J, Hu Y. (2020). Clinical features of patients
221 infected with 2019 novel coronavirus in Wuhan, China. *Lancet*,
222 395(February,10223):497–506.
- 223 • Starr, N. y Rebollo, D. (2020), Pulse oximetry in low-resource settings during the
224 COVID-19 pandemic, *The Lancet Global Health*, 8, (9), 1121-1122.
- 225 • Touati, F., y Tabish, R. (2013). U-Healthcare System: State-of-the-Art Review
226 and Challenges. *Journal of Medical Systems*, 37(3).
227 <https://doi.org/10.1007/s10916-013-9949-0>
- 228 • Zhou F, Yu T, Du R, Fan G, Liu Y, Liu Z. (2020). Clinical course and risk factors
229 for mortality of adult inpatients with COVID-19 in Wuhan, China: a retrospective
230 cohort study. *Lancet* (March), 395, 1054-1062.
- 231 • <https://www.worldometers.info/coronavirus/coronavirus-symptoms/#examples>
- 232 • https://pair-code.github.io/covid19_symptom_dataset/?country=AU
- 233 • Subramanian, A., Nirantharakumar, K., Hughes (2022), S. et al. Symptoms and
234 risk factors for long COVID in non-hospitalized adults. *Nat Med* 28, 1706–1714.
235 <https://doi.org/10.1038/s41591-022-01909-w>

RETOS DE DISEÑO Y ELABORACIÓN MATERIALES DIDÁCTICOS PARA MATEMÁTICAS EN MODELOS HÍBRIDOS

Maritza Vázquez Hernández^{1*}, Wilbert De Jesús López² Concepción Julieta
Hernández Hidalgo³, Daniel Muños Ramos⁴ y Alfonso Ortiz Gervasio⁵
¹Escuela Nacional Colegio de Ciencias y Humanidades, plantel Vallejo. Av. 100
Metros Esq. Av. Fortuna, Magdalena de las Salinas, 07760, Gustavo A. Madero,
CDMX.

EN-POSM056

Resumen

En los tres últimos años el trabajo docente ha sufrido cambios, primero al pasar completamente a distancia, y en últimas fechas, al regreso a clases presenciales, esto ha permitido a los educativos renovar e innovar sus formas en el proceso de enseñanza-aprendizaje, mezclando los ambientes antes mencionados. Si bien el uso de Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC) llevaba ya una inmersión en las clases, es en realidad que se hizo tangible su uso en todos los niveles educativos como consecuencia del confinamiento por la COVID-19, así pues, el regreso a las aulas nos retó a diseñar materiales didácticos que pudieran mezclar lo mejor de cada modelo, a distancia y en el salón.

En el presente trabajo, los autores mostramos los retos para la elaboración de materiales enfocados en ambientes híbridos, el lograr un equilibrio entre ambos sistemas, así como los contenidos, específicamente en el bachillerato (Escuela Nacional Colegio de Ciencias y Humanidades) para la asignatura de matemáticas.

Nos dimos a la tarea de revisar la bibliografía para conocer los modelos híbridos, como e-learning, b-learning y aula invertida, para tener un marco de referencia para nuestro diseño y elaboración, aunado a lo anterior, como docentes también contábamos con la experiencia del trabajo con los estudiantes de forma presencial, antes del aislamiento, y a distancia, durante la contingencia.

Palabras clave: materiales, recursos, híbridos, matemáticas.

1. Introducción

En los últimos siete años, el bachillerato de la Universidad Nacional Autónoma de México (UNAM), tanto la Escuela Nacional Colegio de Ciencias y Humanidades (en adelante CCH) como la Escuela Nacional Preparatoria, han llevado a cabo la actualización en sus programas de estudio, como consecuencia, la necesidad de diseñar y elaborar materiales didácticos acordes a ellos, era ya antes de la pandemia una actividad primordial, que incrementó sus retos al considerar integrar modelos presenciales y a distancia después de esta.

¹ * E-mail: maritza.vazquez@cch.unam.mx Tel. 55-53-18-80-95

43 El uso de recursos digitales en el trabajo presencial cotidiano de enseñanza -
44 aprendizaje, es en la actualidad y para la mayoría, parte de una nueva normalidad.
45 Después de dos años obligados de llevarlo a cabo a distancia, como docentes las
46 formas de planear y evaluar los aprendizajes logrados por parte de los estudiantes
47 sufrió cambios; este tipo de trabajo puede considerarse como híbrido, una mezcla
48 entre lo presencial y a distancia, donde el profesorado tiene más que nunca un papel
49 de acompañante, capaz de propiciar nuevos estilos de aprendizaje. Además, como
50 mencionan (López-Iñesta y Sanz, 2020), puede decirse que este tipo de enseñanza
51 requiere de mayor dedicación del profesorado y supone una constante revisión y
52 actualización para todos los agentes educativos implicados: alumnado, profesorado e
53 instituciones educativas.

54
55 De manera similar, nuevas propuestas de materiales de apoyo también deben
56 considerar adaptar estos ambientes. Al diseñar y elaborar un material didáctico con
57 enfoque híbrido, fue necesario empaparnos de algunas metodologías existentes y sus
58 características, para que, con base en esa información decidiéramos cuál sería nuestra
59 propuesta a trabajar.

61 **2. Metodología o desarrollo**

62
63 Mucho antes del confinamiento que sufrimos a nivel mundial por la COVID-19 ya
64 existían modelos que involucraban el uso de Tecnologías de la Información y la
65 Comunicación (TIC), como b-learning, e-learning y aula invertida, sin embargo, para el
66 grueso de los educativos no eran cercanas, a menos de que el sistema en el que
67 laborara requiriera de ellos.

68
69 Lo anterior requirió, que los autores nos empapáramos de algunos modelos que
70 incluían el trabajo a distancia, para elegir su pertinencia en la elaboración y desarrollo
71 del material didáctico con un enfoque híbrido.

73 **2.1 E-learning, b-learning y aula invertida.**

75 **2.1.1 E-learning**

76
77 De los modelos revisados, el primero en surgir fue el *electronic learning (e-learning)*,
78 diseñado tanto para trabajo corporativo como escolar, aunque en este segundo rubro
79 (Bernárdez, 2007) lo define como aquellas metodologías, estrategias o sistemas de
80 aprendizaje que emplean tecnología digital y/o comunicación medida por ordenadores
81 para producir, transmitir, distribuir y organizar conocimiento entre individuos,
82 comunidades y organización. Dicho de otra manera, es un proceso que se lleva a cabo
83 a distancia con ayuda de la tecnología.

84
85 (Vallejo, 2010) menciona que el *e-learning* se basa en los siguientes principios
86 pedagógicos: trabajo colaborativo, a través de tareas grupales y de comunicación, se
87 busca llevar a los estudiantes contenidos que promuevan la flexibilidad cognitiva y

88 elementos que favorezcan su aprendizaje colaborativo, donde el docente debe llevar
89 un seguimiento ya sea individualizado o grupal, con comunicación (síncrona o
90 asíncrona) que garantice la disponibilidad para dar respuesta a sus dudas.

91

92 **2.1.2 B-learning**

93

94 De acuerdo con (Bartolomé, 2004), el término *blended learning (b-learning)* sigue una
95 tendencia con una marcada raíz procedente del campo de la Psicología escolar en la
96 que destaca el término *aprendizaje* como contrapuesto al de enseñanza (p. 11). En
97 ella se busca mezclar la enseñanza presencial y a distancia, de tal manera que se
98 desarrolla en dos momentos, cuenta con clases presenciales en las que los docentes
99 realizan prácticas y resuelven dudas, además de llevar a cabo trabajo a distancia,
100 principalmente en aulas virtuales donde los estudiantes tienen que realizar tareas
101 específicas para lograr sus aprendizajes.

102

103 Se considera que básicamente son tres los elementos que determinan el desarrollo y
104 puesta en práctica de una experiencia formativa de características blended. Por una
105 parte, el contenido (información, medio/código/canal y distribución), luego la
106 comunicación (local/remota, de igual a igual, alumno-tutor) y por último la construcción
107 (individual-cooperativa) (Morán, 2012, p.4).

108

109 **2.1.3 Aula invertida**

110

111 Es un enfoque pedagógico en el que la instrucción directa se mueve desde el espacio
112 de aprendizaje colectivo hacia el espacio de aprendizaje individual, y el espacio
113 resultante se transforma en un ambiente de aprendizaje dinámico e interactivo en el
114 que el educador guía a los estudiantes a medida que se aplican los conceptos y puede
115 participar creativamente en la materia. (Bergmann y Sams, 2014, citado por Fidalgo
116 et. al., 2020)

117

118 La idea básica inherente a este modelo educativo, según Berenguer-Albaladejo (2016)
119 sería la de promover que el alumno trabaje por sí mismo fuera del aula los conceptos
120 teóricos a través de diversas herramientas que el docente pone a su alcance,
121 principalmente vídeos o podcasts grabados por su profesor o por otras personas (pero
122 no exclusivamente), y el tiempo de clase se aproveche para resolver dudas
123 relacionadas con el material.

124

125 **3. Resultados y análisis**

126

127 Parte del trabajo realizado previo a la elaboración del material fue conocer los puntos
128 a favor y en contra de los modelos investigados al ponerse en práctica para un material
129 didáctico.

130

131

132

133
134

Tabla 1. Análisis de modelos con uso de TIC para adaptarse a materiales didácticos

Modelo/Análisis	Ventajas	Desventajas
<i>e-learning</i>	<ul style="list-style-type: none"> • Se propicia una alfabetización digital al alumno a la vez que el acceso a la información es fácil. • Se potencia una autonomía en el proceso de aprendizaje. (López, 2014). 	<ul style="list-style-type: none"> • El trabajo es a distancia, ya sea de manera síncrona o asíncrona, requiere seguimiento de un docente. • Demanda la construcción de un lugar en línea para alojar las actividades y evaluar los aprendizajes logrados por los estudiantes.
<i>b-learning</i>	<ul style="list-style-type: none"> • Permite al alumno buscar nuevas herramientas y recursos para la captación de conocimiento (Reyes, 2017). 	<ul style="list-style-type: none"> • Se deben diseñar actividades en el aula y contar con un lugar en línea. • Las tareas en línea deben ser evaluadas y retroalimentadas.
Aula invertida	<ul style="list-style-type: none"> • Fomentar pensamiento crítico y reflexivo. • Las actividades en casa son una extensión de las de clase. 	<ul style="list-style-type: none"> • Búsqueda y/o diseño de elementos en línea (videos, applets, etc.) que se adapten a las necesidades del currículo.

135

136 Con el análisis de la tabla 1, consideramos que el modelo que mejor se puede
 137 implementar para el diseño y elaboración de un cuaderno de trabajo para matemáticas
 138 a nivel bachillerato es el modelo de aula invertida, para el trabajo a distancia.

139

140 Sin embargo, los materiales didácticos no pueden solo estar basados en un solo
 141 enfoque, por lo que consideramos un enfoque híbrido que (Osorio, 2010) define a los
 142 ambientes híbridos como aquellos van más allá de complementarse la presencialidad
 143 con la virtualidad, o la virtualidad con la presencialidad, sino más bien se trata de la
 144 integración de ambas modalidades.

145

146 El diseño de las diferentes actividades que se elaboraron para el cuaderno de trabajo
 147 incluyó: Uso de las TIC, trabajo presencial, aula invertida, resolución de problemas

148 reales, aprendizaje basado en investigación o en proyectos y aprendizaje basado en
149 juegos.

150

151 **4. Conclusiones**

152

153 En la actualidad, el diseño y elaboración de materiales didácticos se ha visto
154 modificado por las nuevas necesidades que han surgido a partir de la pandemia de la
155 COVID-19, permeando en la implementación de modelos didácticos que incorporan el
156 uso de TIC.

157

158 Existe variedad de modelos didácticos que trabajan a distancia, algunos
159 completamente en línea, otros como una mezcla en línea y a distancia, lo importante
160 es tener claro cuál o cuáles se pueden adaptar a las necesidades curriculares y
161 didácticas que se quieren lograr con los materiales por elaborar, sin olvidar que estos
162 se generan como apoyo para docentes y estudiantes, tanto en cursos ordinarios como
163 posiblemente en Programas de Apoyo al Egreso.

164

165 En la elaboración de nuestro cuaderno de trabajo fue crucial analizar el aspecto
166 disciplinario, pedagógico-didáctico y el modelo Educativo del Colegio, con la finalidad
167 de realizar un material de calidad, adaptado a la nueva normalidad y los programas de
168 estudio vigentes en nuestra institución.

169

170 **5. Referencias**

171

172 • Bartolomé, A. R. (2004). Blended learning. Conceptos básicos. *Pixel-Bit: Revista de Medios y Educación*, 23, 7-20.

173

174 • Berenguer-Albaladejo, C. (2016). Acerca de la utilidad del aula invertida o
175 flipped classroom. En *XIV Jornades de xarxes d'investigació en docència universitària*, 1466-1480.

176

177 • Bernárdez, M. L. (2007). *Diseño, producción e implementación de e-learning: Metodología, herramientas y modelos*. AuthorHouse: United States of America.

178

179 • Fidalgo, Á., Sein-Echaluce, M. L., & García, F. J. (2020). *Aula Invertida: Una visión conceptual*. (Versión 1). Zenodo.

180

181 • Gómez, L. (2017). B-Learning: ventajas y desventajas en la educación superior. En *VII Congreso Virtual Iberoamericano de Calidad en Educación Virtual y a Distancia EduQ@ 2017*.

182

183 • López, J. M. S., Garrido, C. D., & Castillo, V. M. (2014). Valoración de los obstáculos, ventajas y prácticas del e-learning: un estudio de caso en Universidades Iberoamericanas. *Educatio Siglo XXI*, 32, 195-220.

184

185 • López-Iñesta, E., & Sanz, M. T. (2021). Estudio de dos modelos de aprendizaje semipresencial en educación superior. *Latin-American Journal of Physics Education*, 15(1), 1317-1 – 1317-8.

186

187 • Morán, L. (2012). Blended-learning. Desafío y oportunidad para la educación actual. *EDUTEC. Revista Electrónica de Tecnología Educativa*, (39), 1-19.

188

189

190

191

-
- 192 • Osorio, L. (2011). Ambientes híbridos de aprendizaje. *Actualidades*
193 *Pedagógicas*, (58), 29-44.
194 • Vallejo, N. (2010). Metodología de elaboración de materiales didácticos
195 multimedia accesibles. En *Congreso Euro-Iberoamericano de Alfabetización*
196 *Mediática y Culturas Digitales*. Universidad de Sevilla.

MEMORIAS DEL
Congreso Internacional
Sobre la Enseñanza y Aplicación de las Matemáticas

ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE MATEMÁTICAS AL IMPLEMENTAR TECNOLOGÍAS EN LA NUEVA MODALIDAD

Brenda Berenice Báez García^{1, *}

¹UNAM. Colegio de Ciencias y Humanidades Plantel Vallejo. Av. 100 metros, Esq. Fortuna, Magdalena de las Salinas, Alcaldía Gustavo A. Madero, C.P. 07760. Ciudad de México

EN-POSM058

Resumen

El trabajo muestra la metodología didáctica resolución de problemas, para lograr los principios educativos del Colegio de Ciencias y Humanidades (CCH), con la intención de que los estudiantes adquieran habilidades de pensamiento que les permita aprender a aprender, para ser capaces de adquirir por sí mismos nuevos conocimientos, aprender a hacer a través de analizar e interpretar el mundo que los rodea, para ello se presenta una secuencia didáctica que se trabaja de manera presencial y en línea implementado las Tecnologías de Información y Comunicación (TIC).

Consecuentemente, se exponen problemáticas, para despertar el interés de los estudiantes y así reflexionen, para dar sentido a lo que obtienen y comprendan, descubran conceptos y métodos en diferentes situaciones, generalicen la resolución y solución de los problemas, adjuntando los procedimientos realizados, propiciando que aprendan a ser, al fomentar que los estudiantes transiten de forma organizada y creativa en el proceso de resolución de problemas, permitiendo que aprendan a convivir y ser entes sociales, de este modo se fomenta la honestidad, respeto, tolerancia, donde se descubrirán y construirán con sus pares su conocimiento, colocando al estudiante como el principal actor en la búsqueda de su aprendizaje.

Se muestra la implementación de las TIC en la dinámica educativa, mediante recursos educativos digitalizados, componentes educativos, productos, recursos didácticos de aprendizaje y aplicaciones, ajustadas al contexto y necesidades de los estudiantes, nuevos mecanismos de transmisión, interacción y construcción de conocimiento, habilidades, evaluación de aprendizajes, en el proceso de enseñanza-aprendizaje, para alcanzar los propósitos de la asignatura de Matemáticas I, con respecto a la unidad y temática establecida en el Programa de Estudios del CCH.

Palabras clave: metodología, resolución de problemas, principios, habilidades y aplicaciones

1. Introducción

La columna vertebral de la metodología didáctica del Colegio de Ciencias y Humanidades es la resolución de problemas, donde Pomés (1991), comenta que el desarrollo cognitivo se potencia a través de la resolución de problemas, asimismo, la teoría del constructivismo analiza la resolución de problemas, desde el proceso y el contenido en el que se contextualiza el problema, poniendo énfasis en su representación mental, en su comprensión por parte del educando y, en definitiva, en las ideas previas de éste sobre los conceptos implicados.

La resolución de problemas se basa en el planteamiento de situaciones que exijan de los estudiantes una actitud activa y un esfuerzo por buscar sus propias respuestas, su propio conocimiento, por ello la educación centrada en la resolución de problemas

¹ * Brenda Berenice Báez García. E-mail: brendaberenice.baez@cch.unam.mx Tel. 55-80-25-17-64

46 fomenta en los estudiantes el dominio de procedimientos, así como la utilización de los
47 conocimientos disponibles para dar respuesta a situaciones cambiantes y distintas.

48

49 La enseñanza de las matemáticas atiende los principios educativos del Colegio de
50 Ciencias y Humanidades, los cuales son: aprender a aprender, el cual consiste en que
51 los educandos sean capaces de adquirir nuevos conocimientos por propia cuenta, es
52 decir, se apropiarán de una autonomía congruente a su edad; aprender a hacer,
53 permitirá que desarrollen habilidades que les permita poner en práctica lo aprendido
54 en el aula y aprender a ser, permite que además de adquirir conocimientos científicos
55 e intelectuales, los educandos desarrollen valores humanos, cívicos y éticos.

56

57 Las TIC son herramientas que hacen posible nuevas interacciones con la información
58 y permiten nuevos modos de producción de esta, pero que no reemplazan la acción
59 del docente y los estudiantes, por lo que al incorporarlas en el proceso de enseñanza-
60 aprendizaje, se debe definir desde que perspectiva se hará uso de estas herramientas,
61 considerando que son un apoyo para el aprendizaje.

62

63 Díaz Barriga y colaboradores (2009: p. 65) afirman, que la introducción de las TIC en
64 educación no garantiza por sí misma la inclusión ni la equidad social, como tampoco
65 la mejora de la calidad o la innovación en la educación, a su vez Kriscautzky y Martínez
66 (2010), comentan que el profesor, se vuelve central en el proceso de enseñanza si se
67 concibe como un agente alfabetizador que crea situaciones para que los alumnos se
68 apropien de nuevos conocimientos útiles para desenvolverse en el entorno digital,
69 utilizándolas para apoyar, mejorar y provocar nuevos aprendizajes en los alumnos;
70 potenciar las posibilidades de enseñanza del profesor; y formar a ambos, estudiantes
71 y profesores, como ciudadanos del siglo XXI.

72

73 **2. Metodología o desarrollo**

74

75 **2.1 Impacto y utilidad de las TIC en el proceso enseñanza-aprendizaje**

76

77 La implementación de las TIC se lleva a cabo desde el enfoque constructivista como
78 herramientas para promover una enseñanza donde el estudiante construye el
79 conocimiento a través de actividades significativas, apropiándose al mismo tiempo de
80 contenidos disciplinares y de códigos culturales.

81

82 En el proceso de enseñanza-aprendizaje, al utilizar las TIC se tiene como propósito
83 apoyar, mejorar y provocar nuevos aprendizajes en los educandos, además potenciar
84 las posibilidades de enseñanza en el profesor y formar a ambos como ciudadanos en
85 el siglo XXI, por ello se requieren habilidades digitales, como: dimensión instrumental,
86 cognitiva, actitudinal, política, ética, didáctica así como plantear las actividades de
87 enseñanza con el uso de TIC y justificar la elección de cada herramienta en función de
88 los propósitos de enseñanza. Area (2005: p. 8) comenta que las habilidades son un
89 conjunto de saberes (saber hacer y saber sobre el hacer) relacionados con el uso de
90 herramientas de comunicación, acceso, procesamiento y producción de la información.

91 El uso de las TIC en la nueva modalidad permite complementar, diferir o conjugar
92 actividades del aula con actividades a distancia, para ello se requiere definir qué
93 contenidos académicos necesariamente requieren un trabajo cara a cara y cuáles
94 pueden tratarse a través de medios tecnológicos sin la presencia física del profesor o
95 los pares, con la intención que apoyen en el proceso de la construcción de
96 conocimientos y puedan practicar en la medida de lo posible y así resuelvan
97 problemas, trabajen de manera colaborativa, accedan a la información y se
98 comuniquen en un marco seguro de manera responsable.
99



Fuente: Kriscautzky, M. (2019).

100
101
102
103
104
105
106
107
108
109
110
111
112
113
114
115
116
117
118
119
120
121
122
123
124
125
126

2.2 Implementación de las TIC en la enseñanza y aprendizaje de Matemáticas I

Es importante plantearnos como docentes, cómo lograr que los estudiantes se apropien de los aprendizajes y construyan su conocimiento al utilizar las TIC, para ello el docente debe de crear una serie de actividades alfabetizadoras dirigidas que promuevan la lectura y escritura, como lo comenta Pérez (2018).

Por lo cual, el docente diseña actividades donde los estudiantes, desarrollan habilidades, para potenciar su desempeño académico, en este caso se presenta una secuencia didáctica de la asignatura de **Figura 1. Propósitos principales al utilizar las TIC. Matemáticas I** de la Unidad 4 Sistemas de ecuaciones lineales, con respecto a la temática Solución de un sistema de ecuaciones lineales con dos variables por los métodos de: igualación y sustitución, relacionada al aprendizaje: Resuelve algebraicamente problemas que lleven a un sistema de ecuaciones lineales con dos variables, por lo que se señala y guía para diferenciar la información que es importante y se pone en manos de los estudiantes la tecnología para que ellos resuelvan problemas relacionados con la asignatura de Matemáticas I.

Para ello, se comienza con la aplicación de un examen diagnóstico, el cual tiene como propósito conocer los conocimientos previos de los estudiantes y las necesidades de los educandos para poder realizar las adecuaciones a la planificación de la secuencia didáctica, con la intención de orientar con mayor efectividad y asegurar la pertinencia del proceso de enseñanza-aprendizaje, esto se realizó, utilizando un cuestionario en Microsoft Forms.

127 En el examen diagnóstico se presentan preguntas relacionadas al planteamiento de
 128 sistemas de ecuaciones lineales, y su solución a través de su representación tabular,
 129 exploración gráfica y algebraica, se solicita que utilicen los métodos de igualación,
 130 sustitución, además de presentar sistemas equivalentes de ecuaciones, de igual forma
 131 se resolverán sistemas de ecuaciones 2×2 y 3×3 a través de obtener un sistema
 132 triangular equivalente de ecuaciones. En este caso se muestra que la media de
 133 respuestas correctas es 1.6, por lo que se detecta que existe una gran dificultad con
 134 respecto a los sistemas de ecuaciones lineales, detectando que el 61.4 % de los
 135 estudiantes identifica un sistema de ecuaciones 2×2 , mientras que 19% de los
 136 estudiantes identifica correctamente el comportamiento de la solución del sistema de
 137 ecuaciones lineales con respecto a la gráfica.
 138

Examen diagnóstico de Matemáticas I Unidad 4. Sistemas de ecuaciones lineales

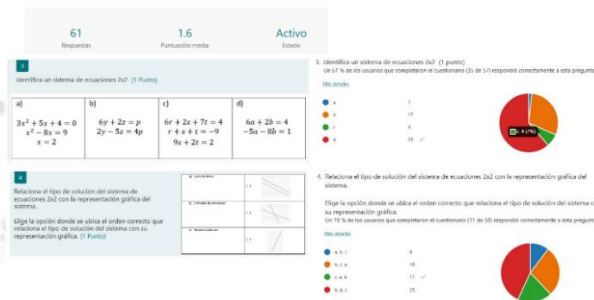


Figura 2. Examen diagnóstico Sistemas de Ecuaciones Lineales

139
 140
 141
 142
 143
 144
 145
 146
 147
 148
 149

A partir de los logros detectados y lo que falta por alcanzar, así como los principales problemas de aprendizaje y para atender la diversidad de los educandos, para alcanzar los propósitos que se señalan en el Programa de Estudios de Matemáticas, se tomó como acción guiar y orientar a los estudiantes, para realizar una investigación apoyándose en el Portal Académico, en la Red Universitaria del Aprendizaje (RUA), sobre: sistema de ecuaciones lineales, para ello se les señalaron las páginas y se les hizo entrega de una rubrica de evaluación esto se habilito en la Plataforma de Teams, lo cual permitía que los estudiantes conocieran en donde realizar la búsqueda y conocieran lo que se les evaluaría.

150
 151
 152
 153
 154
 155
 156

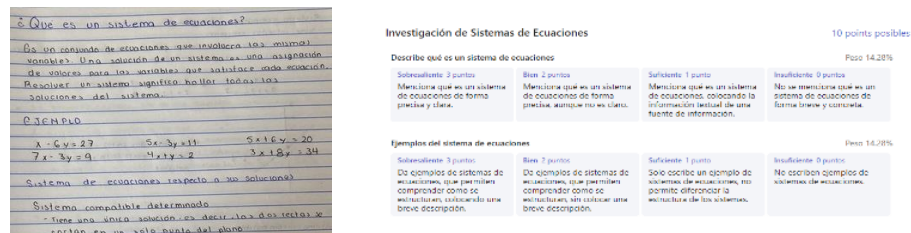


Figura 3. Investigación Sistemas de Ecuaciones Lineales y rubrica de evaluación

157
 158
 159
 160
 161

Posteriormente se trabajó en equipo, con la intención de que compartieran sus investigaciones y realizaran un producto en equipo, el cual consistía en desarrollar un organizador que mostrará su información resaltando, lo que es un sistema de ecuaciones, ejemplos de ella y los diferentes métodos, de igual forma realizaron una

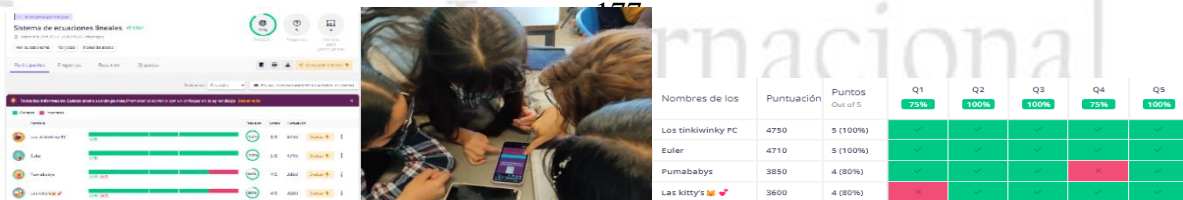
162 rubrica de coevaluación, la cual permitía que evaluaran el desempeño reflejado por
 163 parte de sus compañeros en la participación de su producto.



Para el nombre de cada uno de tus compañeros de tu equipo, puedes poner un número del 0 al 10 el cual consideres que representa su desempeño en las actividades generadas en equipo.									
Nombre de los compañeros de tu equipo	Rol	Propone propuestas para realizar el trabajo	Trajo los materiales para hacer la actividad	Ayuda al equipo para hacer la actividad	Es respetuoso/a con el equipo	Respeto las ideas y opiniones de los integrantes del equipo	Colabora en la elaboración de su producto	Se encuentra durante toda la elaboración del trabajo	Calif.
KARLENE CERRON PÉREZ	COORDINADORA DE ACTIVIDADES	10	10	10	9	10	10	10	10
REBECCA DELACRUZ AMARAL	SUBCOORDINADORA DE TRABAJO	10	10	10	9	10	10	10	10
MARIBEL OLIVERA VALDEZ	SUBCOORDINADORA DE SOCIALES	10	10	10	10	10	10	10	10
MARIBEL OLIVERA VALDEZ	COORDINADORA	10	10	10	10	10	10	10	10

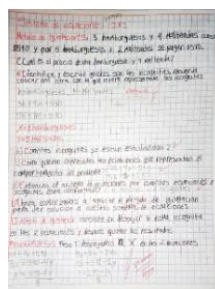
169 **Figura 4. Organizador del equipo y rubrica de coevaluación del trabajo en equipo.**

170 Una vez que trabajaron de manera individual y en equipo se realiza un juego en Quizz,
 171 esté se desarrolla en equipo con la participación de todos los integrantes, con el
 172 propósito de conocer el dominio adquirido acerca de los sistemas de ecuaciones, para
 173 conocer las necesidades de los educandos, en los resultados se puede observar el
 174 90% de precisión, mostrándose que un equipo tiene dificultades en identificar sistemas
 175 de ecuaciones 2×2 y otro equipo muestra dificultades en identificar el método gráfico,
 176 por lo que se les proporciona materiales para que lo consulten, así como asesorías.



179 **Figura 5. Contestar un Quizz del sistema de ecuaciones en equipo.**

180 Posteriormente se brinda prácticas para que las trabajen de manera individual y
 181 después en equipo, donde se monitorea lo que van respondiendo y se les señala que
 182 deben de hacer correcciones y escribirlas con otro color sin borrar lo que habían
 183 colocado, con la intención de que los estudiantes observen lo que habían hecho y
 184 tengan cuidado para que no lo repita, en la práctica se puede observar que no identifica
 185 correctamente las incógnitas.



186 **Figura 6. Práctica**

187 Una vez trabajado con los diferentes métodos de sistemas de ecuaciones, se realiza
 188 una exposición en equipo, para ello se les asigna un método diferente para exponer,
 189 se les entrega una rubrica de evaluación para que los estudiantes conozcan lo que se
 190 les evaluará y preparen el material de su exposición, se asignan roles entre ellos el rol
 191 del expositor, cuando se lleva a cabo la exposición se les entrega a cada equipo una
 192 hoja de la rúbrica para que evalúen al equipo y les realicen observaciones, así como
 194

195 externar frente a grupo sus dudas presentadas en la exposición, las cuales se
196 atenderán por parte del equipo expositor, al final de cada exposición una vez que se
197 haya evaluado al equipo, resalté los puntos más importantes en cada método, además
198 de detallar en las preguntas realizadas por parte de los estudiantes.

199

200

201

202

203

204

205

206

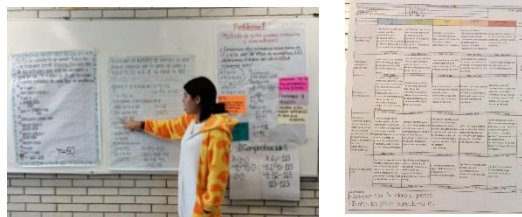


Figura 7. Exposición de sistema de ecuaciones lineales y rubrica de exposición.

207

208

209

210

211

212

213

214

215

216

217

218

219

220

221

222

223

224

225

226

Por último, se les brinda un cuaderno interactivo digital en la aplicación de Liveworksheets en donde los estudiantes tienen acceso a diferentes materiales para que los realicen, estos se programan para que los puedan repetir 3 veces, con la intención de que practiquen, algunos de los temas propuestos son: modelar el sistema de ecuaciones que represente la situación planteada en el problema, identificar el tipo de sistemas de ecuaciones, realizar los diferentes métodos de solución para sistemas de ecuaciones lineales, esta aplicación es de gran utilidad porque permite que los estudiantes puedan practicar después de clase e identificar si fuera el caso en donde está ocurriendo y poder corregirlo, por ello se les solicita que realicen los procedimientos en el cuaderno, para que puedan revisarlos y hacer las correcciones pertinentes, dando seguimiento a sus procedimientos.

Algunos de los resultados por parte de los estudiantes al utilizar la aplicación de Liveworksheets son los siguientes (Figura 8), en ella se puede ver el avance y comprensión que se tiene por parte de los educandos y poder guiarlos en el aula, para puntualizar sobre lo que se observa de forma particular, es decir con cada estudiante y brindar material adecuado, asimismo, realizar puntuaciones de forma general al grupo, y a su vez trabajar en equipo, donde se formulan equipos con estudiantes que serán el pilar en el equipo, esto permite que los estudiantes que comprendieron el tema apoyen a sus compañeros que presentan alguna dificultad y puedan subsanarla.

227

228

229

230

231



Figura 8. Cuaderno interactivo Liveworksheets y resultados

232 También es importante señalar que los estudiantes observan de color azul las
 233 respuestas que se han contestado correctamente, mientras que las respuestas
 234 incorrectas, se presentan con color rojo, esto permite que los estudiantes conozcan
 235 que está sucediendo con su actividad, así como su calificación al instante.
 236 En la figura 9, se observa que el estudiante tiene dificultades con identificar las
 237 incógnitas que está trabajando el contexto del problema, del mismo modo se observa
 238 que se enmarcan las ecuaciones de forma incorrecta debido a que se tiene
 239 programado que se señale la primera ecuación conforme el orden en el que aparece,
 240 estrictamente no es incorrecto, aunque es importante señalarlo a los estudiantes, esto
 241 les permite tener un orden y ser sistematizados con los procedimientos y en caso de
 242 tener dificultades sean fáciles de detectar.

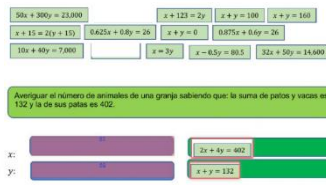


Figura 9. Comportamiento de la modelación

252 En el ejercicio que consiste en clasificar y dar a conocer la solución del método gráfico
 253 del sistema de ecuaciones 2×2 , se observa que no presenta dificultades para
 254 identificar el tipo de sistema con respecto al comportamiento gráfico, clasificándolos
 255 en sistema compatible determinado, sistema compatible indeterminado y sistema
 256 incompatible, mientras que si presenta dificultades, al representar la coordenada
 257 cartesiana e indicar la solución, invirtiendo las coordenadas, por lo que es importante
 258 realizar la corrección de manera personal y en grupo hacer hincapié de ello.

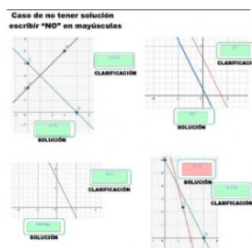


Figura 10. Clasificación y solución por método gráfico.

269 En el caso del método de igualación se observa que presenta dificultades al inicio para
 270 realizar el despeje, aunque logra corregirlo al momento de despejar "y", esto se puede
 271 deber a que hubo un descuido, debido a que en la segunda ecuación se encuentra
 272 contestado correctamente, aunque es necesario señalar lo que está sucediendo.

276
 277
 278
 279
 280
 281
 282
 283
 284
 285
 286
 287
 288
 289

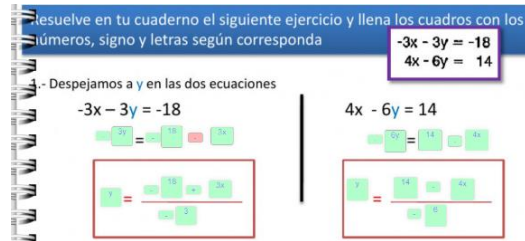


Figura 11. Método de igualación.

Para el caso del método de sustitución se observa que se están omitiendo pasos por lo que la aplicación lo señala como error, aunque se observa que el resultado a pesar de omitir algunos procedimientos es correcto. Por lo que es importante señalar a los estudiantes que realizar todos los pasos permite que, si se llegaron a presentar errores, esto ayuda a identificarlos de manera rápida y segura.

290

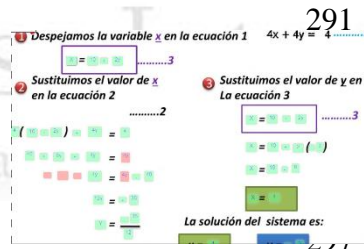


Figura 12. Método de sustitución.

298
 299
 300
 301
 302
 303
 304

Para el caso del método de suma y resta se observa que al realizar la sustracción omitió la incógnita “y”, es importante señalar que al realizar la operación se debe conservar la incógnita, el resultado final es correcto, el otro error que se señala es al sustituir el valor de $y = 5$, en la ecuación 1, esto es porque se invirtieron los valores.

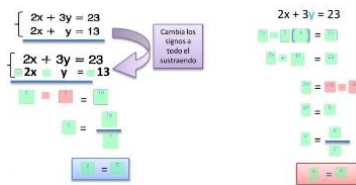


Figura 13. Método de suma y resta.

305
 306
 307
 308
 309
 310
 311
 312

Se utilizó la aplicación Reflect para conocer cómo se sienten los estudiantes en las sesiones con el objetivo de conocer sus emociones, esto permite percibir su sentir sobre el desarrollo de las sesiones y detectar alguna situación que se presente y poder solucionarla. En este caso, 6 estudiantes señalan que se sienten inquietos, sorprendidos, bloqueados, por ello se realizó una entrevista con ellos y así tener soluciones.



Figura 14. Reflect

314

315

316 3. Resultados y análisis

317

318 Al implementar en el proceso de enseñanza-aprendizaje las TIC, con un propósito
319 enmarcado en el Programa de Estudios, se observa que son de gran utilidad, donde
320 el profesor da seguimiento a los educandos y conoce que está sucediendo en las
321 actividades, su constancia en el trabajo, participación, dominio del tema, dificultades y
322 así proponer materiales y actividades que generen la adquisición del conocimiento de
323 forma autónoma, además de atender oportunamente las áreas de oportunidad, por ello
324 el docente es un guía y facilitador del aprendizaje, asimismo, los estudiantes pueden
325 acceder a los diferentes contenidos y poder practicar en el momento que lo requieran.
326 Lo anterior, se constata, al revisar las actividades realizadas por parte de los
327 educandos, donde se aprecia un gran avance en la adquisición de sus aprendizajes,
328 debido a que en el diagnóstico se tenía una media de 1.6 reactivos correctos, por ello
329 se implementó en la planificación actividades para buscar información en el portal
330 académico, en la RUA, rubricas en diferentes momentos para poder realizar
331 adecuadamente sus actividades, trabajar en equipos para socializar y construir sus
332 conocimientos, además se implementaron diferentes actividades con plataformas,
333 para trabajarlas de forma síncrona y asíncrona, presentando resultados favorables.

334

335 4. Conclusiones

336

337 La implementación de las TIC en el aula y fuera de ella deben de tener una
338 intencionalidad, con el fin de que los estudiantes adquieran conocimientos de
339 Matemáticas I, las cuales permitieron desarrollar la metodología didáctica resolución
340 de problemas y lograr poner en práctica los principios educativos del Colegio de
341 Ciencias y Humanidades (CCH), desarrollándose habilidades de pensamiento.

342

343 5. Índice de referencias

344

- 345
- 346 • Area, M. (2005). Las tecnologías de la información y comunicación en el sistema
347 escolar: una revisión de las líneas de investigación. *Revista Electrónica de
348 Investigación y Evaluación Educativa*. 11(1), 8
 - 349 • Díaz, F., Hernández, G.& Rigo, M. (2009). Aprender y enseñar con TIC en
350 educación superior: contribuciones del socioconstructivismo. México, Facultad
351 de Psicología, UNAM. Pp. 65
 - 352 • Oviedo, P. (2006). La resolución de problemas. Una estrategia para aprender a
aprender. *Revista de la Universidad de la Salle*. (41), 31-39

- 353 • Pérez, L. (2018). El desarrollo de la alfabetización inicial en los niños del nivel
- 354 de educación inicial.
- 355 • Pómes, J. (1991). La metodología de resolución de problemas y el desarrollo
- 356 cognitivo: un punto de vista postpiagetiano. *Enseñanza de las Ciencias*. 9(1),
- 357 78-82.
- 358 • Kriscautzky, M. (2019). ¿Cómo y por qué nos formamos los docentes en el uso
- 359 de tecnología?. *Revista Digital Universitaria*, 20(6)
- 360 • Kriscautzky, M. Laxague, Martínez, M. (2010). Las TIC en la enseñanza.
- 361 Alfabetización digital y formación de profesores de nivel superior

MEMORIAS DEL
Congreso Internacional
Sobre la Enseñanza y Aplicación de las Matemáticas

EVALUACIÓN DE MATEMÁTICAS II MEDIANTE LAS TIC

Brenda Berenice Báez García*¹

¹UNAM. Colegio de Ciencias y Humanidades Plantel Vallejo. Av. 100 metros, Esq. Fortuna, Magdalena de las Salinas, Alcaldía Gustavo A. Madero, C.P. 07760. Ciudad de México

AP-POSM060

Resumen

El presente trabajo muestra la aplicación de Tecnologías de Información y la Comunicación en el proceso de evaluación de la asignatura de Matemáticas II, en el ciclo escolar 2022-2, por ello se transita en las etapas de evaluación: diagnóstica, formativa y sumativa, para realizar en cada proceso una valoración global y objetiva del proceso de enseñanza-aprendizaje y realizar los ajustes a la planeación para un aprendizaje significativo.

Palabras clave: proceso de enseñanza-aprendizaje, evaluación, diagnóstica, formativa y sumativa.

1. Introducción

Se presenta la aplicación de Tecnologías de Información y la Comunicación (TIC) en el proceso de evaluación, por ello se muestra cómo se desarrollaron las tres etapas de evaluación: diagnóstica, formativa y sumativa, para la asignatura de Matemáticas II, Unidad 1 Ecuaciones cuadráticas, con respecto a la temática, problemas que dan lugar a ecuaciones cuadráticas con una incógnita, relacionada al aprendizaje: Analiza las condiciones que se establecen en el enunciado de un problema, y expresa las relaciones entre lo conocido y lo desconocido a través de una ecuación de segundo grado.

Es importante describir qué es la evaluación, cuáles son las fases, qué se realiza en cada una de ellas y cuál es su función en el proceso de enseñanza aprendizaje.

La evaluación educativa es un proceso pedagógico cognitivo, que tiene como propósito mejorar la calidad de aprendizajes, donde Jorba & Sanmartín, 2018 nos comenta que la evaluación es un eje, en la educación, dado que con ella se puede definir qué, cómo y cuándo se enseña, y los ajustes que se deben introducir para atender a la diversidad de necesidades que se generan en el aula, motivo por el cual, al evaluar se recolecta información sobre los resultados del proceso educativo, se interpretan los resultados con el objetivo de valorarlos y sobre dicha valoración tomar decisiones, como lo señala García Ramos, 1989.

En la evaluación se identifican tres etapas significativas, las cuales son: evaluación diagnóstica (inicial), evaluación formativa (intermedia, continua o procesal) y evaluación formativa (final). Coll, 1991 señala que la evaluación diagnóstica implica

* Autor para la correspondencia. E-mail: brendaberenice.baez@cch.unam.mx Tel. 55-80-25-17-64

39 logística, insumo de tiempo y se requiere rapidez de reconversión de una planificación
40 del proceso de enseñanza y de aprendizaje. Mientras que Plencovich, 1998, comenta
41 que la evaluación diagnóstica, permite a los docentes la toma de decisiones sobre la
42 organización, orientando la formulación de los objetivos, la selección y organización
43 de las actividades y secuencias didácticas e incluso permite una más ajustada
44 selección del sistema de evaluación.

45 En consecuencia, los resultados de la evaluación diagnóstica permiten al docente
46 determinar el nivel de aprendizaje de los estudiantes, con respecto a una unidad,
47 temática o aprendizaje y con ello adecuar la planeación conforme a las necesidades
48 del grupo de estudiantes

49 Mientras que la evaluación formativa, consiste en la valoración a través de la
50 recolección continua y sistemática del proceso de aprendizaje de los estudiantes a lo
51 largo de un periodo de tiempo, para lograr un objetivo y conocer cuáles son sus
52 dificultades que se presentan en el transcurso de las sesiones y poder resolverlas de
53 manera inmediata, esto se lleva monitoreando las actividades con diálogo dirigido, este
54 puede ser grupal, en equipo o individual, dependiendo de las necesidades del grupo y
55 con ello tomar decisiones de mejora sobre la marcha, lo cual induce a hacer un alto en
56 el camino y determinar los procesos de reforzamiento que deben ser aplicados para
57 ayudar a los estudiantes a alcanzar los propósitos planteados.

58 Ahora bien, Camilloni, 1998 señala que en la evaluación sumativa, se designa la forma
59 mediante la cual se mide y juzga el aprendizaje con el fin de certificarlo y asignar
60 calificaciones, con ella se pretende valorar la conducta final que se observa en el
61 estudiante, para avalar, que se han alcanzado los propósitos establecidos, al término
62 de una etapa del proceso enseñanza-aprendizaje, y con ello hacer una recapitulación
63 o integración de los contenidos de aprendizaje, para verificar sus resultados.

64 Es así como, con la evaluación sumativa, se determina si los estudiantes lograron los
65 objetivos educacionales estipulados, y en qué medida fueron obtenidos por cada uno,
66 teniendo como propósito tomar decisiones pertinentes para asignar una calificación a
67 cada estudiante que refleje la proporción de propósitos logrados.

68 Para llevar a cabo en el proceso de enseñanza aprendizaje, la aplicación de las TIC
69 en las diferentes etapas de evaluación, se realizó una selección de las aplicaciones
70 que se podían utilizar conforme a la estrategia, tipos de evaluación y su función, con
71 el fin de que exista una estrecha relación entre lo que se enseña, aprende y evalúa,
72 además de una pertinente y coherente selección de la tecnología en relación con la
73 metodología y estrategia utilizada (Esteve Mon y Gibert Cervera, 2011).

74 **2. Metodología o desarrollo**

75

76 **2.1 Evaluación diagnóstica**

77 Se comienza elaborando y aplicando una evaluación diagnóstica para conocer las
78 necesidades grupales e individuales de los educandos, ayudando a la generación de

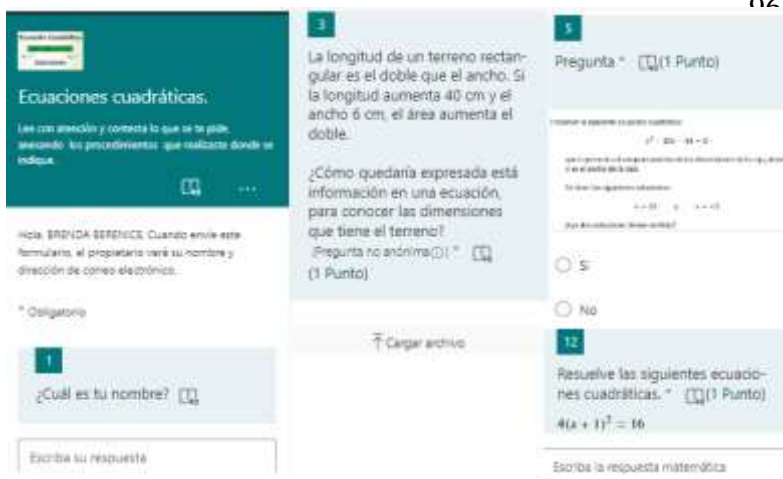
79 la secuencia didáctica para potencializar el crecimiento de su pensamiento a través
 80 del cuestionamiento y la crítica constructiva.

81 Para ello se utiliza la plataforma de Teams, para el seguimiento de sus actividades,
 82 así como la plataforma de Zoom para las sesiones y esclarecimiento de dudas,
 83 además de diversas herramientas digitales para conocer si los temas son
 84 comprendidos, con la finalidad de apoyar a los educandos, durante dicha situación y
 85 posterior a la misma.

86 Donde, la evaluación diagnóstica consistió en seleccionar los contenidos que se
 87 debían evaluar para conocer las características de los educandos y conocer sus
 88 experiencias previas a través del planteamiento de las soluciones de los ejercicios,
 89 esto me permitió realizar ajustes a las secuencias didácticas, con respecto a las
 90 características de aprendizaje del grupo y de cada estudiante.

91 Para realizar la evaluación diagnóstica, se realizó un formulario, en Microsoft Forms,
 92 donde se plantearon reactivos abiertos, donde el estudiante debe elegir, diseñar y
 93 comunicar un procedimiento de resolución también consiste en reactivos de opción
 94 múltiple, donde eligen una respuesta.

95 **Figura 1. Representación del examen diagnóstico en Microsoft Forms**



La figura 1, muestra algunas preguntas que se realizaron, donde los estudiantes podían cargar los procedimientos realizados, elegir una opción, o escribir la ecuación que representaba el comportamiento de la situación o bien la solución.

Las preguntas se clasificaron para analizar las condiciones que se

109 establecen en el problema y expresar la ecuación, relacionar lo conocido con lo
 110 desconocido, realizar un esquema, interpretar el significado de las soluciones a través
 111 del contexto del problema, relacionar lo que se tiene con lo que se quiere conocer, dar
 112 sentido a las soluciones, relacionar las ecuaciones cuadráticas de la forma $x^2 = b$,
 113 $ax^2 = b$, $ax^2 + b = c$, $a(x + b)^2 + c = d$, $(x + b)(x + c) = 0$, resolver la ecuación
 114 cuadrática por factorización, por el método de completar un trinomio cuadrado
 115 perfecto, identificar los parámetros a, b, c , y resolver la ecuación cuadrática por la
 116 fórmula general e identificar la naturaleza de las raíces.

157 didácticas, seleccionar materiales para las actividades, realizar ajustes pertinentes y
 158 diseñar la evaluación formativa.

159 Al realizar el análisis de los resultados del examen diagnóstico (Figura 5), se observa
 160 en el grupo 216 B que el 74% de los estudiantes no presentan dificultades en resolver
 161 la ecuación cuadrática de la forma $(x + b)(x + c) = 0$, mientras que todos los
 162 estudiantes tienen dificultades en interpretar la solución de la ecuación cuadrática en
 163 el contexto de un problema. Mientras que el 46% de los estudiantes analizan las
 164 condiciones que se establecen en el problema y lo expresan a través de una ecuación
 165 cuadrática y de igual forma relacionan lo conocido con lo desconocido en un esquema
 166 e identifican si las soluciones tienen sentido con respecto al problema, teniendo un
 167 63% de estudiantes que argumentan porque las soluciones tienen sentido o no.

168 **Figura 5. Porcentaje de aciertos por reactivo**

Matemáticas II Grupo 216 B																	
Porcentaje de aciertos por reactivo																	
	1	2	3a	3b	3c	4a	4b	4c	4d	4e	5a	5b	6	7	8	9	10
1	35	35	30	26	0	65	61	30	74	65	61	65	70	57	22	70	65
2	65	65	70	74	100	35	39	70	26	35	39	35	30	43	78	30	35

Matemáticas II Grupo 241 A																	
Porcentaje de aciertos por reactivo																	
	1	2	3a	3b	3c	4a	4b	4c	4d	4e	5a	5b	6	7	8	9	10
1	46	46	46	63	21	54	54	46	67	58	50	46	63	38	13	50	71
2	54	54	54	38	79	46	46	54	33	42	50	54	38	63	88	50	29

Matemáticas II Grupo 242 A																	
Porcentaje de aciertos por reactivo																	
	1	2	3a	3b	3c	4a	4b	4c	4d	4e	5a	5b	6	7	8	9	10
1	58	38	46	54	13	46	54	21	71	38	54	54	71	29	13	58	63
2	42	63	54	46	88	54	46	79	29	63	46	46	29	71	88	42	38

En el grupo 241 A, se visualiza que el 71% de los estudiantes no tienen dificultades en identificar la naturaleza de las raíces, mientras que el 21% tiene dificultades en interpretar la solución de la ecuación cuadrática en el contexto de un problema.

En el grupo 242 A, se observa que el 71% de los estudiantes no tienen dificultades en resolver la ecuación cuadrática por el método de

178 factorización, mientras que el 13% tiene dificultades en identificar los parámetros: a, b,
 179 c esto se debe a que no consideran los signos de los parámetros o bien no toman solo
 180 los coeficientes.

181

Figura 6. Comportamiento de los reactivos.

182 El tener el detalle de cada uno de los estudiantes
 183 permite dar seguimiento, puntualizar en cada uno de
 184 los aprendizajes según sea su dificultad, así como
 185 atender a los estudiantes de manera personalizada,
 186 brindar materiales acordes, así como la adecuar la
 187 planeación y generar las secuencias didácticas.

188

189 Lo anterior me permitió conocer el dominio que mostraban los estudiantes sobre las
 190 ecuaciones cuadráticas, por lo que modifique la planificación en función de los
 191 resultados obtenidos, considerando las características de los grupos y de cada
 192 estudiante, sus habilidades y actitudes previas, para encaminarlos a nuevos
 193 conocimientos.

194 Asimismo, tome decisiones sobre la organización, y reflexione sobre mi quehacer
 195 docente para que los estudiantes logren el propósito planteado, por ende, seleccione
 196 y organice los materiales que se proporcionaron a los estudiantes que muestran
 197 dificultades en algunas temáticas, así como la selección de materiales que se
 198 ocuparían en las secuencias, todo ello para adquirir los aprendizajes, esto generó que
 199 realizará ajustes a la secuencias didácticas, y que en cada grupo se puntualizará en
 200 algunas temáticas, así como la selección de la evaluación de manera oportuna, la cual
 201 ayuda a los estudiantes a conocer lo que se requiere de manera puntual y en mi caso
 202 orientar a los educandos en su proceso de aprendizaje, identificando de manera
 203 sistematizada lo que está ocurriendo con sus actividades y esto permitiera una
 204 atención oportuna.

205 Asimismo, en la evaluación diagnóstica se detectó a los estudiantes que presentaron
 206 mayores dificultades respecto a los aprendizajes que se abordarían en las secuencias
 207 didácticas, situación que permitió proporcionar materiales para poder apoyar a los
 208 educandos y esto ayudará a la comprensión de las temáticas.

2.2 Evaluación formativa

212 Para realizar la evaluación formativa se dio seguimiento a las actividades que
 213 realizaban los estudiantes, donde se les hacían observaciones, la primera actividad
 214 fue realizar una búsqueda de información acerca de la importancia del álgebra y
 215 expresarlo en un mapa mental y posteriormente trabajar en equipo para elaborar una
 216 infografía,
 217 utilizando el
 218 software de Canva.
 219 A continuación, se
 220 muestra un
 221 producto generado
 222 por los estudiantes,
 223 así como su
 224 evaluación.

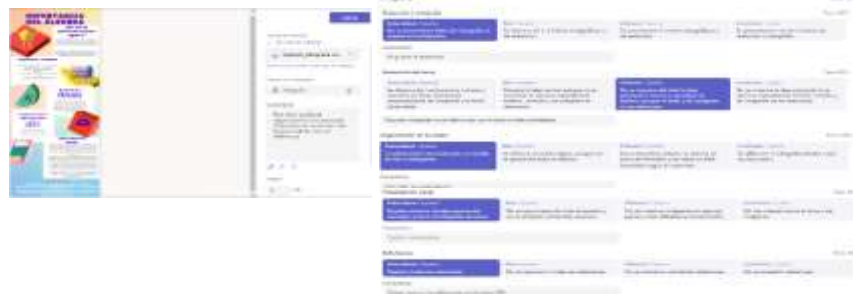


Figura 7. Infografía y rubrica de la importancia del álgebra

227 La infografía elaborada en equipo tiene la intención de que dialoguen y analicen la
 228 importancia, beneficios, ventajas, el impacto, su utilidad qué tiene el algebra, para ello
 229 comparten su investigación, así como su mapa mental y formulan de manera
 230 sintetizada la información.

Figura 8. Situación problemática



Una vez que los estudiantes conocieron la importancia del álgebra, analizaron las condiciones que se establecen en el contexto de un problema y expresan las relaciones entre lo conocido y lo desconocido a través de una ecuación de segundo grado.

238
239
240
241
242
243
244
245
246

Figura 9. Comprensión del problema

En la siguiente imagen se observa que señala lo que comprende del problema, relacionando adecuadamente los que se conocen y desconoce con respecto a una situación, aunque por otro parte se le olvido analizar lo que sucede con el terreno cuando hay un aumento en las dimensiones.



Figura 10. Planteamiento del plan

Con la información que tienes, realiza un plan para poder resolver el problema, en este apartado, puedes construir la ecuación que representa el comportamiento de tu información recuerda señalar que te indica la variable que estás estudiando.



Se observa que realiza adecuadamente la elección de la variable y relaciona adecuadamente la longitud, el ancho y la altura del rectángulo original, solo que falta identificar el planteamiento cuando el terreno tiene un aumento.

255

Figura 11. Evaluación del planteamiento de la ecuación



En la Figura 10, se observa el seguimiento realizado a la estudiante Rugerio Martínez, donde se realizaron las observaciones pertinentes, estas se observan en la rúbrica y en los comentarios de la

267
268
269
270
271

posteriormente se entreguen las correcciones, de igual forma se realizan una serie de planteamientos de problemas así como un juego para identificar las ecuaciones cuadráticas, a partir del planteamiento de un problema, se deja una actividad de cierre en donde engloba todos los aprendizajes, asimismo se realiza una rubrica de coevaluación.

2.3 Evaluación sumativa

Figura 12. Evaluación sumatoria

En la evaluación formativa se registran todas las actividades que se desarrollaron a lo largo de la secuencia didáctica, en donde se puede visualizar los alcances que se lograron en la secuencia por parte de los estudiantes. A continuación, se muestra la evaluación de cada una de las actividades que desarrollaron los estudiantes.

Rugiero Martínez Erbeyde Berenice Grupo 241 A		
Evaluación sumativa		
Rubric	Calificación	Valor
Rubrica mapa mental: importancia de aprender algebra (1 punto)	7.91	0.8
Rubrica infografía: por qué es importante aprender algebra (1 punto)	9	0.9
Lista de cotejo: planteamiento de las condiciones y ecuaciones de segundo grado (1.5 punto)	6	0.9
Lista de cotejo: planteamiento de las condiciones y ecuaciones de segundo grado (1.5 punto)	6	0.9
Rubrica de coevaluación (2 punto)	10	2
Participación individual y en equipo (1 punto)	10	1
Juego (2 punto)	6	0.6
Calificación	7.1	

282

283 3. Resultados y análisis

284

285 Dar seguimiento en las etapas de la secuencia didácticas (inicio, desarrollo y cierre) a
286 través de la evaluación, permite guiar a los estudiantes y poder detectar las áreas de
287 oportunidad en diferentes etapas de evaluación y atenderlas de manera oportuna,
288 como se ha señalado las etapas de la evaluación son: diagnóstico, donde se
289 detectaron los aprendizajes con los cuales contaban los estudiantes y con ello se
290 realizaron las adecuaciones pertinentes y poder proporcionar materiales acordes para
291 cada grupo y estudiante, esto permite tener un seguimiento personalizado, con
292 respecto a la evaluación formativa se realizaron observaciones a lo largo de la
293 aplicación de la secuencia y estas se retroalimentaron, para que los estudiantes
294 puedan realizar sus correcciones y analicen lo que esta sucediendo en este caso y
295 poder reforzar su aprendizaje y despejar sus dudas; y con ello concluir con su
296 evaluación sumativa, la cual se da a conocer en un inicio, para que conozcan que es
297 lo que se espera que realicen a si como conocer que se evaluará, para obtener una
298 calificación que refleje el seguimiento de sus evaluaciones a través de las actividades
299 generadas.

300

301 4. Conclusiones

302

303 La evaluación es de suma importancia debido a que permite guiar al educando a
304 alcanzar sus objetivos, por ello se debe tener precisión sobre el propósito de la
305 secuencia o estrategia didáctica que se implementará, por lo que se debe partir de un
306 examen diagnóstico, para conocer las características de los educandos y realizar las
307 adecuaciones, a partir de las condiciones y necesidades de los educandos, para guiar
308 a cada estudiante, donde se detecta a los estudiantes que pueden apoyar a los demás
309 y esto proporciona que se vaya construyendo una red de conocimiento. Asimismo, esto
310 se debe de realizar a lo largo de la implementación de la secuencia o estrategia
311 didáctica para señalar sus aciertos y/o sus áreas de oportunidad y atenderlas, desde
312 el inicio y se reflexione al respecto, para lograr un aprendizaje significativo y se vea
313 reflejado en sus calificaciones.

314

315 5. Índice de referencias

316

317 Revistas

- 318 • Bombelli, E. & Barberis, J. (2012). Importancia de la Evaluación Diagnóstica en
319 Asignaturas de Nivel Superior con Conocimiento Preuniversitario. *Revista*
320 *Electrónica Gestión de las Personas y Tecnología*. 5(13).
321 • Cruz, F., & Quiñones, A. (2012). Importancia de la evaluación y autoevaluación
322 en el rendimiento académico. *Zona Próxima*, (16),_96-104
323 • Esteve Mon, F. M. & Gisbert Cervera, M. (2011). El nuevo paradigma de
324 aprendizaje y nuevas tecnologías. *REDU. Revista de Docencia Universitaria*,
325 9(3), 55-73.

CLASIFICACIÓN DE RIESGO DE FEMINICIDIO A TRAVÉS DE REDES NEURONALES

Víctor Manuel Ulloa Arellano^{1,*}, Verónica del Carmen Quijada Monroy²

^{1,2} *Facultad de Estudios Superiores Acatlán, UNAM. San Juan Totoltepec S/N, Santa Cruz Acatlán. Naucalpan Estado de México. C.P. 53150.*

AP-POSM062

Resumen

Una red neuronal es un modelo basado en el funcionamiento del cerebro humano. Se implementa a través de algoritmos computacionales para la resolución de problemas complejos. De forma más precisa, se le denomina red neuronal artificial a este tipo de modelos. Entre otras aplicaciones se encuentran aquellas orientadas a problemas de clasificación. El planteamiento matemático general de una red neuronal artificial viene dado por un conjunto de entradas, pesos sinápticos, regla de propagación, función de activación y función de salida. En esta investigación se presenta una aplicación de una red neuronal para clasificar el riesgo de feminicidio en la Ciudad de México, con base en información del Portal de Datos Abiertos de la Ciudad de México, relativa al Programa de Atenciones de las Abogadas de las Mujeres. La base de datos contiene registros de cada atención brindada por las abogadas de las mujeres a partir de marzo de 2019. Entre otras variables se consideran si se inició una carpeta de investigación, si se dio representación inicial a solicitud de la usuaria, si se solicitaron y brindaron medidas de protección, la agencia o fiscalía especializada donde se dio la atención, la categoría de delito, tipo y modalidad de violencia, la relación con el agresor y la más importante, si existe riesgo de feminicidio.

Palabras clave: red, neuronal, artificial, riesgo, feminicidio

1. Introducción

Con un conjunto de 575 registros relativos a solicitudes de apoyo al Programa de Abogadas de las Mujeres, se construyó un modelo de red neuronal artificial para clasificar el riesgo de feminicidio. Sobre dicho conjunto se definen 8 variables predictoras o entradas: *Nacionalidad* (de la denunciante), *Pareja* (la denunciante tiene o no pareja sentimental), *Edad* (de la denunciante), *Hijos* (número de hijos de la denunciante), *GraConsanguíneo* (si la denunciante tiene parentesco consanguíneo con la persona agresora), *GrAfinidad* (si la denunciante tiene parentesco por afinidad con la persona agresora), *AgresOcupación* (ocupación de la persona agresora) y *CarpetaInvestig* (si la denunciante abrió carpeta de investigación en la Fiscalía General de Justicia de la Ciudad de México). Por otra parte, la variable a predecir es *AltoRiesgo*, la cual es de tipo binaria y asume los valores cero cuando no hay alto riesgo de feminicidio y uno, cuando hay alto riesgo de feminicidio.

¹ * Autor para la correspondencia. E-mail: victormu@acatlan.unam.com Tel. 56-23-16-83

43 **2. Desarrollo**

44

45 **2.1 Definición de red neuronal artificial**

46 Gridin (2022), define a las redes neuronales artificiales como modelos
 47 computacionales conexionistas, que se basan en la estructura del cerebro humano.
 48 Livshin (2022), señala que estos modelos son capaces de replicar algunas de las
 49 capacidades de las redes neuronales humanas a través de técnicas de procesamiento
 50 paralelo, distribuido y adaptativo. Entre las principales ventajas de las redes
 51 neuronales artificiales, Silaparasetty (2020) menciona las siguientes:

52

- 53 • Capacidad de aprender de la experiencia
- 54 • Capacidad de generalizar de casos anteriores a casos nuevos
- 55 • Capacidad de abstraer características esenciales a partir de información
- 56 irrelevante

57

58 **2.2 Aplicaciones de las redes neuronales artificiales**

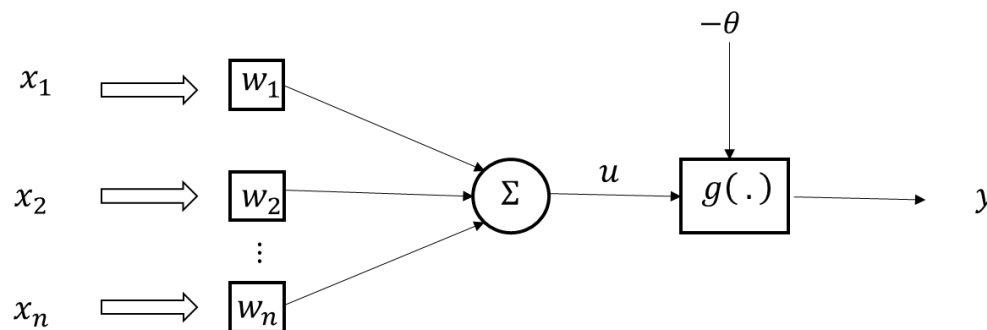
59 En la actualidad, una de las principales aplicaciones de las redes neuronales artificiales
 60 se encuentra en el campo de *Knowledge Discovery in Databases* (KDD por sus siglas),
 61 específicamente en la minería de datos. En este sentido, Berlanga y otros (2018),
 62 consideran a las redes neuronales artificiales como una técnica de minería de datos y
 63 a su vez las caracterizan como técnicas supervisadas de clasificación.

64

65 **2.3 Estructura matemática de una red neuronal artificial**

66 Nunes et al. (2017) describen la estructura de una red neuronal artificial como muestra
 67 la figura 1:

68



69

70

71

72

Figura 1. Estructura de una red neuronal

73 En este esquema, x_1, x_2, \dots, x_n representa al conjunto de variables de entrada o
 74 predictores; w_1, w_2, \dots, w_n es el conjunto de pesos sinápticos con los que se pondera
 75 la importancia de cada variable de entrada; Σ es el agregador lineal que se encarga de
 76 combinar las variables de entrada ponderadas con pesos sinápticos para producir un
 77 valor de activación; θ es el umbral de activación; u es el potencial de activación, g es
 78 la señal de activación y finalmente y es el resultado de salida.

79
80
81
82
83
84
85
86
87
88
89

Ecuación 1. $u = \sum_{i=1}^n w_i \cdot x_i - \theta$

Ecuación 2. $y = g(u)$

Ahora bien, la función de activación $g(u)$ de la red neuronal, viene dada por la función RELU (*Rectified Linear Unit*), la cual se define como se muestra a continuación:

Ecuación 3. $relu(x) = \max(0, x)$

La siguiente gráfica muestra el comportamiento de la función.

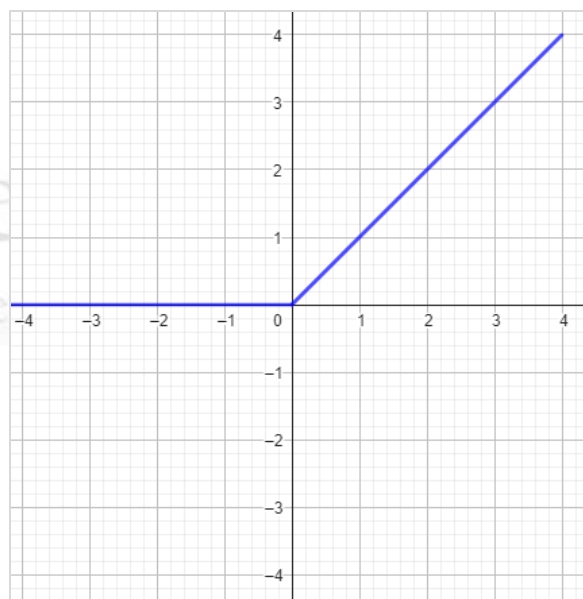


Figura 2. Gráfica de la función de activación.

90
91
92
93
94
95
96
97
98
99
100
101
102
103
104
105
106
107
108

Charu (2018) señala que el aprendizaje en una red neuronal biológica proviene de un estímulo externo, mientras que, en una red neuronal artificial, el aprendizaje proviene del cambio de los pesos sinápticos inducidos por un conjunto de datos de entrenamiento que equivalen al estímulo externo.

2.4 Aplicación de una red neuronal en la clasificación de riesgo de feminicidio

2.4.1 Fuente de datos

La base de datos utilizada para la construcción de una red neuronal artificial se obtuvo del Portal de Datos Abiertos de la Ciudad de México, específicamente del conjunto denominado Atenciones de abogadas de las mujeres. El archivo descargado corresponde al período que va de marzo de 2019 a febrero de 2022, el cual tiene originalmente 109,115 registros y 28 variables.

109 2.4.2. Preparación de los datos

110 El conjunto de datos original presenta diversas áreas de oportunidad en su
111 construcción tales como:

112

- 113 • Falta de un criterio estándar para el levantamiento de la información
- 114 • Información redundante
- 115 • Información inconsistente
- 116 • Notable proporción de datos ausentes
- 117 • Información poco explícita

118

119 A efecto de proveer al algoritmo de la red neuronal artificial con datos adecuados para
120 un correcto procesamiento, se procedió a eliminar los registros con uno o más datos
121 ausentes lo que reduce el conjunto a un total de 575 registros. Asimismo, después de
122 eliminar columnas redundantes y columnas no relevantes, se redujo a 8 el total de
123 variables.

124

125 2.4.3 Variables de estudio

126 Las variables fueron codificadas para facilitar su manejo. En el caso de las variables
127 *GrConsanguíneo* (grado consanguíneo con el agresor) y *GrAfinidad* (grado de afinidad
128 con el agresor) se codificaron con base en la clasificación de los artículos 293 a 300
129 del Código Civil del Distrito Federal, relativos a clasificación de parentesco. Por otra
130 parte, la variable *AgresOcupación* (ocupación de agresor) fue codificada con base en
131 el Sistema Nacional de Clasificación de Ocupaciones 2019, del Instituto Nacional de
132 Geografía y Estadística. En el modelo, la variable de respuesta se denomina
133 *AltoRiesgo* y es de tipo binaria. Un valor cero significa que no hay alto riesgo de
134 feminicidio mientras que un valor de uno implica un alto riesgo de feminicidio.

135

136 2.4.4 Script en R

137 Se presenta a continuación el código de la red neuronal programada en R:

138

```
library(neuralnet)
d<- na.omit(datos)
normalizar <- function(x){
  (x-min(x)) / (max(x)-min(x))
}
norm_dat <- sapply(d, FUN = normalizar)
samp <- sample(1:nrow(d),round(0.80*nrow(d)))
train_dat <- as.data.frame(norm_dat[samp,])
test_dat <- as.data.frame(norm_dat[-samp,])
y <- as.formula(AltoRiesgo~Nacionalidad+Pareja+Edad+Hijos+
  GrConsanguíneo+GrAfinidad+AgresOcupación+CarpesInvestig)
deep_net <- neuralnet(y,data = train_dat,hidden = c(3,4),
  linear.output = FALSE)
plot(deep_net)
predicted_data <- compute(deep_net,test_dat[,1:8])
predicted_data$net.result <- sapply(predicted_data$net.result, round, digits=0)
head(predicted_data$net.result)
results <- data.frame(Actual=test_dat$AltoRiesgo,
  Predichos=predicted_data$net.result)
cont table <- table(results)
```

139 **3. Resultados y análisis**

140 El programa extrae aleatoriamente un conjunto de datos para el entrenamiento de la
 141 red y otro para la prueba del modelo de predicción resultante. Después de su
 142 ejecución, el programa construye una representación gráfica de la red y muestra los
 143 pesos sinápticos calculados:

144

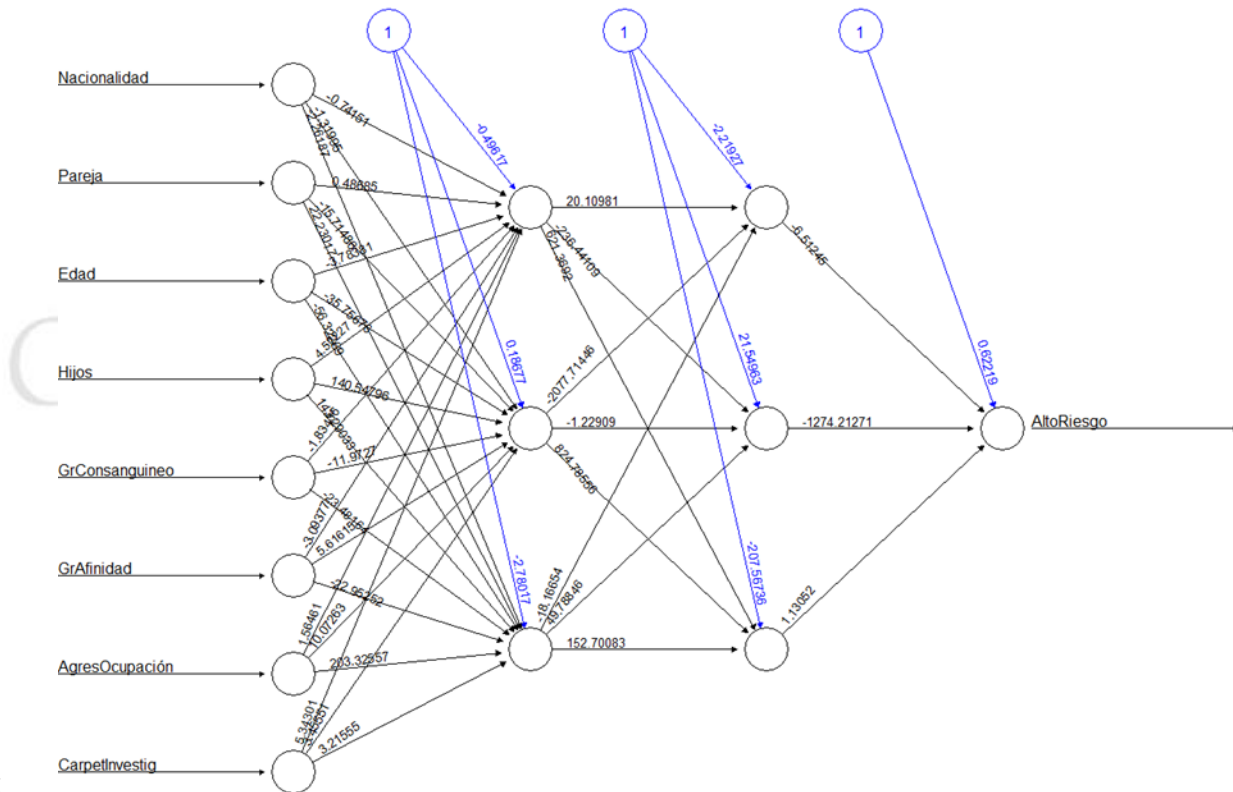


Figura 3. Estructura de la red neuronal artificial.

145

146

147

148 De este modelo se desprende la siguiente matriz de confusión:

149

150

Tabla 1. Matriz de confusión para la variable AltoRiesgo

151

		Predichos	
		0	1
Reales	0	12	13
	1	3	87

152

153 Se observa que el modelo tiene una precisión de 86% en la clasificación de riesgo de
 154 feminicidio.

155

156 **4. Conclusiones**

157 Los modelos de redes neuronales artificiales permiten llevar a cabo tareas de
 158 clasificación y predicción con base en aprendizaje estadístico. Esta es una propiedad

159 esencial que les proporciona ventajas sobre modelos los clásicos como son la
160 regresión múltiple o la regresión logística, más aún cuando en las bases de datos
161 objeto de estudio, los valores de la variable a predecir están originalmente sujetos a
162 criterios humanos no necesariamente asociados a una regla o fórmula de cálculo. En
163 este sentido, la estructura de una red neuronal artificial se adapta en una buena medida
164 a la forma en que las personas toman decisiones y razonan. Pese a que el modelo
165 obtenido tuvo una precisión de 86%, es importante resaltar que se construyó sobre la
166 base de un conjunto de datos reducido, ya que la alta tasa de registros con valores
167 ausentes en el conjunto original y la consecuente eliminación de dichos registros
168 implica pérdida de información sustancial y, sin embargo, la precisión del modelo es
169 satisfactoria.

170

171 **Agradecimientos**

172 La autora y el autor agradecen el apoyo de la Secretaría de Posgrado e Investigación
173 de la Facultad de Estudios Superiores Acatlán, a través del Programa de Apoyo a la
174 Investigación para el Desarrollo y la Innovación, proyecto PAIDI 011/22, “Violencia
175 contra las mujeres. Una revisión multidisciplinaria”.

176

177

178 **5. Índice de referencias**

179

180 Libros

- 181 • Berlanga, A., García, J., Padilla, W. y Patricio, M. (2018). *Ciencia de Datos. Técnicas analíticas y aprendizaje estadístico*. España: Alfaomega.
- 182
- 183 • Charu, A. (2018). *Neural Networks and Deep Learning*. Switzerland: Springer.
- 184 • Gridin, I. (2022). *Automated Deep Learning Using Neural Network Intelligence Develop and Design PyTorch and TensorFlow Models Using Python*. Berkeley, CA: Apress.
- 185
- 186
- 187 • Livshin, I. (2022). *Artificial Neural Networks with Java: Tools for Building Neural Network Applications*. Berkeley, CA: Apress.
- 188
- 189 • Nunes, I., Hernane, D., Andrade, R., Bartocci, L., & dos Reis, S. (2017). *Artificial Neural Networks: A Practical Course*. Switzerland: Springer.
- 190
- 191 • Silaparasetty, V. (2020). *Deep Learning Projects Using TensorFlow 2: Neural Network Development with Python and Keras*. New York: Springer, 2022
- 192
- 193

LA APLICACIÓN DE LAS MATEMÁTICAS EN LA SEGURIDAD INFORMÁTICA

Maricela Lara Martínez^{1, *}, Leonel Gualberto López Salazar² y José Juan Rico Cartro³
^{1,2,3} Facultad de Estudios Superiores de Cuautitlán C4. A Teoloyucan Km 2.5, San
Sebastián Xhala, 54714 Cuautitlán Izcalli, Méx.

AP-POSM063

Resumen

En el día a día y con el cambio e implementación de los sistemas computacionales se volvió una prioridad el resguardo y la conservación de los datos, la información y los sistemas de información que automatizan nuestras actividades en los entornos virtuales y con el crecimiento de las redes de comunicación, en particular de Internet, ha abierto nuevas posibilidades para el intercambio de información.

Ya que la disciplina que se encarga de ello es la seguridad informática y la aplicación de técnicas matemáticas que van desarrollándose e implementarse, ya que son cada vez mayores las amenazas a la seguridad de la información que se desarrollan, transmiten y se materializan.

La Criptografía es una rama de las matemáticas que, al orientarse al mundo de los mensajes digitales, proporciona las herramientas idóneas para solucionar los problemas relacionados con la autenticidad y la confiabilidad. El problema de la confidencialidad se vincula comúnmente con técnicas denominadas de encriptación y la autenticidad con técnicas denominadas de "firma digital", aunque la solución de ambos, en realidad, se reduce a la aplicación de procedimientos criptográficos de encriptación y desencriptación.

También en el ámbito de los virus informáticos existen modelos matemáticos para simular la propagación de malware, que tienen por objetivos: enriquecer las bases de datos de los antivirus, simulación del comportamiento de la epidemia, comprobar la efectividad de las posibles contramedidas, tomar decisiones adecuadas para controlarlos como también la incorporación de herramienta de análisis forense.

En cuestión de las amenazas en la red, se implementan modelos matemáticos para detectar, evaluar y gestionar amenazas y pueden ser modelizados matemáticamente y resueltos algorítmicamente usando la Teoría de Grafos y las Matemáticas Discretas.

Palabras clave: aplicación, matemáticas, seguridad, informática, encriptación, desencriptación.

1. Introducción

En la vida diaria estamos interactuando constantemente con datos y formularios que conforman los sistemas de información conectándose a través de nuestros dispositivos, en comunicación con instituciones bancarias a través de transferencias, compartimos y recibimos datos en la nube, interactuamos constantemente con la tecnología, por mencionar algunos ejemplos de las diversas aplicaciones y cada una

* Maricela Lara Martínez E-mail: maricela_la_mtz@hotmail.com Tel. 5511848426

43 de estas es un motivo para utilizar la seguridad a través de técnicas que nos permitan
44 resguardar información prevaleciendo los tres pilares de la seguridad informática:
45 disponibilidad, integridad y confidencialidad.

46

47 Por lo tanto, las matemáticas se han vuelto un área multidisciplinaria, ya que su
48 aplicación de técnicas, métodos y procesos puede implementarse en las áreas
49 complementarias para enfatizar un aspecto en este caso la seguridad informática, que
50 es un área de la informática que empieza a consolidarse, ya que con anterioridad
51 muchos de los desarrolladores de software se enfocaban en el funcionamiento de los
52 sistemas de información y no era un aspecto relevante la seguridad de la información.
53 Fue hasta que los datos transformados en información empiezan a generar poder y se
54 ratifica como la era de información y prevalece el lema de la información es poder
55 donde los especialistas de la computación focalizan el aspecto de la seguridad como
56 un aspecto importante que debe prevalecer en los sistemas locales y distribuidos.

57

58 **2. Metodología o desarrollo**

59

60 **2.1 Los sistemas de Información**

61

62 Con la incorporación de los equipos de cómputo en las organizaciones, la necesidad
63 del almacenamiento de los datos y la automatización de los procesos tuvieron gran
64 auge la incorporación de los sistemas de información locales que vertían los datos por
65 medio de las herramientas de los formularios. Pero con la necesidad y el aumento de
66 los datos y el avance tecnológico con la incorporación del internet y los procesos
67 descentralizados impulsado el desarrollo de los procesos distribuidos los sistemas de
68 información.

69

70 Como lo menciona Beynon-Davies (2014) un sistema de información es un sistema de
71 comunicación entre las personas que implican la obtención, tratamiento, distribución y
72 uso de la información y prestan apoyo en la actividad humana.

73

74 Por lo tanto para poder almacenar, obtener, distribuir y usar los datos es importante
75 implementar los sistemas de información web con arquitectura distribuida, aunque se
76 podrían utilizar sistemas de información web, pero se tendrían algunos obstáculos, ya
77 que si en el momento de las peticiones de información no se puede conectar al servidor
78 por la disposición del mismo no tendríamos la característica de la seguridad informática
79 de la disponibilidad por lo tanto por eso sería más eficiente los sistemas de información
80 web con arquitectura distribuida para la preservación de los tres pilares de la seguridad
81 informática: disponibilidad, confidencialidad e integridad.

82

83

84

85

86 **2.2 Datos y formularios en interacción con los sistemas de información.**

87

88 En la actualidad estamos en la era de la información por lo tanto la cantidad de datos
89 que se almacenan u obtienen de los sistemas de información van en incremento a
90 través del tiempo. Por lo tanto, la clasificación con mayor uso en los sistemas de
91 información son los datos estructurados, como lo menciona Joyanes (2013) son datos
92 con formato y esquema fijo que poseen campos fijos en un formato bien definido que
93 se especifica en detalle y que conforman las bases de datos relacionales.

94

95 Como se menciona anteriormente el uso de las bases de datos relacionales van de la
96 mano con el uso de la herramienta formulario que como lo menciona González (2022)
97 son pantallas (interfaces) que se utilizan para trabajar con los datos, ya que
98 proporcionan un formato fácil de utilizar para trabajar con la información de las bases
99 de datos de los sistemas de información.

100

101 Por lo tanto, la mayoría de los sistemas de información interactúan en los procesos de
102 obtención, procesamiento, almacenamiento y recuperación de datos de las bases de
103 datos por medio de formularios.

104

105 **2.3 La seguridad informática y el proceso criptográfico**

106

107 La seguridad informática se puede definir como lo especifica Gómez (2011) como
108 cualquier medida que impida la ejecución de operaciones no autorizadas sobre un
109 sistema o red informática, cuyos efectos pueden conllevar daños sobre la información,
110 comprometer su confidencialidad, autenticidad o integridad, disminuir el rendimiento
111 de los equipos o bloquear el acceso de usuarios autorizados al sistema.

112

113 Un aspecto importante en el desarrollo de un sistema de información que gestione la
114 seguridad informática debe de tener en cuenta la criptografía que detalla
115 Maiorano (2009) como el estudio de técnicas matemáticas relacionadas con los
116 aspectos de la seguridad de la información tales como la confidencialidad, la integridad
117 de datos, la autenticación de entidad y de origen.

118

119 De modo que, es importante que los sistemas de información garanticen los tres pilares
120 de la seguridad informática (confidencialidad, disponibilidad e integridad) de los datos
121 y las actividades esenciales de los sistemas de información incorporando procesos
122 criptográficos donde las matemáticas juegan un papel importante avalando las
123 técnicas que verifican y comprueban la preservación de los datos.

124

125 **3. Resultados y análisis**

126

127 **Técnicas, métodos y procesos matemáticos para la implementación de la** 128 **seguridad informática**

129

130 En primer lugar, en el desarrollo de los sistemas de información, en el proceso de
131 incorporación y recuperación de datos es importante cifrar la información ya que como
132 sabemos no hay un medio que sea 100% seguro y puede ser atacado y obtener los
133 datos que se suministre en el mismo. Realizando un análisis y la aplicación de las
134 matemáticas se debe implementar el cifrado que implica utilizar una clave criptográfica;
135 un conjunto de valores matemáticos que acuerdan tanto el emisor como el receptor,
136 teniendo en cuenta que el medio de transmisión de la clave debe ser lo más seguro
137 posible. El receptor utiliza la clave para descifrar los datos y volver a convertirlos en
138 texto sin formato legible.

139 Las soluciones de cifrado de datos en el uso de los sistemas de información
140 computacional y/o distribuido se suelen categorizar dependiendo de si fueron
141 diseñados para datos en reposo o datos en tránsito.

142 **Cifrado de datos en tránsito**

143 Se considera que los datos están en tránsito cuando los mismos van a transportarse
144 entre dispositivos, como es el caso entre redes privadas o por Internet. Durante la
145 transferencia, los datos se encuentran con un mayor riesgo debido a la necesidad de
146 captar los datos o información por el poder que generan por lo tanto se descifra antes
147 de transferir y a las vulnerabilidades del propio método de transferencia. Cifrar los
148 datos durante la transferencia, conocido como cifrado integral, garantiza la protección
149 de la privacidad de los datos, incluso si los interceptan.

150 **Cifrado de datos en reposo**

151 Se considera que los datos están en reposo cuando permanecen en un dispositivo de
152 almacenamiento es decir están de manera local, por lo tanto, para acceder a ellos
153 debemos de estar en un lugar físico para poder usar o transfieren activamente. A
154 menudo, los datos en reposo son menos vulnerables que los que están en tránsito
155 debido a que las funciones de seguridad del dispositivo restringen el acceso. Sin
156 embargo, los datos no son inmunes. Además, suelen contener información más
157 valiosa, por lo que son un blanco más atractivo para los ladrones.

158 Cifrar los datos en reposo reduce las oportunidades para el robo de datos que propician
159 los dispositivos perdidos o robados, o bien por compartir contraseñas u otorgar
160 permisos por accidente por lo que aumenta el tiempo que tarda en acceder a la
161 información y proporciona un tiempo valioso para que el dueño de los datos pueda
162 descubrir la pérdida de datos por cuestiones preventivas o detectivas como: los
163 ataques de ransomware, los datos borrados remotamente o los cambios de
164 credenciales. Por lo tanto, una forma de proteger los datos en reposo es mediante el
165 cifrado de archivos en bases de datos en el disco duro y, luego, en los medios de
166 respaldo. Teniendo en cuenta implementación de variaciones, combinaciones y
167 permutaciones que calculan la probabilidad del descifrado de claves para el descifrado

168 de datos y en algunos casos la sustracción de la información por lo cual no se pone
169 hincapié en la protección de los datos en tránsito.

170 Debemos contemplar que no son los únicos procesos de la seguridad informática
171 donde se aplican las matemáticas, sino también en el ámbito de los virus informáticos
172 existen modelos matemáticos para simular la propagación de malware, que tienen por
173 objetivos: enriquecer las bases de datos de los antivirus, simulación del
174 comportamiento de la epidemia, comprobar la efectividad de las posibles
175 contramedidas, tomar decisiones adecuadas para controlarlos como también la
176 incorporación de herramienta de análisis forense.

177 En cuestión de las amenazas en la red, se implementan modelos matemáticos para
178 detectar, evaluar y gestionar amenazas y pueden ser modelizados matemáticamente
179 y resueltos algorítmicamente usando la Teoría de Grafos y las Matemáticas Discretas.

180

181 **4. Conclusiones**

182

183 Las matemáticas son una área multidisciplinaria que ayudan a diversas disciplinas a
184 expresar ideas en forma numérica y analítica considerada un medio universal, también
185 llamado el lenguaje de la ciencia y de la técnica por lo que en la parte computacional
186 en específico en la seguridad informática, en la elaboración de modelos matemáticos,
187 o en la protección de la información aunque en el inicio no se consideraba un aspecto
188 primordial, ya que la era en la que se encontraba no tenía el eje central los datos que
189 transformados en información generaban poder, por lo tanto se generaron técnicas y
190 procesos en las distintas aplicaciones de la seguridad informática.

191

192 La importancia que se le da a las matemáticas no solo e la formación básica, sino que
193 también es considerada una parte fundamental en la educación media y superior, ya
194 que proporciona conocimientos básicos y avanzados que pudiesen ayudar en la
195 investigación, desarrollo y/o aplicación de modelos matemáticos que ayudar a
196 validarlos.

197

198 **Agradecimientos**

199

200 Trabajo realizado con el apoyo del programa UNAM-DGAPA-PAPIME PE108322.

201

202 **5. Índice de referencias**

203

204 • Beynon-Davies, P. (2014). *Sistemas de información: introducción a la*
205 *informática en las organizaciones*. España: Reverté.

206 • Joyanes Aguilar, L., Joyanes, L. (2013). *Big data: Análisis de grandes*
207 *volúmenes de datos en organizaciones*. Colombia: México.

- 208 • González Menéndez, J. A. (2022). *Utilización de las bases de datos*
209 *relacionales en el sistema de gestión y almacenamiento de*
210 *datos*. España: Ediciones Paraninfo, S.A.
- 211 • Gómez Vieites, Á. (2011). *Enciclopedia de la Seguridad Informática*. 2^a
212 edición. España: Grupo Editorial RA-MA.
- 213 • Maiorano, A. (2009). *Criptografía: Técnicas de desarrollo para*
214 *profesionales*. Colombia: Alpha Editorial.
- 215

MEMORIAS DEL
Congreso Internacional
Sobre la Enseñanza y Aplicación de las Matemáticas

TECNOLOGÍA DE IMPRESIÓN 3D EN LOS PROCESOS DE ENSEÑANZA-APRENDIZAJE PARA LA ASIGNATURA DE CÁLCULO VECTORIAL

Rosalba Rodríguez Chávez^{*1}, Jesús Vicente González Sosa², Erik Castañeda de Isla Puga³, María del Rocío Ávila Núñez⁴
^{1,3,4} *División de Ciencias Básicas, Facultad de Ingeniería, UNAM
Facultad de Ingeniería Sur, Edificio I – PB, Circuito exterior s/n, Ciudad Universitaria.
c. p. 04510, Coyoacán, México, D.F.
Dirección completa.*
² *Universidad Autónoma Metropolitana, Unidad Azcapotzalco. Av. San Pablo No. 420
Col. Nueva el Rosario C.P. 02128
Alcaldía Azcapotzalco, CDMX.*

AP-POSM065

Resumen

La cuarta revolución industrial y la educación 4.0 exigen que las comunidades universitarias en el área de Ingeniería, principalmente, obtengan diversas competencias, para su desempeño académico-profesional, en donde se han identificado tecnologías innovadoras como parte de los pilares de la Industria 4.0, en específico la Tecnología en impresión 3D, que involucra áreas de interés como parte del aprendizaje de ingeniería, lo cual se visualiza en las aplicaciones expuestas en la medicina, construcción, procesos productivos y aspectos académicos en los procesos de enseñanza y aprendizaje. Es conocido que se han desarrollado, por ejemplo; prótesis, modelos a escala para análisis de esfuerzos, modelos arquitectónicos, piezas dentales, entre otras aplicaciones más dentro de las áreas de la ciencia. Por ello, en la División de Ciencias Básicas de la Facultad de Ingeniería, de la UNAM, se han activado procesos de enseñanza a través de la impresión 3D en diversas asignaturas que involucran modelos matemáticos extrapolados a figuras geométricas para lograr una comprensión de los conceptos como son los multiplicadores de Lagrange en cálculo Vectorial. Para lo cual se hace uso de algunas otras herramientas, Tinkercad, Inventor, GeoGebra, entre otros, en la elaboración de los modelos en tres dimensiones y los cuales sean fabricados en manufactura aditiva. Como parte de los resultados de este trabajo se tienen datos estadísticos obtenidos a partir de la aplicación de encuestas a estudiantes que han cursado la asignatura mencionada y que permiten identificar el nivel de aprendizaje a través del uso de las tecnologías de prototipado en impresión 3D.

Palabras clave: Tecnología Aditiva, Impresión 3D, Matemáticas, Cálculo Vectorial

1. Introducción

El uso de la tecnología de manufactura aditiva en la educación, en la actualidad, forma parte esencial en el desempeño docente, con la finalidad de ofrecer a las comunidades universitarias, en específico, a los estudiantes, herramientas para una mayor

*Autor para la correspondencia. E-mail: roroehmx@yahoo.com.mx

44 comprensión de los temas que se desarrollan en un curso dentro de las diferentes
45 áreas de la ciencia e ingeniería. Por lo que, se ha encontrado la oportunidad de hacer
46 uso de la manufactura aditiva por medio de la impresión 3D para el desempeño
47 docente en diferentes sectores de la educación.

48 La fusión de la impresión 3D y el modelado tridimensional son esenciales para el
49 desarrollo de prototipos en la aplicación de los modelos de aprendizaje (Blanch-
50 González & Esponel, 2022), como apoyo del docente, con ello enriquecer las
51 actividades educativas que requieren direccionarse de forma particular para la
52 comprensión del tema en cuestión.

53 En la mayoría de las ciencias que se analizan por medio de aplicaciones tienen un
54 interés por generar nuevas tendencias para la comprensión de estas mismas, y facilitar
55 el estudio de fenómenos físicos, por lo que la impresión 3D ha formado parte
56 importante en el desarrollo académico tanto para los docentes como para los
57 estudiantes, lo cual permite fomentar una educación con metodologías propicias para
58 estimular el aprendizaje (Rúa-R, Jiménez-D, & Gutiérrez-A., 2018), la manufactura
59 aditiva permite englobar lo mencionado y generar nuevas tendencias de análisis para
60 los procedimientos educativos como parte de una mejora en la educación.

61 Un aspecto de gran interés de la impresión 3D, es favorecer la creación de modelos
62 para la enseñanza como parte de metodologías de aprendizaje en la educación, en
63 donde los productos se fabrican de manera sencilla y ahorro de tiempo en su
64 obtención, dado que por medio de procesos convencionales no sería posible contar
65 con ellos en tiempos cortos (Castillo-Aldana & Sarmiento-Castro, 2021), por otro lado,
66 al momento de obtener prototipos en la educación se logran intereses personales por
67 parte de los estudiantes, en donde se encuentra la motivación por elaborar prototipos
68 para sus demás asignaturas durante su preparación académica.

69 En muchas ocasiones el visualizar los modelos matemáticos ha sido un gran reto,
70 cuando se utilizan softwares para observar una función matemática ya que se realiza
71 por medio de gráficos y figuras en dos y tres dimensiones (Knill & Slavkovsky, 2014),
72 sin embargo, el hacer uso de la impresión 3D permite interactuar de manera específica
73 con la optimización de un sistema reflejado en un modelo tangible y manipulable por
74 las comunidades académicas (docentes-estudiantes) logrando ampliar el
75 conocimiento en su entorno de desarrollo.

76 En la actualidad la industria como el sector educativo tienen el interés mutuo de aplicar
77 tecnologías de innovación en todos los sectores y áreas, para mantenerse a la
78 vanguardia tecnológica (Gil-Gil & Laurent, 2015.), por lo que la impresión 3D forma
79 parte esencial en su desarrollo y de ahí la importancia de favorecer a la educación en
80 los diferentes niveles educativos, en específico el nivel superior, para formar
81 profesionistas con habilidades y tendencias basadas en la innovación con estos
82 procesos que se conocen como industriales y por otro lado, como se ha marcado
83 desde el inicio de este trabajo el formular nuevos métodos de aprendizaje en donde la
84 comprensión sea favorable al hacer uso de productos elaborados con impresoras
85 tridimensionales.

86 Por otro lado, existen asignaturas en las que se ha mostrado que la impresión 3D tiene
87 ventajas para aplicar los conceptos, por ejemplo, aquellas en donde se obtienen áreas,
88 volúmenes, centros de gravedad, centroides, etc. (Candia, 2022), por lo que los

89 prototipos han sido una herramienta fundamental en la comprensión de estos temas,
90 igualmente en materias de aplicación como lo son: manufactura, mecanismos,
91 circuitos, termodinámica, que requieren de modelos que se puedan observar para
92 ejemplificar los efectos a los cuáles están sometidos, por esto este trabajo muestra el
93 uno de la impresión 3D en una asignatura no usual, pero sí de interés, cálculo vectorial,
94 para impulsar el uso de la tecnología mencionada.

95 En los siguientes párrafos se describe de manera puntual la aplicación de la impresión
96 3D, como parte de la manufactura aditiva, en la signatura de cálculo vectorial para
97 optimizar funciones sujetas a ciertas restricciones o características para cumplir con el
98 propósito de utilizar herramientas de innovación en los procesos de enseñanza-
99 aprendizaje.

100

101 **2. Metodología o desarrollo**

102

103 Las matemáticas en Ingeniería son abstractas, sin embargo, si se busca la aplicación
104 a la resolución de problemas algebraicos o de Ingeniería, los alumnos pueden lograr
105 visualizar los modelos físicos que pueden ser tangibles y de fácil visualización.

106 La incorporación en actividades y proyectos influye de manera positiva en las
107 habilidades matemáticas de los estudiantes y la motivación. (Nolla, et-al, 2021).

108 Las nuevas tecnologías de la información y la comunicación apoyan los procesos de
109 enseñanza-aprendizaje, en particular, se percibe que la tecnología de impresión 3D o
110 tecnología aditiva como recurso educativo apoya a los estudiantes en aprender
111 matemáticas para la resolución de problemas algebraicos, geométricos, físicos y de
112 ingeniería aplicada, fomentando con ello, la innovación, el razonamiento lógico, la
113 reflexión, el análisis, la creatividad, el ingenio, la comunicación, así como el poder
114 experimentar, visualizar, tocar y manipular los modelos tridimensionales que
115 representan la resolución de un problema.

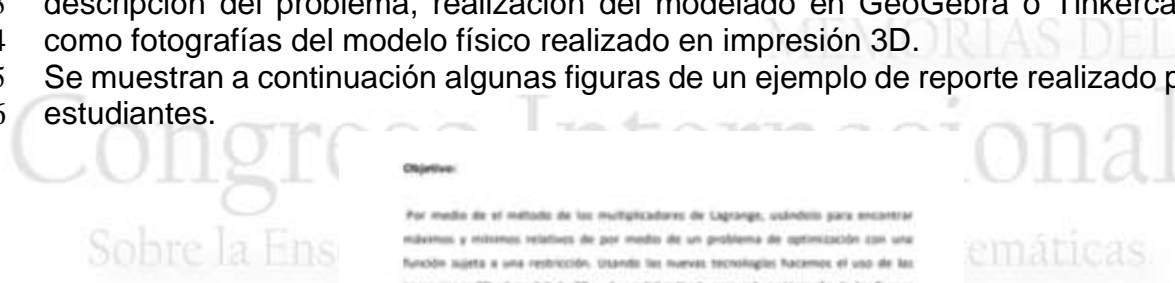
116 Es por ello, por lo que el objetivo de realizar dicho estudio es que los estudiantes
117 vinculen la teoría con la práctica para enfocar resoluciones dirigidas a problemas de
118 máximos y mínimos relativos con restricciones, dichos problemas pueden estar
119 relacionados con la Ingeniería o simplemente geométricos de tal manera que se
120 establezca la ecuación de Lagrange.

121 Se realizó una metodología de tipo descriptiva ya que se analizó una población en
122 particular, estudiantes de la asignatura de Cálculo Vectorial, la muestra de un grupo
123 de 40 estudiantes.

124 Los enfoques de investigación que se realizaron fueron cualitativos y cuantitativos, los
125 cuales permiten dar cuenta de los hallazgos en la percepción del estudiante con el
126 vínculo de teoría con la práctica en resolución de problemas de máximos y mínimos
127 con el uso del concepto de Multiplicadores de Lagrange.

128 Los estudiantes realizaron una investigación y un modelo tridimensional que fue
129 impreso en 3D. La actividad fue opcional, sin embargo, la mayoría de los estudiantes
130 se motivó para realizarla.

131 Algunos ejemplos que los estudiantes presentaron fueron encontrar el volumen
132 máximo de un paralelepípedo que se puede inscribir dentro de un elipsoide o esfera,
133 diseñar una pokébola, entre otros. Los estudiantes tuvieron que plantear y resolver la
134 ecuación de Lagrange y una vez que obtuvieron los resultados de las dimensiones, se
135 les recomendó que realizarán un modelo físico de dicho problema, el modelo podía ser
136 impreso o de forma manual. Se les sugirió a los estudiantes utilizar la herramienta
137 tecnológica TinkerCad o GeoGebra para que pudieran modelar geoméricamente su
138 problema y finalmente mandarlo a imprimir en 3D.
139 Se les mostró a los estudiantes en el salón de clases un ejemplo de un problema
140 geométrico para la búsqueda de las dimensiones máximas de un paralelepípedo
141 inscrito en un elipsoide. Unos estudiantes, replicaron el problema con otros datos.
142 Además, se les solicitó un reporte con datos como: el objetivo, la introducción, la
143 descripción del problema, realización del modelado en GeoGebra o Tinkercad, así
144 como fotografías del modelo físico realizado en impresión 3D.
145 Se muestran a continuación algunas figuras de un ejemplo de reporte realizado por los
146 estudiantes.



147

148

Figura 1. Presentación de la actividad. Elaboración propia. 2023

149 En la figura 1, se describe de manera general la forma en la cual deben trabajar los
150 estudiantes para desarrollar la actividad correspondiente, plateando el objetivo de esta.
151 Posteriormente, se realizan los cálculos adecuados con las condiciones necesarias
152 para la resolución de un caso.

153

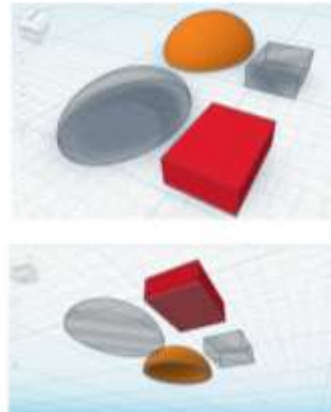
154

155 Por lo que se lleva a cabo la aplicación, desde el punto de vista teórica, de un ejemplo
156 para que se más sencilla la comprensión de lo que se busca obtener con las
157 herramientas tecnológicas requeridas en esta investigación, impresión 3D.

158 Por otro lado, después de realizar los cálculos se procede a elaborar el modelo
159 tridimensional en software en línea, GeoGebra o TinkerCad, como se muestra en la

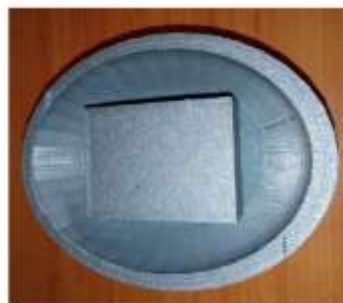
160 figura 2, los cuales son construidos con las restricciones establecidas en la resolución
161 del problema.

Propuesta en 3D
Por medio de las restricciones y el procedimiento se pudo realizar los modelos del
problema y del otro parámetro, de esta forma, en Tinkercad se realizó el modelo
en 3D.



162
163 **Figura 2. Modelado en 3D del problema en Tinkercad. Elaboración propia. 2023**

164 Las herramientas en línea como Tinkercad, mostrada en la figura 2, da oportunidad de
165 trabajar en la nube, permitiendo agilizar los modelos que se diseñan y que
166 posteriormente se vinculan con los softwares para la impresión 3D. Por lo que, en la
167 figura 3, se observa el resultado en la manufactura aditiva de los modelos diseñados
168 en el software de cad, tomando en cuenta que cada elemento diseñado cuenta con las
169 especificaciones establecidas en la resolución del problema propuesto.



170
171 **Figura 3. Producto final impreso en 3D. Elaboración propia. 2023**

172 El prototipo que se observa en la figura 3, cuenta con los requerimientos mínimos para
173 su obtención en la impresión 3D y las restricciones que se ubican la solución del
174 problema, en donde, se aprecia la optimización de un cuerpo geométrico quedando
175 dentro de otra figura.
176 Los estudiantes también realizaron otros problemas de optimización como se muestra
177 en los productos impresos como se muestra en la siguiente figura



178

179 **Figura 4. El cilindro de dimensiones máximas dentro de una esfera. Elaboración propia. 2023.**

180 Es importante mencionar que al momento de realizar las impresiones 3D, no se están
181 contemplando como parámetros de control las especificaciones de los equipos ni de
182 los materiales, solo se obtiene el prototipo para verificar los modelos matemáticos que
183 se han mostrado anteriormente.

184 A continuación, se muestran los resultados obtenidos después de la entrega de
185 trabajos y la realización de una encuesta que da cuenta de la percepción que tuvieron
186 los estudiantes después de realizar la actividad.

187

188 **3. Resultados y análisis**

189

190 Los estudiantes realizaron en una hoja de trabajo, un informe de actividades
191 realizadas, observando la comprensión de conceptos, al igual que resolver un
192 problema geométrico o de interés personal como la pokébola.

193 Posteriormente, se realizó una encuesta a través de Google Forms de preguntas
194 orientadas a la motivación, al trabajo colaborativo, a la realización de diversos modelos
195 para impresión en 3D, con el propósito de involucrar esta tecnología en otras
196 asignaturas. También se realizaron preguntas de opinión, a continuación, se muestran
197 los resultados.

198 Se realizó una encuesta a los estudiantes que realizaron el proyecto, los cuáles
199 opinaron lo siguiente:

200 El 91% de los estudiantes si le motiva al aprendizaje el estudio de los multiplicadores
201 de Lagrange o cualquier otra superficie o curva que se pueda tener en físico a través
202 de impresión 3D.

203 El 86.6% menciona que si les facilitó el trabajo colaborativo con sus compañeros de
204 equipo o clase.

205 El 90.4% indicó que pudo conocer un poco más del tema, haciendo la investigación
206 correspondiente para realizar su proyecto de impresión 3D.

207 El 93.3% mencionó que recomendaría que se llevaran a cabo más proyectos para la
208 asignatura de Cálculo Vectorial u otras asignaturas, donde se pudiera visualizar el
209 modelo físico, el cual se realizó con impresión 3D.

210 El 86.6% mencionó que lo que aprendió o revisó con referencia a impresión 3D, le
211 servirá para estudiar en sus otras asignaturas de la carrera o para montar su propio
212 negocio.

- 213 El 89.5% mencionó que me interesa seguir aprendiendo sobre la impresión 3D.
 214 El 33.3% si había realizado antes proyectos con impresión 3D.
 215 El 87.7% siente que ha aprendido de la asignatura y le servirá más adelante en su
 216 carrera.
 217 El 83.80% dijo estar automotivado en el autoaprendizaje de la impresión 3D para
 218 llevarlo a cabo en sus otras asignaturas o en aplicarlo en su vida diaria.
 219 El 93.33% recomendó realizar más prototipos para el aprendizaje con las matemáticas
 220 con impresión 3D
 221 Se menciona de forma sucinta el resumen, en la tabla 1, de las respuestas más
 222 comunes sobre la percepción que tuvieron con relación a las siguientes preguntas:
 223
 224 **Tabla 1. Respuestas a la percepción de los estudiantes con respecto a la impresión 3D en la**
 225 **educación.**

Pregunta	Respuesta
1.- ¿Cuáles son las ventajas de imprimir en 3D en la asignatura de Cálculo Vectorial?	<ul style="list-style-type: none"> - Realizar el diseño hasta visualizar el modelo físico impreso en 3D. - Entendimiento de la materia y qué representan físicamente. - Ver físicamente que representan los cálculos.
2.- ¿Qué factores considera predominantes para enriquecer una asignatura con impresión 3D?	<ul style="list-style-type: none"> - Manipular físicamente el modelo 3D. - Es didáctico ya que fortalece el trabajo colaborativo. - Son accesibles los costos de impresión. - Visualizar cómo se aplica la teoría para la resolución de problemas. - Desarrollo de la creatividad y la imaginación para la resolución de problemas. - Relacionar la teoría con la práctica y poder visualizar el resultado en un modelo 3D.
3.- ¿En qué otras áreas consideran que se puede aplicar la sinergia de la matemática con impresión 3D?	<ul style="list-style-type: none"> - En las asignaturas donde se pueden realizar modelos 3D. - En cualquier aplicación de Ingeniería. - En Mecánica, Circuitos, Probabilidad, Álgebra Lineal, Química y Biología, entre otras. - Tener una impresora 3D en casa para realizar los proyectos escolares.
4.- ¿Cuáles son los efectos visuales del modelo impreso con los conocimientos y habilidades matemáticas?	<ul style="list-style-type: none"> - Visualizar lo que se desarrolló con operaciones matemáticas.

	<ul style="list-style-type: none">- Entender con mayor detenimiento las capas y curvas de nivel de las figuras.- Mejor comprensión en el espacio.- Se observan todas las vistas del modelo tridimensional que no se pueden observar totalmente en programas 3D.- Los patrones y medidas son más reales.
--	--

226

227 Por otro lado, los estudiantes aportaron sus comentarios, a continuación, se muestran
228 algunos:

- 229 1. **Entretenimiento.** Es muy entretenido hacerlo, aunque pueda parecer un reto si
230 empiezas desde cero cuando le vas agarrando la onda te entretienes, además
231 enriqueció el conocimiento.
- 232 2. **Innovación.** Excelente forma de plantear los proyectos es un nuevo mundo que
233 descubrí gracias a la realización del proyecto. Consideran que en México no
234 han sido aprovechadas las herramientas tecnológicas.
- 235 3. **Comprensión.** Opino que hay una mejor comprensión del tema. Se observa el
236 comportamiento de los conceptos, que significan las ecuaciones. En ocasiones
237 es difícil visualizar o imaginarse en 3D el comportamiento de una ecuación.
- 238 4. **Uso de la tecnología.** Se utilizó para familiarizarse con la tecnología 3D para
239 realización de modelos y superficies.
- 240 5. **Estrategias de aprendizaje.** Representa un salto entre el presente y el futuro
241 de la innovación y nuevas formas de conducir las actividades.

242 Las categorías que se pudieron determinar después de la entrega de trabajos de los
243 estudiantes y el uso de la Tecnología aditiva o Tecnología de Impresión 3D en el
244 aprendizaje de un tópico de cálculo vectorial, son:

- 245 1. Uso de los **sentidos del cuerpo humano** como la vista, el tacto, el oído, para
246 la comprensión de un tema.
- 247 2. **Investigación** de un tema de interés para la asignatura.
- 248 3. **Trabajo colaborativo.** Los estudiantes pudieron trabajar en equipo para la
249 realización de su trabajo.
- 250 4. **Comprensión de la teoría y Resolución de problemas.** Los estudiantes como
251 futuros ingenieros pudieron resolver problemas geométricos de la asignatura de
252 cálculo vectorial para su optimación.
- 253 5. **Vínculo de la teoría con la práctica (Praxis).** Se pueden realizar diseños en
254 papel para impresión 3D de la vida cotidiana y buscar el modelo matemático.
- 255 6. **Mediación del aprendizaje.** Se busca un tema o subtema específico para
256 realizar el recurso con estrategias didácticas para lograr un aprendizaje
257 significativo.
- 258 7. **Sinergia entre las matemáticas y la Tecnología aditiva.** El uso de las
259 Tecnologías apoya a los procesos de enseñanza-aprendizaje.

260 4. Conclusiones

261

262 La comprensión de los conceptos matemáticos en la Ingeniería es de fundamental
263 importancia para la resolución de problemas algebraicos, geométricos, físicos y de
264 ingeniería aplicada.

265 Los recursos didácticos que planea un docente para que el estudiante aprenda,
266 comprenda un concepto o tema y de solución a problemas, requiere de estrategias
267 didácticas que conduzcan las actividades adecuadamente. El docente dota de
268 conocimientos, habilidades, actitudes, herramientas tecnológicas, habilidades
269 socioemocionales, vinculación de los conceptos con la aplicación a la Ingeniería para
270 la formación integral del estudiante.

271 La mediación entre los contenidos y el aprendizaje hace que el docente busque innovar
272 su clase, de tal manera que los estudiantes puedan realizar actividades colaborativas.
273 Actualmente con el uso de los programas para impresión 3D, los estudiantes pudieron
274 producir nuevos recursos didácticos para la asignatura, así como visualizar objetos
275 tangibles, manipularlos y fortalecer su proceso de aprendizaje. La impresión 3D,
276 actualmente es parte fundamental de la Educación 4.0.

277 La tecnología de impresión 3D despertó en los estudiantes la curiosidad, la innovación,
278 para realizar otros modelos para su uso personal como llaveros, además manifestaron
279 querer ahorrar para comprarse una impresora 3D.

280 Se trabajaron estrategias de colaboración para el desarrollo de la investigación y la
281 realización del modelo tridimensional, y los estudiantes pudieron colaborar, compartir
282 conocimientos, además de socializar y sentirse parte de una red de aprendizaje.

283 La sinergia entre el estudio de las matemáticas y la tecnología educativa activa la
284 praxis donde se complementa lo teórico con lo práctico.

285

286 5. Índice de referencias

287 • Blanch-González, E., & Esponel, J. C. (2022). Modelado digital e impresión 3D
288 de relieves y las posibilidades de implementación en la formación de artísticas.
289 *Arte, Individuo y Sociedad*, 34(4), 1603-1620, ISSN: 1131-5598.

290 • Beltran-Pellicer, P. y Rodriguez-Jaso, C (2017). Modelado e impresión en 3D en
291 la enseñanza de las matemáticas: un estudio exploratorio. *ReiDoCrea*, 6, 16-
292 28.

293 • Candia, F. (2022). Integración de la impresión 3D en la educación tecnológica.
294 *Revista Iberoamericana para la Investigación y el Desarrollo Educativo.*, 12(24),
295 ISSN: 2007-7467.

296 • Castillo-Aldana, A. C., & Sarmiento-Castro, J. D. (2021). *Diseño e Impresión 3D*
297 *de prótesis oculares*. Ciencia Unisalle.

298 • Gil-Gil, I., & Laurent, B. (2015.). *La impresión 3D y sus alcances en la*
299 *arquitectura*. Madrid, España.: Escuela Técnica Superior de Arquitectura de
300 Madrid.

301 • Knill, O., & Slavkovsky, E. (2014). *Ilustrar las Matemáticas Usando Impresoras*
302 *3D*. Harvard University, Cambridge.

- 303
304
305
306
307
308
309
310
311
312
- Nolla, Álvaro, Benito, A., Madonna, C., Park, S. S., & Busatto, M. (2021). Impresión 3D como un recurso para desarrollar el potencial matemático. *Contextos Educativos. Revista De Educación*, (28), 87–102. <https://doi.org/10.18172/con.4999>
 - Ospina, Laura & Plaza Gálvez, Luis Fernando. (2014). ¿Cómo las Matemáticas contribuyen a la solución de un problema? Percepciones de algunos estudiantes de Ingeniería. *Revista Páginas de Ingeniería*.
 - Rúa-R, E. B., Jiménez-D, F., & Gutiérrez-A., G. A. (2018). 3D Printing as a Didactic Tool for Teaching some Engineering and Desing Concepts. *Revista Ingeniería.*, 23(1), 70-83. doi:<https://doi.org/10.14483/23448393.12248>

MEMORIAS DEL
Congreso Internacional
Sobre la Enseñanza y Aplicación de las Matemáticas

APRENDIZAJE MÓVIL EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE MATRICES Y DETERMINANTES

Rosalba Rodríguez Chávez^{*1}, Erik Castañeda de Isla Puga², María del Rocío Ávila
Núñez³, José Jinkichi Oshino Ortiz⁴
^{1,2,3} *División de Ciencias Básicas, Facultad de Ingeniería, UNAM*
Facultad de Ingeniería Sur, Edificio I – PB, Circuito exterior s/n, Ciudad Universitaria.
C. P. 04510, Coyoacán, México, D.F.P
Dirección completa.

⁴*Tecnológico Nacional de México, Unidad Azcapotzalco. Av. Universidad 1200, Col.*
Xoco, Ciudad de México, Alcaldía Benito Juárez, C.P. 03330, CDMX.

AP-POSM066

Resumen

En la Facultad de Ingeniería de la UNAM la formación científica y tecnológica de sus estudiantes es de fundamental importancia. Actualmente la educación 4.0, las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC), apoyan a los procesos de enseñanza y aprendizaje centrados en los estudiantes que saben, saben hacer y saben ser. El aprendizaje móvil es una metodología de aprendizaje que se apoya en las TIC, tiene algunas ventajas como son: la contextualización de los contenidos temáticos de una asignatura, la portabilidad, la ubicuidad, el aprendizaje de forma autónoma o colaborativa, entre otras. Se ha realizado una propuesta para los estudiantes de la asignatura de Álgebra de dicha Facultad de un prototipo de aplicación móvil nativa cuyo objetivo es el uso del aprendizaje móvil para la comprensión de conceptos y la resolución de dos problemas algebraicos como es el descifrar un mensaje y el inicio del procesamiento digital de imágenes. Se les entregó a los estudiantes una hoja de trabajo con actividades a desarrollar, se utilizaron estrategias como mapa conceptual y aprendizaje basado en problemas, además, se les solicitó que trabajaran de forma colaborativa. Como parte de los resultados de este trabajo se cuenta con datos estadísticos y algunas opiniones derivadas a partir de la aplicación de encuestas a estudiantes que han cursado la asignatura y que permiten analizar el nivel de comprensión y su aplicación en la resolución de problemas algebraicos en los estudiantes, después de la implementación del aprendizaje móvil en la asignatura de Álgebra.

Palabras clave: *Aprendizaje móvil, Álgebra, Comprensión conceptual, Resolución de problemas*

1. Introducción

En la Facultad de Ingeniería de la UNAM, el uso de Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC) se promueven para apoyar los procesos de enseñanza y aprendizaje, es por ello por lo que se estudian diversos recursos y estrategias de aprendizaje.

*Autor para la correspondencia. E-mail: rorochmx@yahoo.com.mx

42 Las tecnologías de la información y la comunicación hoy en día son un gran apoyo en
43 los procesos de enseñanza y aprendizaje. Actualmente la tecnología móvil puede ser
44 utilizada tanto por docentes como por estudiantes para realizar de manera más ágil
45 sus tareas tanto personales como escolares. El proyecto UNESCO-FAZHENG tiene el
46 propósito de que las instituciones educativas sean inclusivas y con equidad, además
47 conviertan al aprendizaje móvil como un paradigma social. La UNESCO posiciona al
48 aprendizaje móvil como una herramienta que facilita ubicuidad, portabilidad,
49 accesibilidad de los procesos de aprendizaje y que tiene retos como educación
50 inclusiva y de calidad, entre otras. (Espejo Villar, Lázaro Herrero, Álvarez López, &
51 Prats Gil, 2021)

52 Además de lo antes mencionado (Cobos Velasco, Simbaña Gallardo, & Jaramillo
53 Naranjo, 2020) mencionan las ventajas a partir de UNESCO en 2013, se destaca,
54 mayor cobertura e igualdad de oportunidades, se promueve el aprendizaje colaborativo
55 y personalizado, así como la interacción entre estudiantes y docentes, entre otros. El
56 uso de dispositivos móviles se puede utilizar para favorecer los aprendizajes y dar
57 respuesta a las demandas educativas, también cita a Shuler (et al., 2013) indica que
58 se pueden aprovechar en el aprendizaje de formas nuevas pues cada vez aumenta su
59 potencia, funcionalidad, entre otros.

60 El aprendizaje móvil es un proceso que interconecta al uso de dispositivos móviles con
61 las prácticas de enseñanza-aprendizaje donde el acceso a los contenidos y actividades
62 de aprendizaje se pueden estudiar desde cualquier lugar y no hay restricción de
63 tiempo. Romero, Molina y Chirino, 2010 citados por (Garay Núñez, 2020)

64 El aprendizaje móvil electrónico, apoya a la construcción del conocimiento, la
65 resolución de problemas y mejora las habilidades del estudiante para estudiar de forma
66 autónoma y ubicua, además de que hay una mediación digital a través de los
67 dispositivos móviles. (Brazuelo Grund & Gallego Gil, 2011)

68 El aprendizaje móvil es útil para la innovación educativa, por lo que se requiere que
69 los estudiantes de nivel superior tengan la comprensión de conocimientos científicos y
70 tecnológicos para darle significado al mundo que les rodea, resolver problemas y
71 realizar nuevos diseños, producir, innovar actividades o productos.

72 Por lo anterior, se requiere en los procesos de enseñanza y aprendizaje se identifiquen
73 algunas estrategias didácticas como son el uso de mapas conceptuales, infografías,
74 redes semánticas, analogías, entre otras. Además, se considera que para la resolución
75 de problemas se cuente con metodologías como el uso del aprendizaje basado en
76 problemas, el aprendizaje basado en proyectos, casos de estudio, entre otros. La
77 comprensión de conceptos para la resolución de ejercicios o problemas de ingeniería
78 evita que se mecanice totalmente la información o procedimientos. Además, la
79 resolución de problemas apoya a la toma de decisiones.

80 Según (Oseda Gago, Mendivel Geronimo, & Angoma Astururi, 2020) quienes citan a
81 Ordóñez et al. (2011) el Aprendizaje Basado en Problemas (ABP) facilita que el
82 estudiante pueda investigar, integrar la teoría con la práctica para dar la resolución a
83 un problema. Se tiene el siguiente proceso. 1.- Plantear el problema. 2.- Apropiación
84 del problema, donde se contextualiza y se eligen los parámetros. 3.- Realizar un
85 cronograma de trabajo donde se visualicen los aspectos teóricos y metodológicos. 4.-
86 Darle solución al problema. 5.- Elaborar un informe con los siguientes datos:

87 “introducción, objetivos, planteamiento, metodología, resultados y análisis,
88 conclusiones y recomendaciones, referencias bibliográficas”. 6.- Colaborar, compartir
89 y discutir el problema.

90 De acuerdo con (Montenegro Moracén, García de La Rosa, Fuentes Toledano,
91 Dubarte Despaigne, & Trobajo Cobo, 2009) mencionan que la comprensión de
92 conceptos favorece al medio con la que opera el pensamiento matemático, el proceso
93 de aprendizaje de las matemáticas, desde la complejidad, la disciplina lógico-
94 lingüística, entre otros. Así como la identificación de significados.

95 Actualmente, la Tecnología móvil para el estudio del Álgebra se ha enfocado
96 principalmente para realizar cálculos simbólicos, realizar gamificación o trazar algunas
97 gráficas.

98 Sin embargo, en el grupo piloto de la asignatura de Álgebra se reporta baja
99 comprensión en los conceptos de Álgebra y en la resolución de problemas algebraicos
100 del tema de Matrices y determinantes. Dicho tema también es antecedente para
101 asignaturas como Álgebra Lineal, Cálculo Vectorial, Ecuaciones Diferenciales, entre
102 otras.

103 A continuación, se describe como se hizo uso del aprendizaje móvil apoya a la
104 comprensión y la resolución de problemas algebraicos para el subtema de Matrices y
105 determinantes para la innovación en los procesos de enseñanza y aprendizaje.

106

107 **2. Metodología o desarrollo**

108

109 Se realizó una investigación con enfoque mixta e investigación descriptiva, con un
110 diseño cuasi experimental. La muestra fue con docentes que han impartido la
111 asignatura por más de dos años y con estudiantes de un grupo de la asignatura.

112 Al ser descriptiva se siguieron las siguientes fases:

113 *Fase diagnóstica.* Se aplicaron dos cuestionarios, uno a docentes y otro a estudiantes
114 para detectar desde su experiencia los temas que tienen bajo nivel de comprensión
115 conceptual, así como de resolución de problemas. Dichos cuestionarios fueron
116 validados por docentes que han impartido la asignatura y además son egresados de
117 Ingeniería, Matemáticas o Física, Maestría en Ingeniería, entre otros.

118 Además, se aplicó un cuestionario para detectar el uso de la tecnología móvil con los
119 estudiantes de un grupo de Álgebra de primer semestre de la carrera de Ingeniería.

120 *Fase de implementación.* Se facilitó a los estudiantes una aplicación móvil (app)
121 realizada para el tema de matrices y determinantes, posteriormente se les entregó a
122 los estudiantes una hoja de trabajo con una práctica con tres actividades para que la
123 trabajaran de forma colaborativa, las actividades fueron:

124 1) para que se identificarán los conceptos a través de un mapa conceptual, 2) La
125 aplicación móvil (app) para que se interactuará con las actividades de dos problemas
126 básicos de ingeniería al tema de matrices y determinantes. Los estudiantes entregaron
127 a la docente del grupo la hoja de trabajo donde se identificaron los conceptos y la
128 transferencia de los problemas y 3) emitieran sus conclusiones.

129 A continuación, se muestran algunas pantallas de la aplicación móvil.

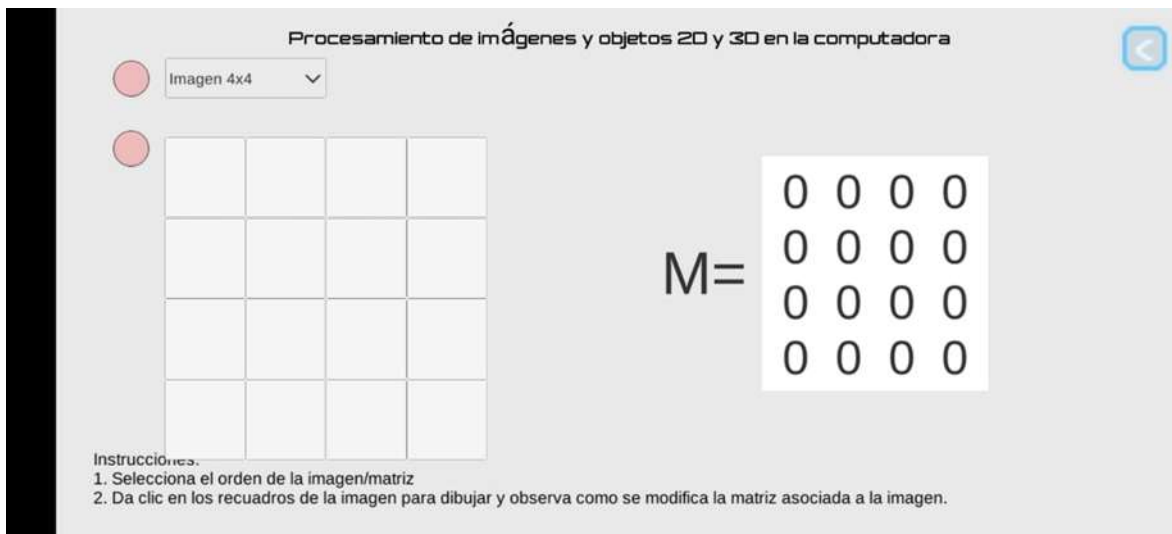
130



131
 132
 133
 134
 135
 136
 137
 138
 139

Figura 1. Pantalla principal de la aplicación móvil (app) para dispositivos móviles con sistema operativo Android. Elaboración propia. 2023

En la Figura 1, se muestra el menú principal donde el estudiante elegirá: 1) realizar las actividades del procesamiento de imágenes por computadora, 2) realizar las actividades del problema de encriptación de mensajes o 3) para descargar un archivo en formato pdf con la teoría de matrices y determinantes.

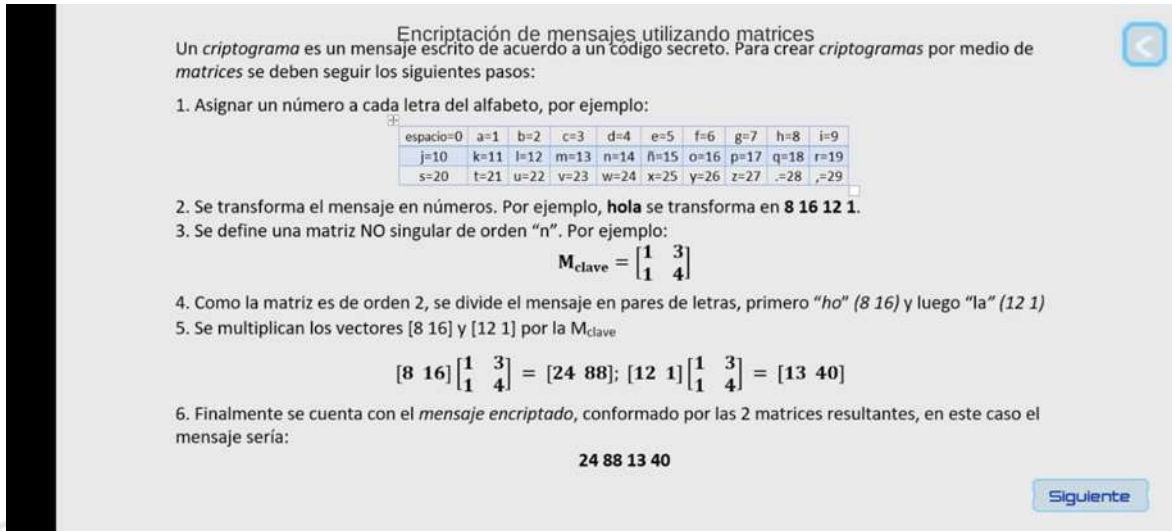


140
 141
 142
 143
 144
 145
 146
 147
 148

Figura 2. Actividad dentro de la aplicación móvil (app) titulada “Procesamiento de imágenes y objetos 2D y 3D en la computadora. Elaboración propia. 2023

En la figura 2. El estudiante si elige el problema de procesamiento de imágenes el estudiante podía interactuar con matrices de orden 2 hasta orden 16 y podía dibujar lo que él deseara con los cuadritos y en el lado derecho se puede dibujar la matriz. El alumno observaba como se iba pintando la matriz con el número uno, cuando elige el cuadro correspondiente.

149



Encriptación de mensajes utilizando matrices

Un *criptograma* es un mensaje escrito de acuerdo a un código secreto. Para crear *criptogramas* por medio de *matrices* se deben seguir los siguientes pasos:

1. Asignar un número a cada letra del alfabeto, por ejemplo:

espacio=0	a=1	b=2	c=3	d=4	e=5	f=6	g=7	h=8	i=9
j=10	k=11	l=12	m=13	n=14	ñ=15	o=16	p=17	q=18	r=19
s=20	t=21	u=22	v=23	w=24	x=25	y=26	z=27	,=28	=29

2. Se transforma el mensaje en números. Por ejemplo, **hola** se transforma en **8 16 12 1**.
3. Se define una matriz NO singular de orden "n". Por ejemplo:

$$M_{clave} = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$$

4. Como la matriz es de orden 2, se divide el mensaje en pares de letras, primero "ho" (8 16) y luego "la" (12 1)
5. Se multiplican los vectores [8 16] y [12 1] por la M_{clave}

$$[8 \ 16] \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 4 \end{bmatrix} = [24 \ 88]; [12 \ 1] \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 4 \end{bmatrix} = [13 \ 40]$$

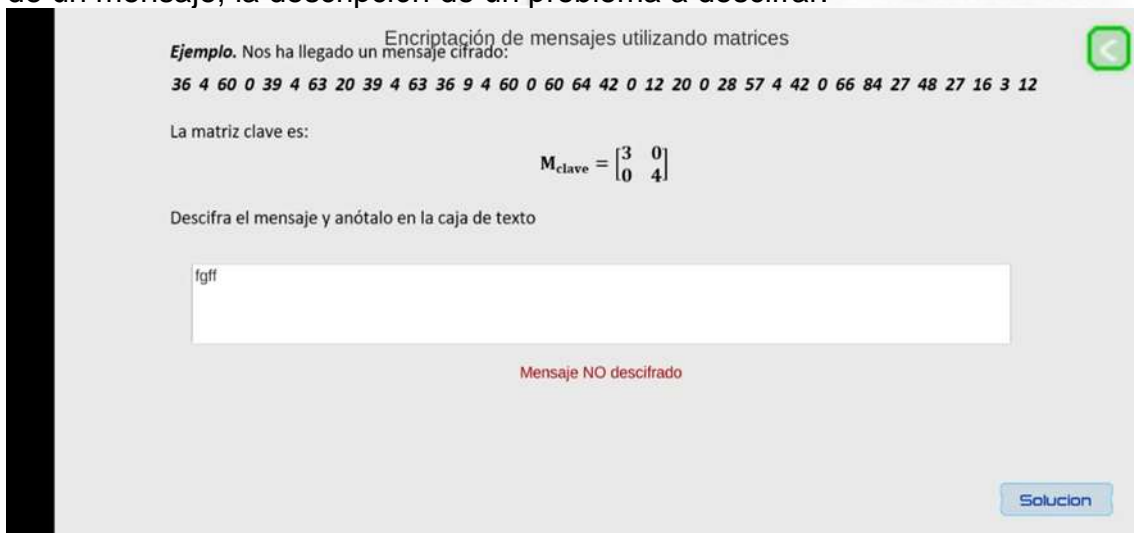
6. Finalmente se cuenta con el *mensaje encriptado*, conformado por las 2 matrices resultantes, en este caso el mensaje sería:

24 88 13 40

150
151
152
153
154
155

Figura 3. Ejemplo 1 dentro de la aplicación móvil (app) titulada "Encriptación de mensajes utilizando matrices". Elaboración propia. 2023

En la Figura 3, se observa si el estudiante eligió del menú el problema de encriptación de un mensaje, la descripción de un problema a descifrar.



Encriptación de mensajes utilizando matrices

Ejemplo. Nos ha llegado un mensaje cifrado:

36 4 60 0 39 4 63 20 39 4 63 36 9 4 60 0 60 64 42 0 12 20 0 28 57 4 42 0 66 84 27 48 27 16 3 12

La matriz clave es:

$$M_{clave} = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}$$

Descifra el mensaje y anótalo en la caja de texto

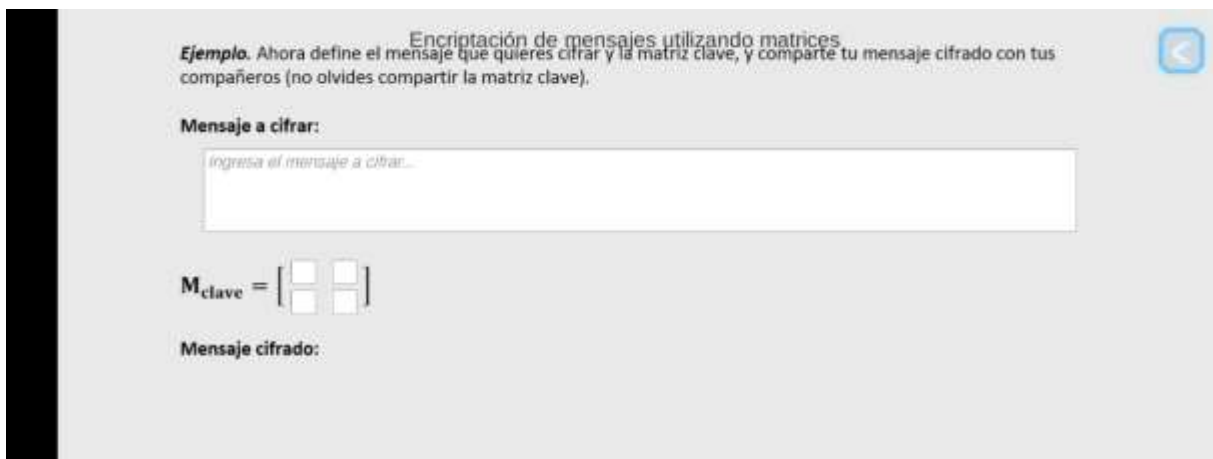
fgff

Mensaje NO descifrado

156
157
158
159
160
161
162
163

Figura 4. Continuación de la actividad dentro de la aplicación móvil (app) titulada "Encriptación de mensajes utilizando matrices". Elaboración propia. 2023

En la Figura 4. El alumno tenía que escribir los resultados que calculó a mano en el cuadro de texto, si el resultado fue mal calculado, le mandaba una alerta de que el Mensaje no fue descifrado. Además, se le proporcionó al estudiante la solución del mensaje que se tenía que descifrar.



164
165 **Figura 5. Ejemplo 2 dentro de la aplicación móvil (app) titulada “Encriptación de mensajes**
166 **utilizando matrices”. Elaboración propia. 2023**

167
168
169 En la Figura 5, en la aplicación nativa (app) móvil, se le permitía al estudiante que
170 propusiera un mensaje y la matriz correspondiente para descifrar nuevos mensajes,
171 está actividad podía compartirla con sus compañeros.

172
173 *Fase de evaluación.* Se aplicó un cuestionario de opinión de los estudiantes y
174 profesores de efectos de utilizar la aplicación móvil para promover la comprensión de
175 conceptos y la resolución de problemas

176
177 A continuación, se muestran los resultados obtenidos después de la entrega de
178 trabajos y la aplicación de algunos instrumentos de evaluación los cuales dan cuenta
179 de la percepción que tuvieron los estudiantes después de realizar la actividad.

180 181 **3. Resultados y análisis**

182
183 A continuación, se presentan los resultados y análisis que se obtuvo en el estudio de
184 la sinergia entre la teoría y la práctica en la resolución de problemas algebraicos.

185
186 Tanto los estudiantes como los profesores reportaron que los temas que presentan
187 bajo nivel de comprensión de conceptos son los temas de matrices y determinantes y
188 números complejos.

189 Por otro lado, se encuestó a los estudiantes sobre el uso que les dan a los dispositivos
190 móviles. Se detectó que los estudiantes les dan un uso personal en un 82%,
191 principalmente es para escuchar música, guardar imágenes, enviar mensajes de
192 textos, correo electrónico, búsqueda de información y redes sociales.

193 Además, el uso principal que le dan los estudiantes es para interactuar en las redes
194 sociales, para aclarar alguna duda con algún video o texto o para la resolución de
195 algún procedimiento algebraico, sin embargo, no tienen aplicaciones móviles que
196 estén dirigidas al reforzamiento de algún tema.

197 En cuanto a la práctica que se les presentó a los estudiantes de la asignatura, cuando
198 se impartió el tema de matrices. En la realización del mapa conceptual se observó que
199 son pocos los alumnos que utilizan esta estrategia para la comprensión de conceptos,
200 por lo que es importante que los estudiantes tengan una diversidad de estrategias
201 cognitivas y metacognitivas para aprender conceptos y desarrollar habilidades.
202 Posteriormente, en una de las actividades en la práctica de la resolución de los
203 problemas, los estudiantes tuvieron a la mano la aplicación app en su dispositivo móvil
204 y con ella pudieron efectuar los procedimientos mediante la metodología de ABP, hasta
205 obtener un reporte final el cual fue entregado por ellos de forma satisfactoria.
206 Se utilizó un instrumento para recolectar la información sobre la percepción de los
207 estudiantes después de realizar la práctica, dicho instrumento contenía diversas
208 preguntas, en las que se resaltan algunos resultados de preguntas como:
209 ¿Cómo se sintieron o fue su experiencia al utilizar los dispositivos móviles para la
210 aplicación de los conceptos en la resolución de problemas de ingeniería?
211 Las respuestas de los estudiantes que predominaron fueron que les ha servido para la
212 comprensión de conceptos y la resolución de problemas, así como también les ayudó
213 a reforzar el tema, además pudieron revisar problemas de la vida diaria y de ingeniería,
214 así como es una práctica innovadora, cómoda de tener la información de forma
215 inmediata, divertida, interactiva, dinámica y satisfactoria.
216 Por lo anterior, mencionaron los estudiantes que dicha práctica favorece la
217 comprensión de conceptos y la motivación se favoreció en el 92% los estudiantes al
218 estudiar con su dispositivo móvil.
219 Además, el 78% de los estudiantes consideraron que es útil tener al alcance la teoría
220 en la aplicación móvil para reforzar los conceptos vistos en clase. Por otro lado, el 92%
221 de los estudiantes considero que mejoró su eficacia en el aprendizaje y el 80% opinó
222 que pueden acceder más rápido a realizar las actividades e interactuar con sus
223 compañeros y resolver sus dudas, además que la resolución de problemas será para
224 los estudiantes de utilidad en la vida cotidiana.
225 Es importante mencionar que los estudiantes indican que al momento de utilizar un
226 dispositivo móvil les causa distracción, adicción y los puede aislar de su entorno social.

227

228 **4. Conclusiones**

229

230 La sinergia entre lo teórico y lo práctico en las matemáticas apoyan a la resolución de
231 problemas y esto conduce posteriormente a la toma de decisiones.

232 Se percibe que el aprendizaje móvil por un lado está apoyando a los seres humanos
233 a disminuir la brecha digital, por otro lado, en el ámbito educativo está siendo utilizado
234 como una práctica educativa donde se pueden aprovechar la ubicuidad, la portabilidad,
235 la accesibilidad, así como algunas aplicaciones nativas para dispositivos móviles sin
236 costo, entre otras.

237 La mediación del aprendizaje exige que se haga uso de estrategias de aprendizaje
238 que conduzcan las actividades que son incorporadas en los recursos o medios
239 digitales y las cuales proporcionen al estudiante un aprendizaje significativo. Para la
240 identificación de conceptos se sugiere que el profesor y el estudiante hagan uso de
241 mapas conceptuales, redes semánticas, infografías, entre otras, así como para la

242 resolución de problemas el uso de metodologías como aprendizaje basado en
243 problemas, aprendizaje basado en proyectos, estudios de caso, entre otros.
244 Los recursos o materiales didácticos que se desarrollen para ser incorporados en
245 dispositivos móviles u otro medio de comunicación se recomienda que incorporen
246 actividades lúdicas y con realimentación. En la práctica desarrollada para la resolución
247 de problemas con matrices y determinantes se observó que se fomentó la creatividad
248 y la toma de decisiones en los estudiantes y ellos pudieron crear nuevos enunciados
249 que los enfrentaron al reto, además que pudieron verificar si los resultados si fueron o
250 no correctamente planteados.
251 Por otro lado, es necesario que las prácticas educativas actuales tienen que ser
252 pensadas para que el estudiante trabaje de forma activa con otros estudiantes para
253 que formen redes de colaboración y así puedan comprender los conocimientos,
254 resolver problemas y manipular actividades de aprendizaje, motivando a que los
255 estudiantes se sientan parte del proceso de aprendizaje y de una comunidad
256 educativa. Por otro lado, se promueve a que desarrollen otras habilidades como un
257 pensamiento lógico, crítico y reflexivo.

258 5. Índice de referencias

- 259
- 260
- 261 • Brazuelo Grund, F., & Gallego Gil, D. (2011). Mobile Learning: los dispositivos
262 móviles como recurso educativo. Sevilla: MAD eDUFORMA.
- 263 • Brazuelo Grund, F., & Gallego Gil, D. J. (2014). Estado del Mobile Learning en
264 España. Educar en Revista, Curitiba (4), 9-128.
- 265 • Cobos Velasco, J. C., Simbaña Gallardo, V. P., & Jaramillo Naranjo, L. M.
266 (2020). El mobile Learning mediado con metodología PACIE para saberes
267 constructivistas. Sophia, colección de Filosofía de la Educación, 28(1), 139-162.
- 268 • Espejo Villar, L. B., Lázaro Herrero, L., Álvarez López, G., & Prats Gil, E. (2021).
269 Caracterización de las mejores prácticas educativas: UNESCO y el paradigma
270 del aprendizaje móvil. digital Education, 336-355.
- 271 • Garay Núñez, J. (2020). Aplicaciones de dispositivos móviles como estrategia
272 de aprendizaje en estudiantes universitarios de enfermería. Una mirada desde
273 la fenomenología crítica. RIDE. Revista Iberoamericana para la investigación y
274 el Desarrollo Educativo, 10(20). doi:<https://doi.org/10.23913/ride.v10i20.594>
- 275 • Montenegro Moracén, E. I., García de La Rosa, J. E., Fuentes Toledano, I.,
276 Dubarte Despaigne, E., & Trobajo Cobo, A. (2009). Enfoque didáctico para la
277 comprensión conceptual de significados matemáticos básicos a través del
278 proceso enseñanza aprendizaje de la Matemática, para la formación de
279 profesores de Ciencias Exactas. Integra Educativa, 183-195.
- 280 • Oseda Gago, D., Mendivel Geronimo, R. K., & Angoma Astururi, M. (2020).
281 Estrategias didácticas para el desarrollo de competencias y pensamiento
282 complejo para estudiantes universitarios. Sophia, Colección de Filosofía de la
283 Educación, 29, 235-259.
284 doi:<https://sophia.ups.edu.ec/index.php/sophia/article/view/29.2020.08>

TRASCENDENCIA DE LA TANGENTE EN LA ENSEÑANZA DEL CÁLCULO DIFERENCIAL

Juan Alfonso Oaxaca Luna¹

Facultad de Estudios Superiores Cuautitlán UNAM, México

ID-POSM067

Resumen.

Hablar de la tangente es hablar de la inclinación de una recta o de la pendiente de la misma así como de la variación de cambio o simplemente de la derivada, en algún momento de nuestra formación como profesionistas lo hemos hecho, pero acaso nos hemos preguntado cuando nació este concepto y más aún cuáles son sus aplicaciones. En este artículo se hace resaltar el uso de la tangente en la vida cotidiana hasta su aplicación en la enseñanza de la geometría y el cálculo. Se hace el reconocimiento social de la contribución de Rene Descartes junto con Fermat los cuales a través de cálculos geométricos explican lo que posteriormente Leibniz y Newton llamarán el comportamiento geométrico de una función en un punto determinado fijando las bases de una cultura antigua en una diversidad de curvas (se conocían escasamente unas doce) y de la pesada herramienta retórica que en ese momento se disponía; en cambio, las aportaciones “modernas” a la geometría analítica tienen a su disposición toda el álgebra renacentista. Esencialmente con lo que contribuye la geometría analítica es fusionar la geometría ordinaria con el álgebra de tal manera que problemas de una disciplina pudieran ser traducidos en problemas correspondientes a la otra. La base de esta fusión fue la identificación de puntos o parejas ordenadas de números y de rectas o curvas con ecuaciones algebraicas.

Palabras clave: variación, derivada, cotidiana, geometría, analítica.

Introducción.

En este trabajo, uno de los propósitos es comprender el concepto de tangente, planteando la cuestión de cómo se ha configurado el concepto de recta tangente históricamente y cómo su evolución ha determinado la manera en que se presenta actualmente a nuestros estudiantes para la enseñanza del cálculo diferencial. Esto ha permitido identificar tres concepciones (euclídea, cartesiana y leibniziana).

Como una forma de explicar en contexto el concepto de tangente, se plantea la cuestión de cómo se ha configurado históricamente y cómo su evolución ha determinado la manera en que se presenta actualmente a nuestros estudiantes. En la época griega, las aportaciones de Euclides y Apolonio, por una parte, y de Arquímedes, por otra, son radicalmente diferentes y van a marcar las dos tendencias que los posteriores autores van a seguir. Arquímedes piensa en la recta tangente como la dirección instantánea del movimiento que sigue la función. En cambio, Euclides y Apolonio la conciben como la recta de mínimo contacto (toca pero no corta). Esta vertiente desembocaría en la concepción de Descartes, Fermat, Barrow y Leibniz, como límite de rectas secantes (Boyer, 1986).

Esta segunda corriente es la que aparece en los libros de texto y, por tanto, la que aprenden nuestros estudiantes. Hay un corte entre la concepción euclidiana, donde la recta tangente es la recta que toca pero no corta a la cónica y la posterior concepción

¹ joaxaca@unam.mx

45 cartesiana, donde la recta tangente es considerada como el límite de las rectas
46 secantes a una función en el punto considerado (introducida en Bachillerato). Son, por
47 tanto, las dos concepciones dominantes que se pueden observar en los alumnos. Este
48 salto histórico también se reproduce entre los estudiantes. Es importante destacar
49 también una tercera concepción. Se trata de la forma que tiene Leibniz de concebir
50 una curva como formada por infinitos segmentos. Al prolongar el segmento en el que
51 se encuentra el punto de tangencia obtenemos la recta tangente (Durán, 1996).

52

53 **Metodología o desarrollo.**

54 Hablar de los cambios que ha sufrido la enseñanza de la tangente, es remontarnos
55 desde preescolar hasta posgrado. En preescolar es el primer momento donde el niño
56 empieza a recortar y observamos cómo sus recortes en una curva son secantes pero
57 al ir mejorando estos cortes se transforman en tangentes, esto nos hace reflexionar
58 en la **transformación** o cambios que hay que considerar en la enseñanza del cálculo
59 diferencial desde Descartes hasta nuestros días. La geometría analítica de “Descartes
60 y Fermat” no fue la excepción a esto, es decir, no fue un producto exclusivo de sus
61 investigaciones, sino más bien, la síntesis de varias tendencias matemáticas
62 convergentes en los siglos XVI y XVII. Es hasta después de la invención de la
63 geometría analítica, donde se hizo un progreso real para lograr un método unificado
64 para resolver problemas de las tangentes. Este método se anticipa a las contribuciones
65 del cálculo de Newton y Leibniz. Esencialmente lo que la geometría analítica
66 proporcionó fue una manera de fusionar la geometría ordinaria, trigonometría y álgebra
67 (Geometría Euclidiana), de manera que problemas de una disciplina pudiera traducir
68 los problemas correspondientes a la otra, considerando como punto de partida a los
69 pares ordenados de números y de rectas o curvas con sus correspondientes
70 ecuaciones algebraicas.

71

72 **Método de las raíces iguales.**

73 Una de las construcciones básicas de la geometría elemental es trazar una
74 circunferencia con centro en el origen cuya ecuación es: $x^2 + y^2 = 25$, donde su radio
75 igual a 5, la cual contiene al punto $(-3,4)$, ya que la pareja de números satisface la
76 ecuación. Encuentre la ecuación de la tangente en ese punto.

77 Sabemos que esta tangente debe ser perpendicular al segmento de recta que une el
78 punto $(-3,4)$ con el origen. Con estos datos podemos calcular la pendiente del

79 segmento aplicando la ecuación: $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ Ec. (1); sustituyendo valores $m = \frac{0 - 4}{0 - (-3)}$

80 , simplificando obtenemos $m = -\frac{4}{3}$, entonces la tangente tendrá una pendiente

81 recíproca y de signo contrario $m = \frac{3}{4}$, como conocemos el punto de tangencia el cual

82 es común a la recta y la circunferencia, podemos aplicar la ecuación $y - y_1 = m(x - x_1)$

83 Ec. (2). Para obtener la ecuación de la recta tangente a la circunferencia en el punto

84 $(-3,4)$. Sustituyendo valores $y - 4 = \frac{3}{4}(x - (-3))$; Simplificando obtenemos la ecuación:

85 $y = \frac{3}{4}x + \frac{25}{4}$, que es la tangente a la circunferencia como se muestra en la siguiente

86 figura 1.

87

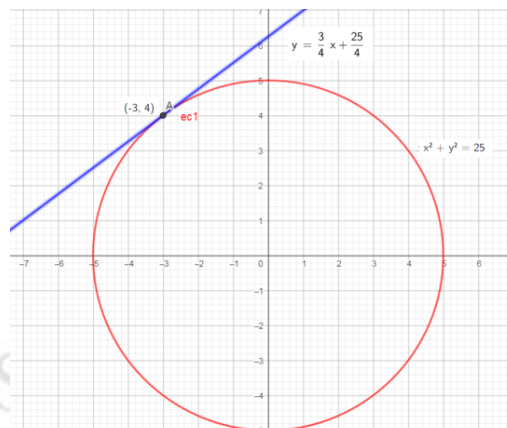


Figura 1. Recta tangente a la circunferencia en el punto $(-3,4)$

88

89

90

91 Pensemos ahora en una parábola posee su foco en el punto $(0, \frac{1}{4})$ y la directriz

92 corresponde a la recta $y = -\frac{1}{4}$; recordemos que la definición nos establece “Es el lugar

93 geométrico que se describe en el que la distancia que existe de un punto fijo llamado

94 foco a un punto móvil (x,y) , es la misma distancia que hay del punto móvil (x,y) , a la

95 recta fija llamada directriz”. Bajo esta consideración establecemos: aplicando la

96 ecuación de distancia entre dos puntos y la distancia de un punto a una recta. Cuyas

97 ecuaciones son respectivamente:

98 $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ Ec. (3)

99 $d = \frac{|Ax+by+c|}{\sqrt{A^2+B^2}}$ Ec. (4)

100 Sustituyendo valores e Igualando la Ec. (3) y Ec. (4)

101 $\sqrt{(x - 0)^2 + (y - \frac{1}{4})^2} = y - (-\frac{1}{4})$

102 Elevando al cuadrado ambos miembros de la igualdad.

103 $x^2 + y^2 - \frac{1}{2}y + \frac{1}{16} = (y + \frac{1}{4})^2$

104 $x^2 + y^2 - \frac{1}{2}y + \frac{1}{16} = y^2 + \frac{1}{2}y + \frac{1}{16}$

105 Simplificando obtenemos:

106 $y = x^2$.
 107 Expresión que corresponde a la ecuación de una parábola con vértice en el origen y
 108 que abre hacia arriba. Uno de los puntos de esa parábola es (2,4). Ahora nuestro
 109 problema es encontrar la ecuación de la recta tangente a la parábola en ese punto.
 110 Primero trazamos una perpendicular al punto de tangencia al eje focal de la parábola.
 111 Como este eje coincide con el eje y , es fácil observar la intersección con esta
 112 perpendicular el cual corresponde al punto (0,4), un punto que esta 4 unidad arriba del
 113 vértice. El correspondiente punto 4 unidades abajo del vértice es (0, -4) y este punto
 114 es en el que la tangente intercepta al eje y . Como se muestra en la figura 2.
 115

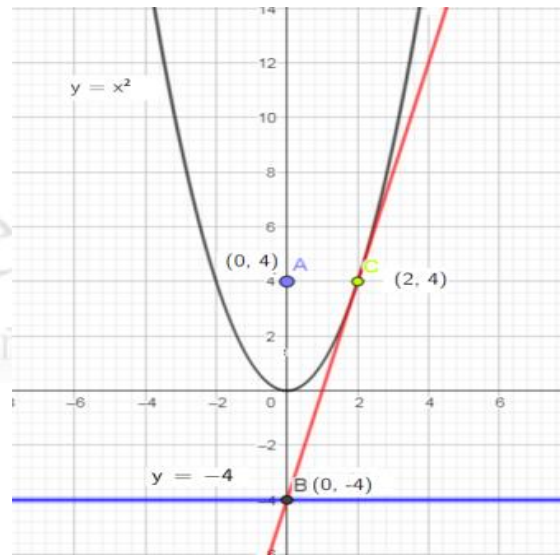
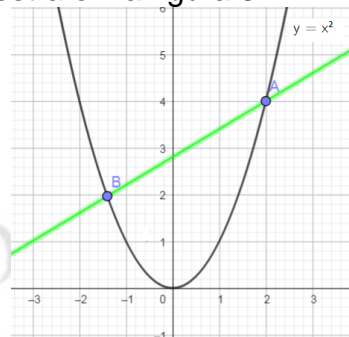


Figura 2. Recta tangente que toca a la parábola y corta la directriz

116
 117
 118
 119 Conociendo que la recta tangente debe pasar a través de los puntos (2,4) y (0, -4), se
 120 puede obtener su pendiente. Aplicando la ecuación Ec. (1), $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$, sustituyendo
 121 valores $m = \frac{4 - (-4)}{2 - 0}$, entonces . Aplicando la ecuación EC. (2), sustituyendo valores.
 122 $y - 4 = (4)(x - 2)$ simplificando.
 123 $y = 4x - 4$, que es la ecuación de la recta tangente a la parábola en el punto (2,4).
 124
 125 Luego de haber ilustrado el uso de la geometría para manejar algebraicamente
 126 construcciones geométricas, estamos listos para describir un método para encontrar
 127 las tangentes a diversos tipos de curvas. Este método fue desarrollado por René
 128 Descartes, a quien se atribuye la invención de la geometría analítica. En los ejemplos
 129 anteriores determinamos las tangentes en el caso de una circunferencia y al de una
 130 parábola. Sin embargo, empleamos un método diferente en cada caso.
 131 Lo que Descartes se esforzó por crear fue un procedimiento uniforme por el que fuera
 132 posible determinar la ecuación de las tangentes sin importar cual fuera la curva en
 133 cuestión. El procedimiento de Descartes es conocido hoy como **“el método de las**

134 **raíces iguales**". A continuación, se describirá este método y ver hasta qué punto
 135 puede resolver el problema general de las tangentes.

137 Por simplicidad, primero describiremos el método de Descartes de las raíces iguales
 138 en una parábola. Si consideramos la misma parábola usada en el ejemplo anterior,
 139 con la finalidad de observar las bondades del método. Se tiene la ecuación de la
 140 parábola $y = x^2$ y el punto de tangencia (2,4). La ecuación debe tener la forma: $y -$
 141 $4 = m(x - 2)$, donde la letra m representa la pendiente de la recta tangente.
 142 Generalmente debemos suponer que la recta esperada intercepta a la parábola en dos
 143 puntos distintos, como se muestra en la figura 3.



Congreso Internacional
 Sobre la Enseñanza y Aplicación de las Matemáticas

Figura 3. Intersección de la recta esperada con la parábola

144
 145
 146

147 Para determinar las coordenadas (x, y) de los puntos de intersección de la recta con
 148 la parábola, establecemos la ecuación, las cuales resolveremos en forma simultánea
 149 la ecuación de la parábola con la recta: $y = x^2$ con $y = 4 + m(x - 2)$.
 150 Igualando ambas ecuaciones.

151
$$x^2 - 4 = m(x - 2)$$

152 Igualando a cero.

153
$$x^2 - mx + (2m - 4) = 0$$

154 Esta es una ecuación de segundo grado que se puede resolver aplicando la fórmula
 155 general.

156
$$x = \frac{-(-m) \pm \sqrt{(-m)^2 - (4)(1)(2m - 4)}}{(2)(1)}$$

157 Simplificando.

158
$$x = \frac{m \pm \sqrt{m^2 - 8m + 16}}{2}$$

159 Como queremos que las raíces sean iguales, entonces el valor del discriminante debe
 160 ser cero, esto significa que la recta toca a la parábola en un solo punto.

161 Del discriminante $m^2 - 8m + 16 = 0$, aplicando la fórmula general:

162
$$m = \frac{-(-8) \pm \sqrt{8^2 - (4)(1)(16)}}{2}$$

 163
$$m = \frac{8 \pm \sqrt{64 - 64}}{2}$$

164 Entonces.

165
$$m = 4$$

166 Sustituyendo el valor de m en la ecuación de la recta: $y - 4 = m(x - 2)$

167
$$y = 4 + 4(x - 2)$$

168 Simplificando.

169
$$y = 4x - 4$$

170 Observamos que esta ecuación coincide con la obtenida geoméricamente. Esto
 171 deberá ser suficiente para convencernos de que el método de las raíces iguales es
 172 bueno.

173 La importancia del método de Descartes radica en que también funciona con otras
 174 curvas distintas a la parábola. Podemos aplicar este método para obtener la ecuación
 175 de la tangente de una circunferencia en un punto dado. Consideremos la
 176 ecuación: $x^2 + y^2 = 25$, y al punto(3,4). Aplicando el método de descartes obtenga la
 177 ecuación de la recta tangente en el punto indicado.

178 Consideremos como antes la ecuación de una recta arbitraria que contiene al punto
 179 (3,4) y la ecuación de la circunferencia.

180
$$y = 4 + m(x + 3)$$

181
$$x^2 + y^2 = 25$$

182 Sustituyendo el valor de y en la segunda ecuación.

183
$$x^2 + (4 + m(x + 3))^2 = 25$$

184 Desarrollando

185
$$x^2 + 16 + 8mx + 24m + m^2x^2 + 6m^2x + 9m^2 - 25 = 0$$

186 Simplificando

187
$$(1 + m^2)x^2 + (6m^2 + 8m)x + (9m^2 + 24m - 9) = 0$$

188 La ecuación anterior es de segundo grado, podemos aplicar la fórmula general para
 189 encontrar su solución.

190
$$x = \frac{-(6m^2 + 8m) \pm \sqrt{(6m^2 + 8m)^2 - (4)(1 + m^2)(9m^2 + 24m - 9)}}{(2)(1 + m^2)}$$

191 Simplificando.

192 Como queremos obtener un punto de tangencia entonces las dos soluciones tienen
 193 que ser iguales, entonces el valor del discriminante tendrá que ser cero.

194
$$x = \frac{-2(3m^2 + 84m) \pm \sqrt{16m^2 - 24m + 9}}{(2)(1 + m^2)}$$

195
$$x = \frac{-(3m^2 + 84m) \pm \sqrt{16m^2 - 24m + 9}}{(1 + m^2)}$$

196
$$16m^2 - 24m + 9 = 0$$

197 Aplicando la fórmula general.

198
$$m = \frac{-(-24) \pm \sqrt{(-24)^2 - (4)(16)(9)}}{(2)(16)}$$

199 Simplificando.

200
$$m = \frac{24 \pm \sqrt{576 - 576}}{32}$$

201
$$m = \frac{24}{32} \text{ o bien } m = \frac{3}{4}$$

202 Con este valor podemos obtener la ecuación de la tangente a la circunferencia en el
203 punto $(-3,4)$.

204 De la ecuación establecida: $y = 4 + m(x + 3)$

205 Sustituyendo el valor de m .

206
$$y = 4 + \frac{3}{4}(x + 3)$$

207 Simplificando.

208
$$y = \frac{3}{4}x + \frac{25}{4}$$

209 Si observamos es la misma ecuación obtenida en forma geométrica.

210 En si el método de Descartes sirve para unificar la teoría de las tangentes.

211 En la actualidad la ecuación de la tangente a una curva se obtiene aplicando el cálculo
212 diferencial. Calculando la derivada de la función, evaluándola en ese punto, valor que
213 corresponde a la pendiente de la recta, con este valor y el punto se aplica la ecuación
214 de la recta punto pendiente.

215 Hagamos esto con la ecuación de la circunferencia $x^2 + y^2 = 25$ la cual contiene al
216 punto $(-3,4)$.

217 Despejando y .

218
$$y = \sqrt{25 - x^2}$$

219 Derivando.

220
$$\frac{dy}{dx} = \frac{-2x}{2\sqrt{25 - x^2}}$$

221 Simplificando.

222

223
$$\frac{dy}{dx} = \frac{-x}{\sqrt{25 - x^2}}$$

224 Evaluando la derivada en el punto $(-3,4)$.

225
$$\frac{dy}{dx} = \frac{-(-3)}{\sqrt{25 - (-3)^2}}$$

226 $\frac{dy}{dx} = \frac{3}{4}$, valor que corresponde a la pendiente de la recta tangente en ese punto,
227 entonces:

228
$$\frac{dy}{dx} = m$$

229

230 Aplicando la ecuación punto pendiente de una recta.

231
$$y = y_1 + m(x - x_1)$$

232 Sustituyendo valores:

233
$$y = 4 + \frac{3}{4}(x - (-3))$$

234 Simplificando.

235 $y = \frac{3}{4}x + \frac{25}{4}$, ecuación de la recta tangente a la circunferencia $x^2 + y^2 = 25$, en el punto
236 $(-3,4)$.

237

238 **Conclusiones:**

239 Del estudio histórico nos interesa remarcar dos aspectos: Por un lado, el análisis
240 epistemológico ha permitido identificar tres maneras diferentes de concebir el
241 concepto de recta tangente a lo largo de la historia:

- 242 • Concepción Euclídea: la recta tangente: como aquella que toca, pero no corta a
243 una cónica.
- 244 • Concepción cartesiana: la recta tangente: como el límite de las rectas secantes.
- 245 • Concepción Leibniziana: toda función está formada por segmentos infinitesimales;
246 al prolongar el segmento en el que se encuentra el punto de tangencia obtenemos
247 la recta tangente.

248 Observamos que por cualquier método los resultados son iguales, queda a elección
249 del estudiante aplicar el método geométrico, método de Descartes o aplicar derivadas,
250 según se le facilite. La contribución es que el estudiante conozca diferentes métodos
251 de solución para un problema determinado y que vea que antes de que existiera el
252 cálculo diferencial los procedimientos de cálculo eran geométricos desde la existencia
253 de los griegos.

254

255 **Agradecimiento**

256 Agradezco al programa UNAM-DGAPA PAPIME 108022 por el apoyo brindado.

257

258 **Referencias**

- 259 BOYER, C. (1986), *Historia de la matemática*, Madrid: Alianza,
- 260 Durán, A. (1996). *Historia, con personajes, de los conceptos del cálculo*. Madrid:
261 Alianza.
- 262 Collette, J.I (2006). *Historia de las Matemáticas*. México: Editorial Siglo Veintiuno.
- 263 Edwards, C.H. (2009). *The Historical Development of the Calculus*. New York, Inc.
264 USA: Springer- Verlag Newman.
- 265 James R. (2010). *El Mundo de las Matemáticas*. México: Enciclopedia Sigma, Tomo
266 4. Ediciones Grijalbo.
- 267 RADFORD, L. (2016). *Epistemology as a research category in mathematics teaching*
268 *and learning*, en B. HODGSON, A. KUZNIAK, y J. LAGRANGE (eds.), *The Didactics*
269 *of Mathematics: Approaches and Issues*, Springer, Suiza, 31-41.
- 270 REY PASTOR, J., y J. BABINI (1997). *Historia de la Matemática*. Barcelona: Gedisa.
- 271 Struik, D. (2011). *A concise History of Mathematico*. Inc. New York, USA :Dover
272 publications.
- 273 Thuiller, P. (2005). *De Arquímedes a Einstein. Las Caras Ocultas de la Invención*
274 *Científica*. México: Consejo Nacional para la cultura y las Artes / Editorial Alianza.

TENDENCIAS E IMPRESIONES DE LA INNOVACIÓN EN LA PRÁCTICA EDUCATIVA MATEMÁTICA

Héctor Adrián Vega Becerril^{1*}, Miguel de Nazareth Pineda Becerril², Armando Aguilar Márquez³, Omar García León⁴
^{1,2,3,4} *Facultad de Estudios Superiores Cuautitlán. Carretera Cuautitlán-Teoloyucan Km. 2.5, San Sebastián Xhala, 54714 Cuautitlán Izcalli, Edo. de Méx.*

EN-POSM069

Resumen

La práctica educativa, en el nivel superior, a nivel nacional, presenta siempre el reto primordial de adaptación, de la constante actualización, además de contemplar la evolución social y el análisis de nuestro contexto. En tiempos de pandemia mundial, de cambios estructurales en la forma de gobierno y de nuevas formas de interactuar en sociedad, surge la necesidad de adaptarnos a nuevas tendencias que permitan perseguir el objetivo de enseñar a pesar de los contextos, particularmente el rubro de las matemáticas no queda exento.

Precisamente una de las tendencias generales más difundidas por los especialistas en el ámbito hoy en día, consiste en hacer hincapié en la transmisión de los procesos de pensamiento propios de la matemática, relegando al segundo plano de importancia, la transferencia de contenidos. “Debe ser puntual concebir que la matemática es, ante todo, saber hacer, ya que es una ciencia en la que el método claramente predomina sobre el contenido”.

Debido a esto, se concede una gran importancia al estudio de las cuestiones didácticas y su relación/interacción con la psicología cognitiva, priorizando los procesos mentales en la resolución de problemas.

En esta línea se direccionan los esfuerzos por transmitir y aplicar estrategias factibles y adecuadas que motiven, valoren y ayuden a estimular una resolución autónoma y consciente de verdaderos casos prácticos matemáticos, más que enfocarse en la mera transmisión de temas, de clases tradicionales, de didácticas vanguardistas poco eficientes, de tecnología aplicable, de preparar para un examen o llevar la práctica al simple plano de aprobar o reprobado, restándole sustancia y extinguiendo la motivación e interés del estudiante.

En el presente trabajo se aborda un análisis racional y directo de las tendencias y directrices que debe concebir cualquier profesional de la educación enrolado en el ámbito matemático, permitiendo la posibilidad de valorarlas y llevarlas a la praxis.

Palabras clave: Innovación, Didáctica, Tendencias, Estrategias, Procesos, Cognitivos

1. Introducción

En el contexto educativo resulta sencillo comprender que una de las áreas de estudio más controversiales para los estudiantes es, precisamente, el área de las matemáticas. La práctica educativa en este ámbito, entonces, ha prevalecido con recurrentes ideas de actualización, de modificación y de evolución con el objetivo de

¹ adrianvegabe10@gmail.com

44 tratar de motivar al alumno para mejorar su predisposición y canalizar su actitud para
45 obtener mejores aprendizajes y generar positivas impresiones al enfrentarse a este
46 tipo de contenidos.

47 Estos cambios se han abordado desde la visión de la didáctica, de la psicología
48 educativa, desde las diferentes teorías pedagógicas, sin embargo, aunque han sido
49 buenas aportaciones, su trascendencia no ha causado el efecto esperado al menos en
50 el contexto general mexicano.

51 Siguiendo con esta línea, el sentido de la innovación en la práctica educativa
52 matemática debe centrarse en transmitir y aplicar estrategias factibles y adecuadas
53 que motiven, valoren y ayuden a estimular una resolución autónoma y consciente de
54 verdaderos casos prácticos matemáticos, más que enfocarse en la mera transmisión
55 de temas, de clases tradicionales, de didácticas vanguardistas poco eficientes, de
56 tecnología aplicable, de preparar para un examen o llevar la práctica al simple plano
57 de aprobar o reprobar, restándole sustancia y extinguiendo la motivación e interés por
58 parte del estudiante.

59 El abordaje tradicionalista en la práctica educativa matemática ha merecido que, hasta
60 nuestros días, se genere una perspectiva de rendición previo al enfrentarse a
61 contenidos matemáticos. A esto se debe agregar que la metodología parece siempre
62 ser la misma: preparar con contenidos explicados sin antecedentes y contextos
63 previos, con lenguajes tecnicistas, con materiales didácticos invariables y todo para
64 finalizar con la presentación de uno o varios exámenes, dándole el objetivo primordial
65 a su acreditación y sin darle la menor importancia al verdadero aprendizaje
66 matemático, muchas veces necesario para continuar con la futura vida académica.

67 En el presente trabajo se abordan algunos aspectos de gran importancia e interés,
68 metodologías que tienden a valorar el objetivo primordial de la enseñanza de las
69 matemáticas, acciones que buscan mejorar el entendimiento de los procesos
70 matemáticos, valorando su relación con la cotidianidad de los estudiantes y
71 fomentando el interés y la buena disposición por aprender contenidos matemáticos.
72 Se espera, que después de hacer este análisis, los profesionales de la educación
73 enrolados en el área de matemáticas, puedan considerar la sustancia de lo aquí
74 mencionado y puedan considerar su aplicación.

75

76 **2. Metodología o desarrollo**

77

78 La historia de la matemática forma parte indispensable del conocimiento del
79 matemático en general. Uno mismo no solo tiene la intención de utilizarlo como
80 instrumento de su propia enseñanza sino también porque la historia le puede
81 proporcionar una visión verdaderamente humana de la matemática lo cual suele estar
82 muy solicitado

83 El panorama histórico nos acerca a la matemática como ciencia, a veces con
84 equivocaciones, pero capaz también de corregir sus errores. Nos aproxima a las
85 interesantes personalidades de los diversos autores que han ayudado a impulsarlas a
86 lo largo de muchos siglos, por motivaciones muy distintas.

87 El orden lógico no es necesariamente el orden histórico, ni tampoco el orden didáctico
88 coincide con ninguno de los dos. Pero el profesor debería saber cómo han ocurrido las
89 cosas, para:

- 90 ○ Comprender mejor las dificultades del hombre, de la humanidad, en la
91 elaboración de las ideas matemáticas, y a través de ello las de sus propios
92 alumnos
- 93 ○ Entender mejor la relación de las ideas, de los motivos y variaciones de la
94 sinfonía matemática
- 95 ○ Utilizar este saber cómo una sana guía para su propia pedagogía.

96
97 Anteriormente la enseñanza de las matemáticas impartidas a niños, niñas, y a jóvenes
98 era considerada principalmente para cumplir con el objetivo de sólo conocer; sin
99 embargo, aun así, se fallaba en el intento, ahora, con la revolución educativa, esta
100 enseñanza va más allá de solo dar a conocer el tema, si no, desarrollar la capacidad
101 de poder realmente analizar y resolver problemas, es por ello que las matemáticas
102 requieren de estrategias didáctico-pedagógicas. (Ver tabla 1)

103
104 Guillermo López-Quijano (2019), en su artículo titulado “La enseñanza de las
105 matemáticas, un reto para los maestros del siglo XXI”, en la primera parte se analizan
106 los desafíos que enfrentan docentes, estudiantes y padres de familia al asumir el
107 proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, así como las dificultades que
108 enfrentan los estudiantes a lo largo de la vida estudiantil al aplicar los conocimientos
109 matemáticos para resolver situaciones o problemas en su entorno; La segunda parte
110 presenta un concepto didáctico y pedagógico, cuyo propósito es registrar la actitud
111 socio científica de los estudiantes para estudiar matemáticas en la institución educativa
112 de su adscripción.

Porcentaje de estudiantes en los niveles de logro III y IV en la prueba Plana de Matemáticas, 2017



Tabla 1. Niveles de logro (Acreditación) en área Matemática (Hernandez, 2018)

113
 114
 115
 116
 117
 118
 119
 120
 121
 122
 123
 124
 125
 126
 127
 128

Es en este sentido, con apoyo de la globalización y del orden económico mundial, se desarrolla la necesidad de adaptarse al mundo cambiante, principalmente en el área matemática, aprovechando el gran poder motivador que la modelización y las aplicaciones poseen, surge la necesidad de realizar el estudio de las matemáticas en constante contacto con situaciones reales que les dan motivación y vitalidad.

El papel que juega el docente, es trascendentalmente el de un guía, que ayude y oriente para que el alumno desarrolle y conozca con certeza sus habilidades, y sea capaz de desenvolverse en el ámbito de las matemáticas.

Es necesario cultivar y desarrollar la intuición en general, la manipulación operativa del espacio y los símbolos mismos. Por supuesto, es necesario no negarse a comprender lo que se está haciendo, pero no debemos permitir que este esfuerzo de comprensión

129 pase por alto el contenido intuitivo de nuestra mente en su enfoque de los objetivos
130 matemáticos.

131

132 Sí, la matemática es una ciencia, mucho más de lo que hasta ahora se suponía, con
133 un carácter empírico, especialmente en su invención, que es mucho más interesante
134 que su construcción formal, entonces es necesario que la profundización en ella se
135 haga con una mirada mucho más intensa a la experiencia y manipulación de los
136 objetos de los que surge, en el caso de la enseñanza en el nivel superior, es necesario
137 focalizar los ejemplos, ejercicios, técnicas y “tips” en lo efectivo y eficiente, en lo
138 fácilmente observable, en lo vivido cotidianamente y en lo que seguramente en el
139 ejercicio de la profesión se les presentara.

140

141 **3. Resultados y análisis**

142

143 López-Quijano (2019), menciona un claro ejemplo de las técnicas tradicionales que
144 son utilizadas en las aulas, que se basan, en que el aprendizaje únicamente depende
145 del alumno y no es (como debería) ser bilateral.

146

147 La propuesta envuelve cuatro aspectos: el ambiente de aprendizaje colaborativo, el
148 sistema didáctico de aprendizaje basado en problemas, las características del aula
149 especializada y el proceso de evaluación formativa.

150

151 En la praxis, contextualizando nuestra práctica docente en la Facultad de Estudios
152 superiores Cuautitlán, en tiempos de semestres híbridos y de nuevas normalidades
153 sociales y académicas, se consideró adecuar (apegados a los preceptos teóricos antes
154 mencionados) nuestro “modus operandi” como responsables de asignaturas
155 matemáticas en estudiantes de los primeros semestres y entre nuestras muchas
156 experiencias se considera importante mencionar que la introducción del sistema
157 didáctico en el desarrollo de los contenidos temáticos, permitió que el estudiante se
158 sintiera identificado con su entorno, y fue muy notorio que se le incentiva a ofrecer
159 situaciones y problemas contextualizados, lo que refuerza y construye su confianza al
160 participar, analizar, intentar y calcular, lo que repercute positivamente en la confianza
161 en sí mismo, confianza en la elección de caminos que conduzcan a la solución de los
162 propios problemas sugeridos por nosotros los profesores, apoyados en contenidos
163 incluidos en los textos de apoyo. Incluso el estudiante recurre a comprobar mediante
164 otros canales de información (sitios web, aplicaciones matemáticas, etc.) y autores que
165 reafirmen o critiquen el conocimiento que adquirieron.

166

167 Del mismo modo, la evaluación formativa suscitó en el estudiante la necesidad de
168 aprender no para evaluar sino para dar razón a su conciencia en el momento en que
169 analiza su progreso (la cuarta etapa de la evaluación, de esta propuesta), con las
170 pruebas oportunas y en presencia de nosotros como apoyo, llama la atención que el

171 alumno paulatinamente acepta la evaluación formativa y abandona el hábito de ver el
172 número que caracteriza su conocimiento. Obviamente, la cultura estudiantil mexicana
173 es un muro difícil de librar, y aunque se acepta el hecho de aprender y lograr objetivos
174 de aprendizaje a corto y largo plazo (que antes no se conseguían o no se valoraban)
175 siguen moralmente mermados por el tema de la nota obtenida.

176
177 Al final, después de dos años aplicando este estilo de enseñanza, se pudo notar que
178 cuando los problemas que componen la enseñanza de una determinada materia se
179 relacionan con el contexto del alumno, se ha comprobado que le es más fácil
180 comprender, le resulta más fácil proponer posibles soluciones, actúa con mayor
181 confianza y se concientizan que los contenidos tienen sentido aplicable en su vida
182 actual y su futuro, tanto académico, como personal y profesional.

183
184 Es de esta manera que podemos concluir que las actualizaciones de los programas de
185 matemática hacen énfasis en resolución de problemas contextualizando en entornos
186 reales y conocidos por los estudiantes. Sin embargo, al menos en nuestra universidad,
187 por voz propia de nuestros estudiantes, estas fundamentadas en las evaluaciones del
188 profesorado y en el índice de calificaciones del área matemática de los alumnos de las
189 diferentes carreras de nuestra facultad, es notable que se continúa con los métodos
190 de enseñanza donde el profesor no tiene retroalimentación de los alumnos y al salir
191 del aula no se puede comprobar si es aplicado de la manera en la que se han adaptado
192 los nuevos métodos como lo mencionan los autores anteriormente citados.

193 Además, cabe resaltar, que al menos en nuestro contexto mexicano, la asociación del
194 éxito con una nota alta sigue siendo ese dilema que muchas veces pregona en las
195 mentes de los estudiantes y ciertamente, es muy complejo trabajar para disminuir esta
196 idea y así centrar la “recompensa” en torno al bagaje académico y a las posibles
197 aplicaciones de los conocimientos en la vida futura en ámbitos académicos y
198 personales.

199
200 Es preciso comprender que, desde nuestra experiencia aplicando este modelo de
201 enseñanza, antes de realizar cualquier tipo de resolución de problemas, se debe llevar
202 a cabo una previa preparación, y es precisamente ese punto que se menciona las
203 siguientes actividades a tomar en cuenta:

- 204
- 205 ● Explorar los diferentes bloqueos que nos afectan para lograr una actitud sana y
 - 206 cómoda frente a la tarea de resolución de problemas.
 - 207 ● Desarrollo de varios métodos y técnicas específicas de desbloqueo.
 - 208 ● Estudio de las habilidades y carencias más características con el desarrollo de
 - 209 un autoconocimiento.
 - 210 ● Realización de previos ejercicios, con el uso de diferentes métodos y
 - 211 alternativas

- 212 ● Adecuar los enunciados de los ejercicios con temas cotidianos, actuales y/o las
213 metodologías de realización con una aplicación cotidiana.
214 ● Y, por último, utilizar métodos tecnológicos de comprobación (apps y software
215 libre) asociando lo plasmado con los canales mucho más familiares para los
216 estudiantes.

217

218 Teniendo entendido el punto en el que en la vida actual de las nuevas generaciones
219 se identifican las siguientes problemáticas: se siguen formando estudiantes con
220 métodos obsoletos pensando en aprobación de exámenes, en aprobación de créditos
221 por asignatura, pesando en que los trabajos en los que la mayoría terminará ejerciendo
222 siguen siendo inflexibles, siendo que en la actualidad los trabajos también se han
223 adaptado a las nuevas generaciones con las nuevas tecnologías, así como la falta de
224 autonomía y la estandarización de contenidos que anula la posibilidad de acercar y
225 facilitar la comprensión de los temas a los distintos tipos de aprendizaje y grados de
226 comprensión.

227

228 Reconociendo la naturaleza de la asignatura trabajada en la vida cotidiana, es
229 importante que nosotros como responsables de la educación, pretendamos a la
230 brevedad retomar la intuición al enseñar, siendo la matemática una ciencia que
231 participa de manera empírica, por lo que resulta necesario que la inmersión en ella se
232 realice poniendo especial atención en la experiencia y la manipulación/acercamiento
233 de los objetos que los engloba. Es decir, “la matemática se asemeja a otras ciencias,
234 por aproximaciones sucesivas, por experimentos, unas veces acertadas y otras no.
235 Así la enseñanza deberá tomar en cuenta ese carácter apegado al proceso de
236 aprendizaje humano, ganando dinamismo, interés y que sea atractivo” (RUBISTEN,
237 2004).

238

239 La aparición de herramientas como la calculadora, la computadora y smartphone
240 actual en los que se puede hacer uso de aplicaciones en las que se puedan representar
241 los procesos matemáticos más complejos de manera gráfica o hacer uso de diferentes
242 métodos como para comprobación y agilidad de procesos es una gran influencia en
243 los intentos por orientar la educación matemática adecuadamente, de forma que se
244 aprovechen al máximo dichos instrumentos. Los obstáculos identificados para lograr
245 el correcto uso de las herramientas mencionadas van desde el costo que representa
246 el acceso a ellos, hasta la disponibilidad de los docentes al invitar e instruir para la
247 familiarización de su uso, además de la cultura viciada de la “trampa o ventaja” que
248 trasciende en el contexto mexicano desvalorizado moralmente. Este reto es uno de los
249 más importantes en la actualidad pues ya se puede observar que la manera de enseñar
250 y los mismos contenidos se tienen que experimentar drásticas reformas, de tal manera

251 como en la comprensión de los procesos matemáticos aún más que en las tareas
252 repetitivas en la resolución de problemas matemáticos. Reconocer la importancia que
253 el desarrollar y acercar a los estudiantes a la intuición para interactuar con las
254 herramientas que han surgido poniendo atención en la lógica y naturaleza de la materia
255 haciendo de ella una actividad activa, interesante y didáctica. La práctica docente
256 merece entonces, una creación del “buen tacto” (metodologías de carácter sensible y
257 personal) de una preparación y actualización de las vivencias en las nuevas
258 sociedades, una manera adecuada de transpolar lo que en los textos se maneja con
259 lo que se presenta cotidianamente.

260

261 **4. Conclusiones**

262

263 Actualmente los estudiantes necesitan estar cómodos, confiados y motivados, para
264 generar su interés por aprender y adquirir conocimientos matemáticos, utilizando
265 herramientas tecnológicas, que se mantengan a la vanguardia y sirvan para fortalecer
266 habilidades, que ahora son requisito indispensable en este mundo vertiginoso y
267 cambiante.

268

269 El amor por el descubrimiento de las matemáticas es posible y muy motivador para
270 superar otras rutinas de aprendizaje necesarias que naturalmente tienes que
271 atravesar. Apreciar las posibles aplicaciones del pensamiento matemático en la ciencia
272 y la tecnología modernas puede llenar de sorpresa y deleite a muchas personas
273 prácticas.

274

275 En la actualidad, es fundamental cerrar esta brecha tecnológica en el campo del
276 aprendizaje; es así, la urgencia de poder incorporar las TIC's en la educación, claro
277 cómo se mencionó antes, no únicamente en términos de utilización de computadoras
278 en las aulas, sino de aquellas estrategias pedagógicas apoyadas en las nuevas
279 tendencias de software necesarias para generar ambientes familiares o reconocidos
280 en los que nuestros estudiantes están inmersos diariamente y que generaran interés
281 y confianza a priori.

282

283 El rol del profesor merece estar en constante actualización, no solo en el conseguir
284 títulos de maestrías, doctorados, diplomados, especialidades, etc. si no también
285 abarcar esa actualización al modo de ejercer, cambiar las costumbres, los vicios
286 docentes, vislumbrar los eventos cotidianos para relacionarlos con los contenidos y
287 estudiantes. Debemos emplear el método que más nos convenza, según la naturaleza
288 de la asignatura, pero debemos emplearlo con responsabilidad y sentido humano.
289 Debemos dejar llevar por la corriente del mundo tecnológico y remar a favor de la
290 corriente, aprovechar nuestra preparación y experiencia, para enriquecer nuestra labor
291 y ayudar a estudiantes a aprender para en un futuro aplicar, no solo ayudar a acreditar
292 o mucho peor, a reprobar sin sentido de causa.

293

294 Es evidente, que los cambios generados por la globalización y los nuevos modelos de
295 vida afectadas por la creación de un nuevo orden mundial y su impacto en nuestro
296 contexto mexicano no se darán en un lapso de tiempo tan corto como lo es en una
297 semana, e incluso a veces no en una generación, sin embargo, es necesario empezar
298 e ir mejorando en el modo de comprender nuestro trabajo como responsables de la
299 formación académica, de idealizar un nuevo modo y apreciación de la enseñanza, de
300 quitarnos el cobijo de la tradicionalidad y lo pragmático de nuestro modo de evaluar.
301 Es necesario humanizar contextualizando y preocupándonos porque los temas que
302 desarrollemos en una clase no se queden solamente en un examen parcial y en las
303 notas de los cuadernos de nuestros alumnos, sino en las mentes de futuros
304 profesionistas, en las mentes de personas que generación tras generación quizás
305 resanaran la brecha entre “lo que saqué” y “lo que aprendí y puedo aplicar”.

306

307 **Agradecimientos**

308

309 Trabajo realizado con el apoyo del programa UNAM-DGAPA-PAPIME PE101623.

310

311 **5. Índice de referencias**

312

313 Libros

- 314 ● Mancera, E. (2003). *Error es un placer*. México: Grupo editorial Iberoamericano.
- 315 ● Rubinsten, S. (2004). *El pensamiento y los caminos de su investigación*. México:
316 Grijalbo.

317

318 Información en línea

319

- 320 ● López Quijano, Guillermo (2019). “La enseñanza de las matemáticas, un reto
321 para los maestros del siglo XXI”

322 [En línea] Disponible en: <https://doi.org/10.26620/uniminuto.praxis.14.15.2014.55-76> .

323

Consultado en febrero 2023

324

- 325 ● Hernandez, S. (16 de Abril de 2018). "Estudiantes mexicanos ni de "panzazo"
pasan en matemáticas". *El Sol de Mexico*.

DISEÑO E IMPLEMENTACIÓN DE LA UX EN LA ENSEÑANZA E-LEARNING Y SUS ESTADÍSTICAS

De La Luz Oliva Ana Karen^{1, *}, Simón Farfán Karina², Pineda Becerril Miguel de Nazarteh³, Aguilar Márquez Armando⁴, García León Omar⁵
^{1,2,3,4,5} Facultad de Estudios Superiores Cuautitlán Campo 4 UNAM. Carretera Cuautitlán-Teoloyucan Km. 2.5, Col. San Sebastián Xhala, Cuautitlán Izcalli, Estado de México, CP. 54714.

AP-POSM070

Resumen

La experiencia de usuario hoy en día ha tomado un papel muy importante en muchos sectores de las organizaciones y la educación no ha sido la excepción, la disciplina de la experiencia de usuario (UX) nos ofrece un mundo de oportunidades que debemos de aprovechar y mejorar en el aspecto educativo. En este sentido e-learning nos brinda una interacción muy estrecha con los alumnos, gracias a los contenidos utilizados en las diferentes plataformas virtuales. Los contenidos de un curso son parte fundamental de una buena experiencia de usuario.

Cuando generamos contenido para las diferentes plataformas educativas tenemos un objetivo en específico y es conseguir que estos contenidos lleguen al usuario final en este caso a los alumnos. Para ello, resulta de suma importancia considerar un entorno adecuado para generar una buena experiencia de usuario y esto se logra con la interacción de la información de las plataformas virtuales o contenido digital.

La experiencia de usuario (UX) en e-learning se define como el proceso de organizar y estructurar los contenidos digitales para facilitar el proceso de aprendizaje cubriendo las necesidades del alumno. Para este resultado tenemos que diseñar una UX de manera sencilla e intuitiva

Palabras clave: experiencia de usuario, e-learning, interacción y UX.

1. Introducción

La experiencia de usuario (UX) en e-learning se genera por medio de un diseño instruccional, es decir realizar un análisis pedagógico de las necesidades de los alumnos para así desarrollar los recursos de aprendizaje en e-learning esto únicamente se dará a través de un dispositivo conectado a la red para poder generar una interacción con los contenidos.

Así que, el diseño instruccional es el conjunto de varias disciplinas y que se define como un proceso dinámico y analítico que es utilizado en la pedagogía en conjunto con la tecnología para mejorar los procesos de aprendizaje, en este caso hablamos en particular en la optimización de las diferentes plataformas virtuales. Por eso, es de

¹ akunam17@gmail.com

45 suma importancia integrar a este tipo de análisis un guion instruccional para la
46 recolección e integración de información en los contenidos digitales, así como a su vez
47 analizar una correcta experiencia de usuario, todo en conjunto genera un equilibrio y
48 coherencia visual que debe de existir en todas las partes que integran una plataforma
49 digital para tener una fácil interacción y usabilidad con el usuario.

50

51 Algunas de las funciones de la experiencia de usuario más utilizadas en el área
52 tecnológica enfocadas en e-learning son:

53

- 54 • Creación de Contenidos digitales
- 55 • Análisis de una correcta usabilidad de contenido en la web
- 56 • Planificación, diseño y desarrollo de cursos a distancia (e-learning)
- 57 • Integración de los tics en plataformas educativas
- 58 • Mejoras continuas en el contenido digital para su aprovechamiento visual
- 59 • Conocer el usuario al que se estará enfocando el contenido.

60

61 Este último punto antes mencionado es de suma importancia, ya que, aunque
62 podamos tener el mejor recurso digital, la mejor implementación de un guion
63 instruccional en plataformas virtuales y una correcta UX, si no identificamos nuestro
64 usuario que interactuará con nuestro contenido poco sentido tendrá toda la gestión de
65 contenido.

66

67 Es necesario conocer nuestro usuario, es decir, saber sus gustos, la manera en que
68 se le facilita el aprendizaje, conocer su edad, son datos muy importantes que nos
69 facilitará a generar una correcta experiencia de usuario en las plataformas digitales y
70 así enfocar el análisis de generación de contenido y de UX de acuerdo con el
71 comportamiento del usuario en este caso, la interacción que el alumno tendrá con las
72 diferentes herramientas digitales.

73

74 A continuación, explicaremos alguno de los procesos que nos ayudaran a tener una
75 correcta experiencia de usuario enfocada a e-learning.

76

77 **2. Metodología o desarrollo**

78

79 **2.1 UX: Experiencia de Usuario.**

80

81 En la actualidad, podemos definir que la experiencia de usuario (*user experience*) es
82 aquella que satisface la interacción del usuario (alumno) a través de contenido gráfico
83 digital, tales como aplicaciones y sitios web, mejorando la usabilidad y accesibilidad
84 entre el alumno y las plataformas virtuales.

85

86 Por lo tanto, el rol del experto en UX es hacer que esta tecnología sea satisfactoria y
87 fácil de usar, que sea verdaderamente amigable, útil y eficiente.

88

89 A continuación, mencionaremos algunos puntos para generar una correcta experiencia
90 de usuario en e-learning.

91

92 **2.2 Estrategia de contenido.**

93

94 La estrategia de contenido es la planeación y desarrollo de información (textos,
95 imágenes, videos, artículos, infografías, testimonios, etc.) que se integrarán en las
96 diferentes plataformas educativas.

97

98 Para poder desarrollar el contenido, es indispensable tener en cuenta los siguientes
99 puntos:

100

- 101 • Información: ¿cuál es el objetivo principal de tu mensaje para los alumnos?
- 102 • Contexto: ¿Por qué el alumno debería consumir (leer) tu contenido?
- 103 • Medio: ¿En qué plataforma educativa estará publicado el contenido?
- 104 • Forma: ¿cómo se presentará el contenido?

105

106 Estos dos últimos puntos son de suma importancia, ya que debemos conocer las
107 características de la plataforma educativa. Ya sea el sitio o en la aplicación web que
108 esté desarrollada y la manera en que se va a presentar el contenido a los estudiantes
109 tales como contenido gráfico, audio, de vídeo o una combinación de estas. Por lo tanto,
110 desde estos puntos comenzaremos a planear la interacción del alumno con el
111 contenido a través de guion instruccional.

112

113 **2.2.1 Diseño de contenido**

114

115 Realizar contenido de calidad será uno de los principales objetivos para realizar
116 buenas experiencias de usuario, por lo que a continuación se describen algunos
117 aspectos visuales que debemos tomar en cuenta para diseñar y desarrollar un buen
118 contenido.

119

120 **2. La tipografía:** Es el estudio y la clasificación de diferentes familias o tipos de letras
121 y diseño de caracteres. Las fuentes son el grupo de caracteres con cualquier diseño,
122 cuerpo o estilo. Es el estilo o apariencia del texto. Y para entender los diferentes estilos,
123 basta con conocer algunos tipos de fuentes.

124

125

126

127 **2.3 Investigación de usuario.**

128

129 Cuando creamos un curso en línea, de cualquier tipo, tenemos un objetivo claro: hacer
130 que el contenido del curso sea accesible para los estudiantes. Por eso, es muy
131 importante proporcionar un entorno adecuado para ello. Es decir, buscar la manera en

132 que los estudiantes (usuarios) interactúen con el contenido del curso para generar la
133 experiencia del usuario (UX).

134

135 En primera instancia, debemos identificar correctamente el perfil del usuario, es decir,
136 saber su edad, conocer las actitudes, las ideas y los deseos de los alumnos. Para esto
137 es muy importante implementar métodos de investigación cuantitativa.

138

139 Por otra parte, los grupos focales y las entrevistas remotas permitirán obtener
140 información del usuario específica y detallada para obtener información valiosa.

141

142 Las herramientas de análisis suelen responder a preguntas como:

143

144 ¿Cuánto tardan los alumnos en completar una tarea?

145 ¿Dónde hacen clic?

146 ¿Qué tan lejos se desplazan en las páginas? (*scrollmaps*)

147 ¿Cuáles son las características con las que más interactúan en una plataforma
148 educativa?

149 ¿De qué manera navega el estudiante en la plataforma digital e-learning?

150 ¿En qué momento deciden abandonar la plataforma?

151

152 **2.4 Análisis e integración de contenido digital**

153

154 Una vez que se haya terminado satisfactoriamente la realización del contenido digital,
155 será muy importante saber la ubicación específica donde se mostrará la información
156 en las diferentes partes de la plataforma educativa.

157

158 Para esto se implementa la jerarquía visual. La **jerarquía visual** es un principio de la
159 experiencia de usuario que habla sobre el orden de los elementos de una interfaz,
160 según sus características para facilitar la interacción con el usuario.

161

162 Por lo tanto, la jerarquía visual no es una consideración estética, si no de usabilidad y
163 de mejora de experiencia de usuario.

164

165 **2.5 Usabilidad**

166

167 Primero debemos considerar que dentro de las plataformas *e-learning* existen dos
168 caminos sumamente determinantes las cuales son:

169

170 *Plataformas de Código abierto.* Estas plataformas son sin fines de lucro, es decir una
171 comunidad se encarga de darle mantenimiento, soporte, actualizaciones e incidencias
172 sin remuneración económica.

173

174 *Plataformas Comerciales.* Son plataformas creadas con el propósito de obtener una
175 remuneración económica, la mayoría cobran mensualidades por su uso y en algunos
176 casos tienen costos extras por funcionalidad adicional.

177

178 Teniendo en cuenta los tipos de plataformas que existen en la actualidad, se
179 determinará puntualmente la experiencia y su facilidad de uso de dicha plataforma.

180 El punto clave de las plataformas e-learning es el contenido de los cursos que ofrecen,
181 por tal motivo es de suma importancia gestionar la información que se alojará en la
182 plataforma educativa. Una vez cumplido el objetivo anterior, el alumno determinará la
183 funcionalidad de la plataforma y si cumple realmente su objetivo principal que es
184 aprender y retroalimentarse del contenido que se expone en la plataforma.

185

186 Cualquier plataforma e-learning debe considerar ser atractiva y eficaz para cualquier
187 tipo de usuario.

188

189 A continuación, se expondrán puntos clave para facilitar el uso e interacción de la
190 plataforma educativa con el alumno.

191

- 192 1. Reducir el tiempo de aprendizaje de cada alumno.
- 193 2. Las actividades e información del curso deberán ser amigables, dinámicas y de
194 fácil interacción
- 195 3. La plataforma educativa debe estar disponible para consultar el contenido
196 digital.
- 197 4. El diseño de la plataforma y el contenido del curso, debe ser capaz de brindarle
198 al usuario experiencias de aprendizaje exitosas.
- 199 5. Brindar contenido accesible y claro.
- 200 6. Implementar contenidos dinámicos para mantener la atención del usuario.
- 201 7. Ofrecer una navegación intuitiva para generar una correcta experiencia de
202 usuario (con 3 o 4 *click* avanzar y leer contenido).
- 203 8. Generar un impacto visual en todo el contenido de la plataforma digital.
- 204 9. Una correcta optimización de las imágenes y videos.

205

206 Todos los puntos anteriores son importantes para generar una buena experiencia de
207 usuario en el ámbito educativo digital.

208

209 **3. Resultados y análisis**

210

211 A continuación, se muestran los datos numéricos extraídos de una muestra de
212 población universitaria de 50 alumnos de la de la FESC, la cual refleja la importancia
213 de una aplicación de UX en plataformas digitales

214

- 215 • 75% de los alumnos cuenta con internet en su teléfono inteligente
- 216 • 53% de los alumnos dejan los sitios web o plataformas digitales después de 5
217 segundos
- 218 • 51% de los alumnos dice que la razón por la que no vuelve a un sitio educativo
219 es por la estética del sitio.

- 220
- 221
- 222
- 223
- 224
- 225
- 226
- 227
- 228
- 229
- 90% de los alumnos deja de utilizar una plataforma digital educativa por su rendimiento, es decir tiempos de carga de página o usabilidad para identificar menús o algún otro elemento.
 - Solo el 3% de los alumnos dice que las plataformas digitales educativas cumplen sus expectativas.
 - 50% de los alumnos abandonara un sitio web o plataforma educativa si no es apto para dispositivos móviles
 - 79% de los alumnos dice que la experiencia general del sitio/la aplicación, así como el tiempo de carga de la página, es lo más importante para ellos

230 Es importante mencionar que estos datos se realizaron antes de la implementación y
231 construcción de la plataforma virtual, por lo tanto, se tomaron los resultados obtenidos
232 para generar una correcta experiencia de usuario en los alumnos en la plataforma
233 digital.

234
235



236
237

Imagen 1. Página principal (índex)

238

239 Para esta página de inicio se realizó una investigación de como percibía el alumno las
240 plataformas virtuales, se investigó gustos y colores que preferían para así
241 implementarlos en la plataforma. (Imagen 1)

242

243 También se realizó una adecuada distribución de contenido imágenes para que tuviera
244 una correcta jerarquía visual y por lo tanto el alumno supiera como navegar en la
245 plataforma digital educativa. (Imagen 2)

246

247

248



249
250

Imagen 2. Plataforma digital educativa

251

252 **Video Tutorial**

253

254 Para la integración de este tutorial se verifico que el audio e imagen tuvieran la calidad
255 adecuada para que fuera legible para el alumno cuando lo visualizará en la plataforma
256 educativa, por lo que la experiencia de usuario se cumple en este apartado.

257

258 A continuación, la imagen muestra la integración del video tutorial. (Imagen 3)

259

260

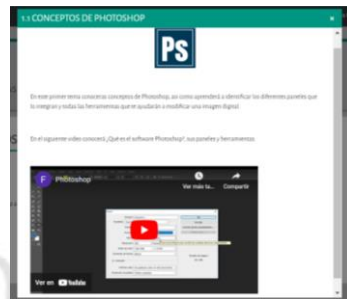


Imagen 3. Vídeo tutorial

261

262

263

264 **Archivo teórico dinámico**

265

266 En la siguiente imagen (Imagen 4) se muestra el archivo teórico dinámico el cual fue
267 creado mediante los resultados de percepción del alumno y bajo las instrucciones del
268 guion instruccional. Por otra parte, es importante mencionar que se tomaron en cuenta
269 aspectos de la jerarquía visual, teoría del color, así como distribución de cada uno de
270 los elementos.



Imagen 4. Archivo teórico dinámico

271

272

273

274

275 **4. Conclusiones**

276

277 En el presente trabajo hablamos de la implementación de la experiencia de usuario
278 (UX) en la enseñanza e-learning, en los últimos años ha evolucionado la forma de la
279 enseñanza y aprendizaje gracias a las nuevas corrientes tecnológicas que el mundo
280 digital nos ha ofrecido. Pero, por otra parte, nos enfrentamos a nuevos retos que día
281 con día tenemos que resolver y en el menor tiempo posible y la educación no ha sido
282 la excepción, por lo que la experiencia de usuario (UX) nos abre la posibilidad a una

283 mejora en la manera de enseñar al alumno y como resultado que ellos tengan un
284 aprendizaje significativo a través de las herramientas digitales, como se expuso en el
285 presente trabajo y con los resultados obtenidos en las estadísticas , el alumno puede
286 aprender a utilizar un software de interacción por medio de una plataforma educativa
287 (e-learning) en la cual se alojó la información del curso, este curso lo integra
288 información conceptual, video tutoriales , imágenes representativas al tema.

289
290 Todo el desarrollo del contenido se basó sobre un guion instruccional que facilito la
291 experiencia de usuario en la plataforma educativa (e-learning) obteniendo buenos
292 resultados con los alumnos, ya que ellos mismos avanzaban a su ritmo, en su tiempo
293 y en el lugar en el que ellos se encontrarán. Por otra parte, se observó que, al no haber
294 cierta presión de un aula, hubo un mejor aprendizaje e interacción con las herramientas
295 digitales, por lo que el seguir los puntos del marco conceptual beneficia en gran medida
296 el proceso de enseñanza- aprendizaje generando una satisfactoria experiencia de
297 usuario.

298
299
300 **5. Índice de referencias**

- 301
- 302 • Hassan-Montero, Y. (2015). Experiencia de usuario: Principios y Métodos.
303 Yusef.es. Recuperado el 16 de enero de 2023, de
304 https://yusef.es/Experiencia_de_Usuario.pdf
 - 305 • Hassan-Montero, Y.; Ortega-Santamaría, S. (2013). Introducción a la
306 Interacción Persona-Computadora. En: Pioneros y Hacedores, 294pp,
307 Ediciones Godot.
 - 308 • Gupta, A. (2017, julio 21). The jaw dropping 101 web design statistics of 2019
309 you should not ignore! SAG IPL - A Technology Blog; SAG Infotech Pvt Ltd (SAG
310 IPL). <https://blog.sagipl.com/web-design-statistics/>
 - 311 • Pino, D. L., Freitag, F., & Selimi, M. (2022). Designing a double LoRa
312 connectivity for the arduino portenta H7. 2022 IEEE International Symposium
313 on Local and Metropolitan Area Networks (LANMAN).
 - 314 • Spillers, F. (s/f). 30 UX statistics you should not ignore! [INFOGRAPHIC].
315 Experiencedynamics.com. Recuperado el 18 de abril de 2023, de
316 <https://www.experiencedynamics.com/blog/2015/03/30-ux-statistics-you-should-not-ignore-infographic>
- 317
318

SOFTWARE MATEMÁTICO COMO MEDIO PARA MEJORAR LA VISUALIZACIÓN EN GEOMETRÍA ANALÍTICA

María del Carmen Valderrama Bravo^{1*}, Juan Alfonso Oaxaca Luna² y Luis Ham Andrade³

¹Facultad de Estudios Superiores Cuautitlán, UNAM, Departamento de Matemáticas
Km. 2.5 Carr. Cuautitlán-Teoloyucan, San Sebastián Xhala, Cuautitlán Izcalli C.P.
54714, Departamento de Ingeniería y Tecnología
Av. Primero de Mayo s/n, Sta. Ma. Gpe. las Torres, Cuautitlán Izcalli, C.P. 54740.
Unidad de Investigación de Granos y Semillas
Av. Dr. Jiménez Cantú, Ferrocarrilera Infonavit Norte C.P. Cuautitlán Izcalli, 54720
²Facultad de Estudios Superiores Cuautitlán, UNAM, Departamento de Matemáticas
Km. 2.5 Carretera Cuautitlán Teoloyucan, San Sebastián Xhala, Cuautitlán Izcalli
C.P. 54714.

EN-POSM071

Resumen

La aparición de internet y recursos digitales, así como su disponibilidad entre las nuevas generaciones han originado procesos masivos de socialización, marcando un empuje de las Tecnologías de Información y Comunicación (TIC), que representa una posibilidad para el enriquecimiento de la educación. Así mismo, el desarrollo de instrumentos de enseñanza y usando tecnologías digitales ha favorecido la visualización de los estudiantes.

El uso de software como herramienta de visualización en matemáticas, amplía las posibilidades de observación. El aprendizaje combinado (Abubakar y col., 2020) se considera un modo de instrucción eficaz que proporciona un aprendizaje flexible, oportuno y continuo. Garrison y Kanuka (2004) definen el aprendizaje híbrido (Blended learning) como “una integración reflexiva de las experiencias de aprendizaje cara a cara en el aula con las experiencias en línea”.

Ante la nueva normalidad y la necesidad de trabajar con los estudiantes de Ingeniería Industrial y de Ingeniería Mecánica y Electricista en clases virtuales y presenciales, con apoyo de los proyectos PAPIME PE106219 y PE108022 se desarrolló un fascículo de Álgebra Vectorial para Geometría analítica, el cual se encuentra publicado en la Red Universitaria Abierta (RUA), ofreciendo una alternativa de aprender y enseñar las matemáticas, ya que se orienta al fortalecimiento de la enseñanza empleando el software matemático GeoGebra, con la finalidad de que el estudiante pueda corroborar el resultado de los ejercicios y evaluar su aprendizaje. También se elaboró una página WEB de los temas que se abordan en la asignatura de Geometría Analítica, la cual es titulada Biblioteca de la Geometría Analítica.

Los resultados mostraron que el uso de GeoGebra en clases para la asignatura de geometría analítica, apoyadas con el fascículo y la página WEB, facilitó a los estudiantes la solución de problemas.

Palabras clave: Geometría analítica, GeoGebra, WEB.

1. Introducción

Materiales educativos digitales para el aprendizaje de matemáticas que se utilizan en diferentes escuelas, a menudo incorporan métodos de enseñanza convencionales que

¹* María del Carmen Valderrama Bravo. E-mail: carmenvalde@comunidad.unam.mx Tel. 55 56 23 20 76

46 se centran en mejorar el conocimiento. Estos materiales brindan a los estudiantes
47 oportunidades de aprendizaje a través de ejercicios en línea que brindan respuestas y
48 soluciones; además, los profesores reciben un análisis detallado del desempeño de
49 los estudiantes. Si bien esta retroalimentación oportuna para estudiantes y maestros
50 es útil, los materiales ofrecen plataformas de capacitación que se enfocan en la
51 evaluación en lugar del aprendizaje. El aprendizaje equilibrado de las matemáticas
52 engloba otro tipo de conocimiento (CDC y HKEAA, 2007). Debido a la diferente
53 naturaleza del conocimiento procedimental y conceptual, los materiales educativos
54 digitales que fomentan el desarrollo del conocimiento conceptual a menudo se
55 consideran herramientas cognitivas para mejorar la participación de los estudiantes en
56 el proceso de aprendizaje. El diseño de las herramientas influye en los procesos y
57 resultados del aprendizaje. Por lo tanto, es importante enfocar el diseño para involucrar
58 el procesamiento cognitivo de los alumnos (Churchill, 2014).

59
60 La aparición de internet y recursos digitales, así como su disponibilidad entre las
61 nuevas generaciones han originado procesos masivos de socialización, marcando un
62 empuje de las Tecnologías de Información y Comunicación (TIC), que representa una
63 posibilidad para el enriquecimiento de la educación. Así mismo, el desarrollo de
64 instrumentos de enseñanza y usando tecnologías digitales ha favorecido la
65 visualización de los estudiantes. El rendimiento de las páginas WEB es una
66 consideración esencial, ya que son el punto de contacto principal para los estudiantes
67 que utilizan los servicios digitales (Ramakrishnana y Kaur, 2020). Diversos softwares
68 matemáticos como Geometer's Sketchpad, CAS, Hoja de cálculo y GeoGebra son
69 algunas de las tecnologías de uso común que apoyan la enseñanza y el aprendizaje
70 de las matemáticas. GeoGebra es una de las nuevas tecnologías en la educación
71 matemática para apoyar el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas
72 desde la escuela primaria hasta el nivel universitario (Hohenwarter y Jones, 2007). El
73 carácter dinámico, la multiplataforma, la representación múltiple y la accesibilidad
74 abierta son, entre otros, los que hacen de GeoGebra una herramienta poderosa y
75 preferida para el aprendizaje de los estudiantes (Wassie y Zergaw.,2019). Sin
76 embargo, es poco probable que el uso de GeoGebra solo produzca un cambio
77 significativo en la comprensión conceptual de los alumnos. Por ejemplo, un estudio
78 documentó que el rendimiento de los estudiantes después de la prueba fue
79 significativamente más bajo que su rendimiento antes de la prueba después del
80 tratamiento con GeoGebra (Arbain y Shukor., 2015). Por lo tanto, es necesario integrar
81 el GeoGebra con enfoques de enseñanza que combinen las clases en línea o
82 presenciales con conceptos y diferentes métodos de solución.

83
84 Nickchen, D. y Mertsching, B. (2016), combinaron un aprendizaje teórico mejorado con
85 experiencias prácticas a través de aplicaciones multimedia interactivas. Consiste en
86 un escenario de aprendizaje semipresencial que ofrece al menos un triple beneficio:
87 Apoya la enseñanza de aspectos teóricos y metodológicos. El conocimiento previo
88 requerido en matemáticas está disponible directamente. Y el conocimiento adquirido
89 puede ser por medio de visualizaciones, que también pueden ser en 3D interactivas y
90 las aplicaciones WEB ilustran hechos técnicos complejos. Todas las ofertas son a

91 través de navegador WEB sin ninguna dependencia de software adicional. Además de
92 la integración en la enseñanza en el aula, la plataforma puede ser utilizado
93 individualmente por los estudiantes para el aprendizaje. El uso de software como
94 herramienta de visualización en matemáticas amplía las posibilidades de observación.
95 El aprendizaje combinado (Abubakar y col., 2020) se considera un modo de instrucción
96 eficaz que proporciona un aprendizaje flexible, oportuno y continuo. Garrison y Kanuka
97 (2004) definen el aprendizaje híbrido (Blended learning) como “una integración
98 reflexiva de las experiencias de aprendizaje cara a cara en el aula con las experiencias
99 en línea”. Por lo anterior, el objetivo del presente trabajo es elaborar un fascículo de
100 álgebra vectorial didáctico en línea y una página WEB, que combina GeoGebra en las
101 clases de geometría analítica para estudiantes

102

103 2. Metodología o desarrollo

104

104 2.1. Elaboración de material digital publicado en la Red Universitaria de 105 Aprendizaje (RUA).

106

106 En el fascículo de Álgebra Vectorial se integran 6 temas que son un soporte para la
107 asignatura de Geometría Analítica de las carreras de Ingeniería Industrial e Ingeniería
108 Mecánica y Electricista. En cada uno de ellos se desarrolla parte de la teoría que lo
109 sustenta y la solución de los ejercicios analíticamente, corroborado los resultados de
110 algunos de estos ejercicios con GeoGebra.

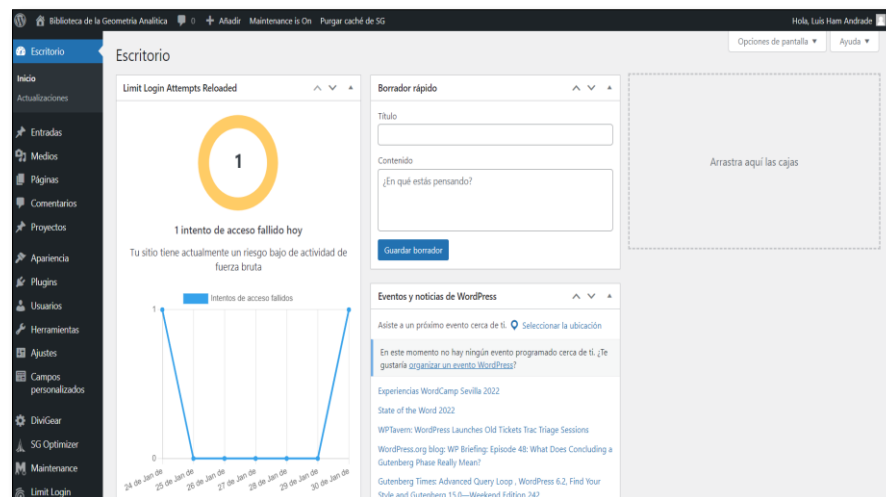
111

112 2.2. Página WEB

113

113 Para el desarrollo de la página WEB se utilizó la plataforma Wordpress (Fig.1.), el cual
114 nos brinda una interfaz simple, sencilla y funcional en conjunto con una diversidad de
115 temas y complementos que nos permitirían realizar la escritura matemática de forma
116 satisfactoria.

116



117

Fig. 1. Interfaz de Wordpress.

118

119

$$LR=\frac{2ab^2}{a}-----LR=\frac{2(\frac{45}{12})^2}{2.37}=3.16$$

$$LR = \frac{2ab^2}{a} \quad LR = \frac{2\left(\frac{45}{12}\right)^2}{2.37} = 3.16$$

Fig. 2. Representación de una ecuación utilizando Katex.

$$LR = \frac{2ab^2}{a} \quad LR = \frac{2(2)^2}{\sqrt{3}} = 2.3$$

Fig.3. Representación de la ecuación utilizando Katex en la página WEB.

El formato que se utiliza en internet es poco didáctico y a menos que el estudiante conozca la terminología podrá comprenderlo. Para poder dar solución a este problema se utilizó un complemento que permite escribir en código lenguaje matemático y se muestre en la página como una simple ecuación, utilizaremos Katex el cual es un complemento para Wordpress. Para poder ejemplificar lo dicho se incluyen la Fig. 2 y 3.

120

121 Una vez decidida la plataforma se procedió a utilizar un dominio WEB para que puedan
122 buscar la página en cualquier buscador, en este caso se utilizó el dominio
123 www.briller.mx. Teniendo el dominio como la plataforma en la cual trabajar, se realizó
124 un diseño para el sitio WEB, que debía ser académico. Se utilizó el complemento de
125 Divi, que permite modificar el diseño de la página mediante bloques llamado Divi Visual
126 Builder o Visualizador Visual de Divi. Toda la página se construyó en bloques los
127 cuales puedes mover, modificar, personalizar, etc.

128

129 3. Resultados y análisis

130 3.1. Elaboración de material digital publicado en la Red Universitaria de 131 Aprendizaje (RUA)

132

133 El material se encuentra publicado en la RUA en el siguiente enlace
134 [https://www.studocu.com/es-mx/document/universidad-nacional-autonoma-de-](https://www.studocu.com/es-mx/document/universidad-nacional-autonoma-de-mexico/algebra/recursos-archivos-86543-86543-677-fasciculo-de-algebra-vectorial-04012021/20008896)
135 [mexico/algebra/recursos-archivos-86543-86543-677-fasciculo-de-algebra-vectorial-](https://www.studocu.com/es-mx/document/universidad-nacional-autonoma-de-mexico/algebra/recursos-archivos-86543-86543-677-fasciculo-de-algebra-vectorial-04012021/20008896)
136 [04012021/20008896](https://www.studocu.com/es-mx/document/universidad-nacional-autonoma-de-mexico/algebra/recursos-archivos-86543-86543-677-fasciculo-de-algebra-vectorial-04012021/20008896)

137

138 En las clases virtuales se estuvo combinando la parte teórica, que los alumnos
139 revisaron antes de las clases y se mostraban los ejercicios resueltos del fascículo.

140

141 En las figuras 4 y 5 se muestra un ejemplo de la explicación para realizar vectores dos
142 y tres dimensiones, vector unitario y ángulo entre dos vectores en GeoGebra,
143 respectivamente.

144

145

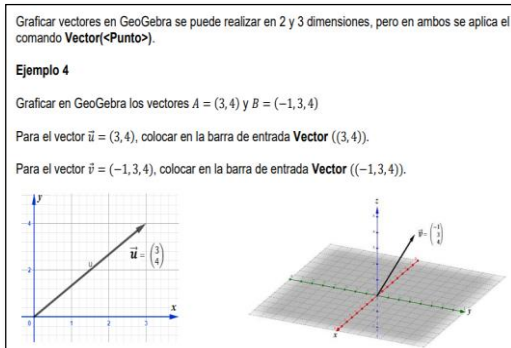


Fig. 4. Representación de vectores en GeoGebra

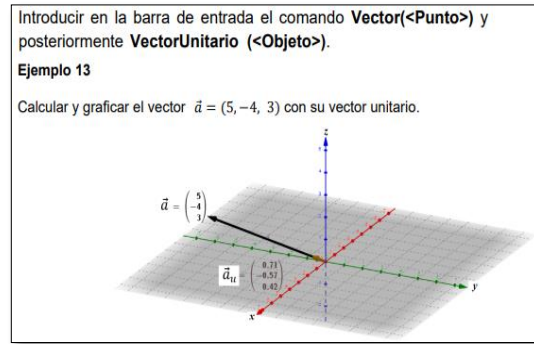


Fig. 5. Representación de vector unitario en GeoGebra

146

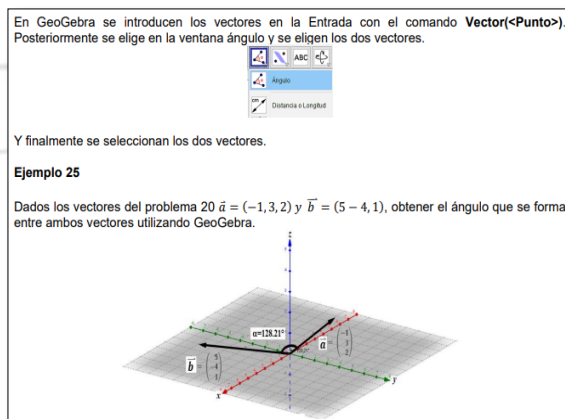


Fig. 6. Ángulo entre dos vectores en GeoGebra.

En las clases presenciales y virtuales se enseñaba a graficar manual y en GeoGebra la realización de vectores (Fig. 6). En el semestre 2020-2 se utilizó el apunte del manual de Álgebra Vectorial sin implementar GeoGebra, mientras que en el semestre 2021-2 el Fascículo se modificó y se introdujo GeoGebra, lo cual favoreció el aprendizaje de los estudiantes en tener una mayor visualización y el índice de aprobación en los exámenes de álgebra vectorial se incrementó en 25%.

147

148 3.2. Página WEB

149 La página WEB tiene por nombre Biblioteca de la Geometría analítica, la cual puede
 150 consultarse en el enlace www.briller.mx.



Fig. 7, Portada de la página WEB mostrada en computadora.

En la figura 7 se muestra la portada de la página WEB en computadora apoyada con Divi Visual Builder, como se aprecia, toda la página se construyó sobre la misma base de tal forma que se minimizan los errores y los bloques se pueden mover, modificar, personalizar, etc. En la página se simplifica los procedimientos y en caso de ser necesario cualquier persona puede entender de manera rápida y sencilla la forma de operar del sitio web.

151 La página WEB también puede tener otra forma de presentación, dependiendo si es
 152 en tableta y teléfono, como se muestra en las figuras 8 y 9.

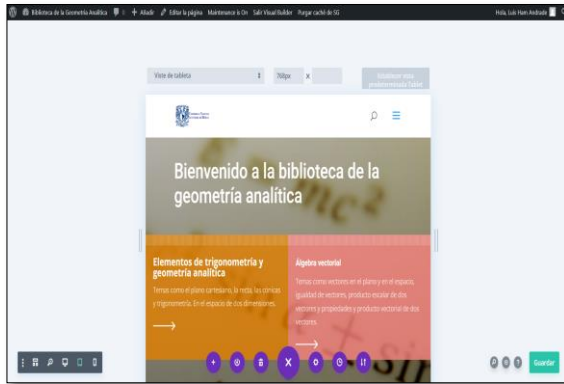


Fig. 8 Portada de la página WEB en tableta.



Fig. 9 Portada de la página WEB en teléfono.

153
 154 Todas estas herramientas permitieron realizar una construcción eficaz de la página
 155 cumpliendo con uno de nuestros objetivos el cual era que el contenido se adaptara a
 156 cada uno de los dispositivos del alumnado de manera eficaz y sin distorsionar la
 157 información o el contenido.

158
 159 Un ejemplo de cómo se vería una entrada en computadora se muestra en la figura 9,
 160 igual adaptado para vista en celular y en tableta.

161



La parábola. Eje, foco y directriz. Definición.
 La parábola es el lugar geométrico de los puntos del plano que equidistan de un punto fijo llamado FOCO y de una recta llamada DIRECTRIZ.

162
 163 **Figura 9. Ejemplo de una entrada en la página web con vista de computadora de escritorio.**

164
 165 En la figura 10, se muestra un ejemplo de parábola con vértice en el origen como
 166 aparece en la página WEB.

<p>Ejemplos de parábola con vértice en el origen</p> <p>$p =$ Distancia del vértice al foco</p> <p>$LR = 4p$ (Lado recto, es una recta perpendicular al foco)</p> <p>Ejemplo 1</p> <p>Sea la ecuación de la parábola, determinar sus coordenadas de foco, lado recto, graf</p> $y^2 = 16x$	<p>Al analizar la ecuación podemos obtener:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1.- Vértice en el origen 2.- Eje focal en «x» 3.- Abre a la derecha <p>Utilizando la ecuación de parábola con vértice en el origen.</p> $y^2 = 4px$ $LR = 4p $ <p>Sustituyendo</p> $4p = 16$ $p = 4$
--	---

Figura 10. Segunda parte del ejemplo de una entrada en la página web con vista de computadora de escritorio.

167
168
169
170
171
172
173
174
175
176
177
178
179
180
181
182
183
184
185
186
187
188
189
190
191
192
193
194
195
196
197
198

En la página WEB se podrá visualizar todos los ejercicios y teoría de la asignatura de Geometría analítica, la cual fue concluida en el inicio del semestre 2023-2 y se revisará por profesores que imparten la asignatura para poder mostrar con los estudiantes.

Estas herramientas digitales nos han permitido interactuar con los alumnos de forma virtual, presencial e incursionando en un modelo de enseñanza híbrido, en el cual se pueden impartir clases presenciales y de forma asincrónica. Al respecto Valderrama-Bravo y Oaxaca-Luna (2020), realizaron encuestas con estudiantes de Ingeniería en los modelos de enseñanza que prefieren y se observó que los estudiantes de matemáticas tienen más problemas para tomar las clases en línea porque enseñar matemáticas requiere apoyo presencial; sin embargo, aunque en ambas áreas prefieren el modelo presencial por qué no están familiarizados con los métodos virtuales, también sugieren el modelo mixto para su aprendizaje

Nickchen, D. y Mertsching, B. (2016), combinaron un aprendizaje teórico mejorado con experiencias prácticas a través de aplicaciones multimedia interactivas. La introducción de un aprendizaje e-learning en estudiantes de ingeniería y matemáticas influyó positivamente en el rendimiento de los estudiantes, ya que la tasa de reprobación del examen final se redujo del 38 % en el semestre anterior al 24.2 %. También se demostró que los estudiantes que tenían problemas, pero usaban la plataforma WEB se desempeñaron significativamente mejor que los que tenían problemas y no usaban la plataforma. Los antecedentes matemáticos estrechamente vinculados con las aplicaciones multimedia y las experiencias prácticas profundizaron los conocimientos de los estudiantes y aumenta su motivación.

4. Conclusiones

- El incluir material didáctico con Software matemático, como es GeoGebra facilita la visualización en los estudiantes y como consecuencia un mejor aprendizaje.

- 199 • La página WEB de Geometría analítica implementada en una enseñanza
200 híbrida le brindará al estudiante las herramientas para poder aprender de forma
201 autodidacta; sin embargo, durante las clases presenciales se brindará la
202 asesoría necesaria para la comprensión de los temas.
203

204 **Agradecimientos**

205
206 Los autores agradecemos a los proyectos DGAPA-PAPIME PE 106219 y PE108022.
207

208 **5. Índice de referencias**

- 209
210 1. Abubakar, R.R., Kamsin, A., & Abdullah, N. A. (2020). Challenges in the online
211 component of blended learning: A systematic review. *Computers & Education*
212 144, 103701.
213 2. Arbain, N. & Shukor, N. A. (2015). The effects of GeoGebra on students
214 achievement. *Procedia - Social and Behavioral Sciences* 172, 208-214.
215 3. Churchill, D. (2014). Presentation design for “conceptual model” learning
216 objects. *British Journal of Education Technology* 45, 136-148.
217 4. Curriculum Development Council, & Hong Kong Examinations and Assessment
218 Authority (CDC & HKEAA). 2007. The new senior secondary mathematics
219 curriculum and assessment guide (Secondary 4-6), Hong Kong, China: The
220 Government Printer.
221 5. Garrison, D. R., & Kanuka, H. (2004). Blended learning: Uncovering its
222 transformative potential in higher education. *The Internet and Higher Education*
223 7(2), 95– 105.
224 6. Hohenwarter, M. & Jones, K. (2007). Ways of linking geometry and algebra the
225 case of GeoGebra, in: D. Kichemann (Ed). *Proc. Br. Soc. Res. Into Learn, Math.,*
226 *British Society for Research into Learning Mathematics*, pp.126-131-
227 7. Lugo, M. T., Kelly, V., & Schurmann, S. (2012). *Revista Científica Tecnológica*
228 *Educativa*, 01, 1-12.
229 8. Ramakrishnana, R. & Kaur, A. (2020). An empirical comparison of predictive
230 models for web page performance Raghu. *Information and Software Technology*
231 123, 106307.
232 9. Nickchen, & Bärbel Mertsching, B. (2019). Combining mathematical revision
233 courses with hands-on approaches for engineering education using web-based
234 interactive multimedia applications. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*
235 228, 482 – 488.
236 10. Valderrama-Bravo, M. C., Oaxaca-Luna, J.A. (2020). Retos en la enseñanza
237 virtual en Matemáticas e Ingeniería ante la Pandemia. *Memorias Tercer*
238 *Congreso Nacional de Tecnología (CONATEC 2020) Colegio de Técnicos*
239 *Académicos de la FES Cuautitlán–UNAM.*
240 11. Wassie, Y. & Zergaw. G. (2019). Some of the potential affordances, challenges
241 and limitations of using GeoGebra in mathematics education. *Eurasia*
242 *Journal of Mathematics, Science and Technology Education* 15, 108436.

LA IMPORTANCIA DE LA INVESTIGACIÓN EN EL APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS

Wilbert De Jesús López^{1,*}, Maritza Vázquez Hernández², Concepción Julieta Hernández Hidalgo³ y Alfonso Ortiz Gervasio⁴.

^{1,2,3,4}Escuela Nacional Colegio de Ciencias y Humanidades plantel Vallejo.
Av. 100 Metros esq. Av. Fortuna, Magdalena de las Salinas, Gustavo A. Madero,
C.P. 07760 Ciudad de México, CDMX

EN-POSM072

Resumen

Durante la pandemia por el COVID-19, muchos docentes se han visto en la necesidad de buscar e implementar nuevas alternativas para continuar con sus actividades educativas. La metodología Aprendizaje Basado en Investigación es una opción viable para atender el reto que tienen los docentes al trabajar de manera remota, porque permite a los estudiantes asumir una mayor autonomía y responsabilidad de su propio aprendizaje, así como aplicar, en proyectos reales, las habilidades y conocimientos adquiridos en su formación.

En este trabajo se presenta una descripción de esta metodología, así como los resultados obtenidos al ponerla en práctica en un ambiente de aprendizaje a distancia. Además, se presenta un análisis sobre las ventajas y los retos que conlleva implementarla en el bachillerato.

Palabras clave: Aprendizaje, Enseñanza, Investigación.

1. Introducción

Durante la pandemia por el COVID-19, el cierre de las escuelas representó un gran reto para la mayoría de los docentes en el diseño de sus actividades y materiales orientados a facilitar, la continuidad del proceso educativo a través de plataformas virtuales como *Microsoft Teams*, *Classroom*, *Moodle*, entre otras. Una forma de enfrentar este reto es trabajando con la metodología denominada Aprendizaje Basado en Investigación (también conocida como Investigación Formativa), la cual ha ofrecido en estos tiempos una oportunidad para abordar los contenidos curriculares con un enfoque trasversal e interdisciplinaria, aprovechando las bondades de las TIC y los conocimientos previos de los alumnos para adquirir y asimilar nuevos conocimientos y habilidades que le permitirán acercarse más a la autonomía intelectual.

^{1*} Autor para la correspondencia. E-mail: wilbert.dejesus@cch.unam.mx, Tel. 5537057787.

40 De acuerdo con Jiménez y Oliva (2016), es de suma importancia que los alumnos
41 participen en proyectos de investigación, ya que con ello pueden desarrollar
42 habilidades y destrezas que les permitirán abordar mejor las diversas y complejas
43 situaciones a las que se enfrentarán si deciden finalmente cursar una carrera
44 universitaria. Además, les permitirá desarrollar un pensamiento más crítico para
45 resolver o enfrentarse a los problemas en su vida cotidiana.

46
47 El Aprendizaje Basado en Investigación considera a la investigación como una
48 herramienta del proceso enseñanza-aprendizaje, es decir, un medio para adquirir
49 conocimientos y habilidades (Vilá, Rubio & Berlanga, 2014). A través de esta
50 metodología se pretende conectar lo que se enseña en el aula con técnicas y
51 metodologías propias de la investigación, permitiendo a los estudiantes descubrir
52 nuevas ideas, argumentar sus opiniones, aplicar las teorías adquiridas a problemas
53 prácticos y descubrir nuevos y más caminos efectivos para su proceso formativo.

54
55 En este trabajo se presenta una breve descripción de la metodología Aprendizaje
56 Basado en Investigación, los proyectos realizados por los estudiantes y los resultados
57 obtenidos; además se hace una reflexión sobre las ventajas y los retos que conlleva
58 trabajar bajo esta metodología en ambientes virtuales para lograr en los estudiantes
59 un aprendizaje significativo en matemáticas.

60

61 **2. Metodología o desarrollo**

62

63 A partir de la década de los años sesenta hasta en la actualidad, se han introducido
64 nuevas metodologías de enseñanza con la finalidad de hacer un cambio de paradigma
65 en los métodos educativos tradicionales. En 1961, el psicólogo y pedagogo Jerome
66 Bruner da a conocer una estrategia de aprendizaje de índole constructivista,
67 denominada “*aprendizaje por descubrimiento*”, cuya esencia era promover que los
68 alumnos aprendieran ciencia, haciendo ciencia, tal como lo hacen los científicos
69 (Camargo & Hederich, 2010). Sin embargo, durante su implementación surgió la
70 problemática de que los docentes pensaban que debían dejar solos a los estudiantes
71 al momento de realizar sus investigaciones, es decir, sin ninguna mediación (Moya,
72 Chaves & Castillo, 2011). Por tal motivo, la estrategia no tuvo mucho éxito y con el
73 pasar de los años algunos detractores solicitaban algunas modificaciones, ya que la
74 idea original tenía virtudes interesantes por explorar.

75

76 Hacia finales de la década de los 90, el educador norteamericano Ernest Boyer,
77 propuso un modelo denominado *Research Based Learning* (Boyer, 1990). Esta
78 metodología surgió a partir de las críticas del mismo autor sobre la falta de participación
79 de los alumnos en actividades relacionadas con la investigación y la consecuente
80 carencia de habilidades con esta misma. De acuerdo con Blackmore y Fraser (2007),
81 el Aprendizaje Basado en Investigación puede mejorar el rendimiento académico,
82 promover el aprendizaje sobre cómo aprender y construir el nuevo conocimiento por
83 uno mismo; sin embargo, como lo señala Wagner (2014), las habilidades de

84 investigación no se aprenden únicamente mediante la observación, sino que deben
85 enseñarse, practicarse y criticarse.

86

87 En la misma línea, Amelia (2018) considera que la metodología es capaz de brindar
88 oportunidades para que los profesores integren la enseñanza y la investigación
89 simultáneamente; además de ser uno de los métodos de aprendizaje centrado en el
90 estudiante proporciona la oportunidad de poner en práctica y desarrollar diferentes
91 competencias, tales como el trabajo colaborativo, la capacidad para analizar puntos
92 de vista diferentes, la toma de decisiones, habilidades digitales, entre otras.

93

94 La ventaja de aplicar el Aprendizaje Basado en la Investigación en el salón de clases
95 es que permite hacer uso de estrategias de aprendizaje, que tienen como objetivo
96 conectar la investigación con la enseñanza, en donde los alumnos tienen la posibilidad
97 de relacionarse con la indagación a través de la metodología científica, bajo la
98 supervisión del profesor. Bajo esta metodología se ha trabajado con grupos de cuatro
99 o cinco alumnos del Colegio de Ciencias y Humanidades, desarrollando diferentes
100 proyectos de investigación en matemáticas, siguiendo los siguientes pasos:

101

102

103

104

105

106

107

108

109

110

111

112

113

114

115

116

117

118

119

120

121

122

123

124

125

126

127

128

1. *Generando la curiosidad.* En las clases se plantean preguntas que cautiven la curiosidad de los alumnos para que desarrollen una investigación.
2. *Conformación de los grupos de trabajo.* Dependiendo del tema de su interés, los estudiantes eligen a sus compañeros con los que trabajarán durante el desarrollo de la investigación.
3. *Interacción con el profesor para dudas y definición del tema.* El trabajo de investigación se realiza por parte de los estudiantes con la guía del profesor. Se aprovecha el uso de las plataformas virtuales para mantener la comunicación y para dar seguimiento al trabajo realizado por los alumnos.
4. *Búsqueda, recolección y revisión de información.* La riqueza de la metodología es que permite al estudiante aprovechar las bondades de las TIC para buscar y seleccionar las fuentes informativas, valorar opciones y tomar decisiones tanto individual como colaborativamente.
5. *Desarrollo del proyecto y reuniones con el profesor.* Dependiendo del tipo de investigación, los alumnos diseñan los instrumentos necesarios para desarrollar el proyecto. La investigación puede ser documental, experimental o de campo. El desarrollo de la investigación se realiza por un periodo de dos semestres, manteniendo comunicación constante con el profesor para la revisión de los avances.
6. *Redacción del trabajo.* Los equipos aprovechan los *Cloud Hosting* para compartir sus trabajos y redactar su documento de manera colaborativa.
7. *Presentación del trabajo.* Los alumnos presentan su trabajo en el Concurso Universitario Feria de las Ciencias, evento que se realiza año con año por la Universidad Nacional Autónoma de México.

129 **3. Resultados y análisis**

130

131 En el año escolar 2021-2022 se desarrollaron tres proyectos de investigación con
 132 alumnos de tercer y cuarto semestre del CCH Vallejo, trabajando de manera virtual
 133 empleando *Microsoft Teams*. Estos proyectos se llevaron a cabo de manera
 134 extracurricular, es decir, en horarios fuera de clases, cuatro horas a la semana a lo
 135 largo de un año. A continuación, se presentan a grandes rasgos los trabajos realizados
 136 por los estudiantes.

137

138 **3.1. Efecto de la pandemia de COVID-19 sobre la radiación ultravioleta en la zona**
 139 **norte de la CDMX**

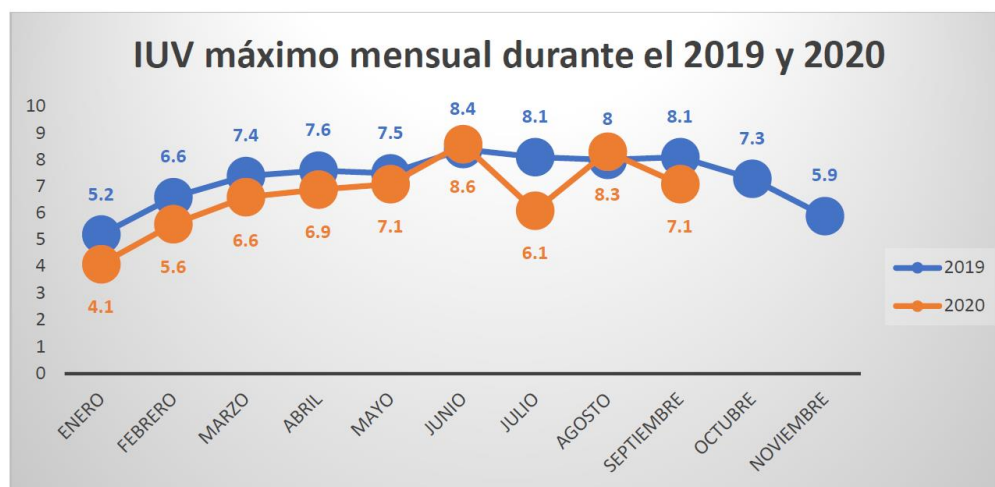
140

141 En esta investigación, aprovechando sus conocimientos estadísticos y el manejo de la
 142 hoja de cálculo, los estudiantes se plantearon como pregunta de investigación *¿Hubo*
 143 *algún cambio en los niveles de radiación UV durante el primer año de la pandemia por*
 144 *el COVID-19 en la zona norte de la CDMX?* Para responder esta pregunta, analizaron
 145 la variabilidad del índice de radiación Ultravioleta (IUV) empleando los datos
 146 disponibles en la página del Programa de Estaciones Meteorológicas del Bachillerato
 147 Universitario (PEMBU) del CCH Vallejo. Para el análisis se consideró el IUV máximo
 148 diario correspondiente al año 2019 y 2020.

149

150 Los resultados obtenidos mostraron que hubo un descenso significativo en los niveles
 151 de radiación UV durante el 2020 comparado con los niveles que se observaron en el
 152 2019, al menos en la zona norte de la CDMX (Figura 1). El análisis estadístico se hizo
 153 empleando herramientas robustas como la distribución *t-student* y la prueba de
 154 hipótesis, temas que se estudian en el último curso de Estadística y Probabilidad en el
 155 Colegio.

156



157

158

Figura 1. El IUV máximo mensual durante el año 2019 y 2020.

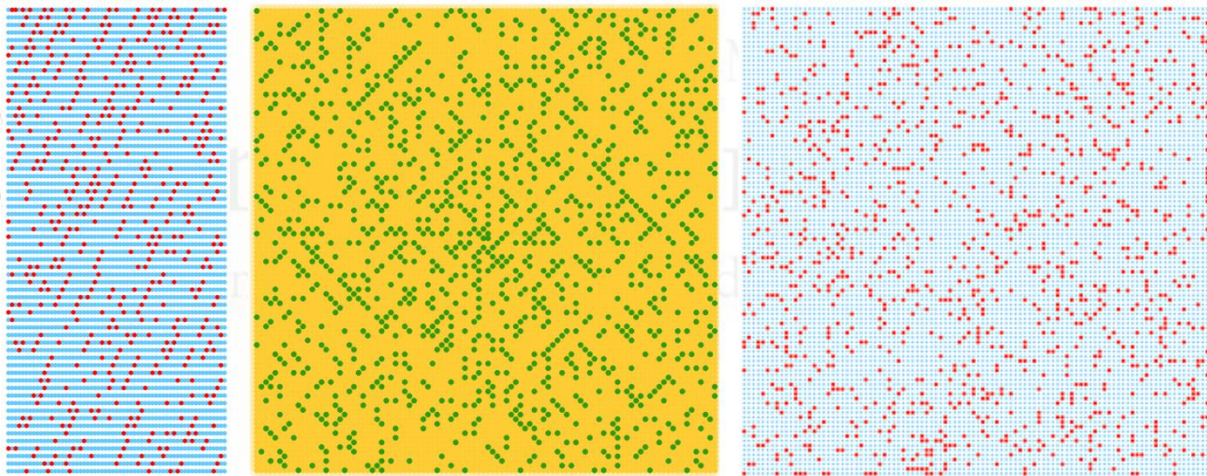
159

160 3.2. Una distribución dinámica de los números primos en GeoGebra.

161
162 En esta investigación, retomando los trabajos realizados por Eratóstenes y Ulam, los
163 estudiantes diseñaron dos applets en GeoGebra que permiten visualizar la distribución
164 de los números primos entre los primeros 10000 números naturales y de esta forma
165 comprobar de manera visual algunas de sus propiedades.

166
167 El objetivo de la investigación era explorar y comprobar algunas de las propiedades
168 más importantes de los números primos a través de la criba de Eratóstenes, la Espiral
169 de Ulam y comparar estas distribuciones con la de los números aleatorios, visualizando
170 si existe alguna similitud (Figura 2).

171



172

173 **Figura 2. De izquierda a derecha se muestra la distribución de los números**
174 **primos en la criba de Eratóstenes, la Espiral de Ulam y los números aleatorios.**

175
176 La ventaja de construir los applets en GeoGebra es que se pueden
177 ejecutar en cualquier dispositivo móvil o computadora, basta con tener
178 conexión a internet, o bien, se pueden descargar y ejecutarse en modo *offline*, solo se requiere instalar
179 GeoGebra en el dispositivo. Los dos applets que se
180 diseñaron son de licencia libre y se encuentran disponibles en la red, a
181 través de estos dos QR.



182

183 3.3. El método de completar el trinomio cuadrado perfecto desde una perspectiva 184 histórica.

185
186 En este trabajo los alumnos desarrollaron una investigación documental, realizando un
187 análisis del origen y desarrollo histórico de la fórmula cuadrática o “chicharronera” para
188 resolver una ecuación de segundo grado. Revisaron varias fuentes de información,
189 haciendo un análisis del método empleado por los babilonios, Euclides, Al-Khwārizmī
190 y finalizando con el trabajo de René Descartes.

191
192
193
194
195

Al analizar el trabajo de Al-Khwārizmī descubrieron que es posible explicar de una manera más geométrica el famoso método de completar el trinomio cuadrado perfecto, empleando figuras geométricas básicas como el cuadrado y el rectángulo (Figura 3).

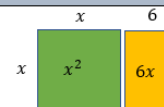
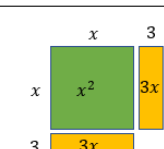
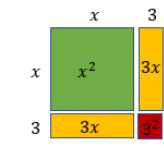
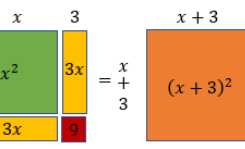
Procedimiento algebraico	Procedimiento geométrico
$x^2 + 6x$	
$x^2 + 6x = x^2 + 3x + 3x$	
$x^2 + 3x + 3x + 3^2$	
$x^2 + 3x + 3x + 3^2 = (x + 3)^2$	

Figura 3. Explicación geométrica del método de completar el trinomio cuadrado perfecto.

196
197
198
199
200
201
202
203
204
205
206
207
208
209

Al finalizar el trabajo, los estudiantes concluyeron que conocer la historia del método de completar el Trinomio Cuadrado Perfecto permite tener un panorama más general sobre cómo le hacían nuestros antepasados para resolver problemas que involucraba una ecuación cuadrática. El método empleado por Al-Khwārizmī es mucho más sencillo de entender porque al ser más visual permite comprender por qué el método se llama completar cuadrados, al final de cuentas se trata de eso: completar un cuadrado; en contraste con la forma habitual en como se presenta este método en los libros de texto, que es a través de un lenguaje puramente algebraico, dificultado su comprensión.

4. Conclusiones

210
211
212
213
214
215
216
217

Uno de los aspectos interesantes que se observó al trabajar bajo la metodología Aprendizaje Basado en Investigación, es que proporciona de manera intrínseca la motivación necesaria que requieren los estudiantes para desarrollar y culminar satisfactoriamente el trabajo de investigación, adquiriendo nuevas habilidades digitales y de comunicación que les permitirán avanzar en el desarrollo de un pensamiento crítico. Además, al trabajar en proyectos interdisciplinarios, los estudiantes ven la

218 utilidad que tienen las matemáticas para resolver problemas en otras áreas del
219 conocimiento.

220 No está demás, mencionar que dos de los tres trabajos antes presentados obtuvieron
221 el primer lugar en el *XXX Concurso Universitario Feria de las Ciencias, la Tecnología*
222 *y la Innovación* que se llevó a cabo en el 2022, mientras el otro obtuvo el segundo
223 lugar. Por supuesto, fue una gran motivación para los estudiantes, al ver que, de más
224 de 600 trabajos enviados a este evento, los de ellos lograron estos resultados.

225
226 La riqueza que nos brinda el Aprendizaje Basado en Investigación ha tenido
227 reconocimiento desde hace varias décadas; no obstante, todavía no se adopta como
228 método de enseñanza y aprendizaje por parte de los profesores en el Colegio, puesto
229 que requiere de tiempo y esfuerzo por parte del docente para ponerla en práctica. Sin
230 embargo, es una metodología que presenta muchas bondades, y más en estos
231 tiempos de pandemia, cuando el proceso de enseñanza y aprendizaje requiere de una
232 metodología innovadora que permita transformar la labor del docente y motivar a los
233 alumnos en su proceso de aprendizaje.

234

235 5. Índice de referencias

236

- 237 • Amelia, T. (2018). *The Implementation of Research-based Learning on Biology*
238 *Seminar Course in Biology Education Study Program of FKIP UMRAH*. IOP
239 Conference Series: Materials Science and Engineering. 335. 012095.
240 doi:10.1088/1757-899X/335/1/012095.
- 241 • Blackmore, P. & Fraser, M. (2007). *Researching and teaching*. UK: McGraw-
242 Hill International.
- 243 • Boyer, E. (1990). *Scholarship Reconsidered: Priorities of the Professoariate*.
244 San Francisco: Jossey-Bass.
- 245 • Camargo, U. & Hederich, M. (2010). Jerome Bruner: Dos teorías cognitivas, dos
246 formas de significar, dos enfoques para la enseñanza de la ciencia. *Psicogente*,
247 13(24), 329-346.
- 248 • Jiménez, T. & Oliva, J. (2016). Aproximación al estudio de las estrategias
249 didácticas en ciencias experimentales en formación inicial del profesorado de
250 Educación Secundaria: descripción de una experiencia. *Revista Eureka sobre*
251 *Enseñanza y Divulgación de las Ciencias*, 13(1), 121-136.
- 252 • Moya, S., Chaves, S. & Castillo, R. (2011). La investigación dirigida como un
253 método alternativo en la enseñanza de las ciencias: *Revista Ensayos*
254 *Pedagógicos*, 6(1), 115-132.
- 255 • Vilá, R., Rubio, MJ. y Berlanga, V. (2014). La investigación formativa a través
256 del aprendizaje orientado a proyectos: una propuesta de innovación en el grado
257 de pedagogía. *Innovación educativa*, 24, 2014: pp. 241-258.

UN CUADERNO DE TRABAJO CON UN ENFOQUE HÍBRIDO PARA MATEMÁTICAS IV EN EL CCH

Wilbert De Jesús López^{*1}, Maritza Vázquez Hernández², Basurto Gamero Beatriz
Susel³, Martínez Victoria Ruth Paulina⁴ y Monroy Martínez Cinthya Annel⁵
^{1,2,3,4,5}Escuela Nacional Colegio de Ciencias y Humanidades plantel Vallejo.
Av. 100 Metros esq. Av. Fortuna, Magdalena de las Salinas, Gustavo A. Madero,
C.P. 07760, Ciudad de México, CDMX

EN-POSM073

Resumen

La actualización de los Programas de Estudio de las asignaturas de Matemáticas I-IV de la Escuela Nacional Colegio de Ciencias y Humanidades (ENCCCH) en 2016 y la transformación digital educativa apresurada a consecuencia de la contingencia sanitaria por el COVID-19, han dejado abierta la puerta a la incorporación de las herramientas tecnológicas para mejorar los procesos de enseñanza, de experimentación, de innovación en el aula, y de investigación.

Los cambios en el ámbito educativo provocados por el aislamiento que vivimos estos últimos años, han mostrado la importancia de que el docente debe continuar explorando todas las estrategias mediadas por las TIC para acercarse a nuevas áreas del conocimiento, implementando modelos didácticos innovadores para transformar y evolucionar la docencia; sería un error no retomar los avances que pudiéramos haber logrado en el uso de estas herramientas para mejorar el proceso de enseñanza y aprendizaje.

Con lo anterior en mente, en el grupo de trabajo denominado "Dirichlet" diseñamos un Cuaderno de Trabajo para la asignatura de Matemáticas IV con un enfoque híbrido. El cuaderno de trabajo, al plantearse con un enfoque híbrido permitirá que los alumnos lo empleen como material de apoyo para su aprendizaje no solo en el salón de clases, sino también podrán trabajarlo desde casa, permitiendo el desarrollo de la autonomía intelectual. Además, al estar disponible en formato digital, los profesores del Colegio podrán emplearlo como material de apoyo para sus clases, ya sea presencial o en línea.

En este trabajo presentamos algunos elementos que consideramos son esenciales para el diseño de un cuaderno de trabajo que impacte positivamente como instrumento para la enseñanza, el aprendizaje y la evaluación.

Palabras clave: Aprendizaje, Cuaderno de trabajo, Innovación, Enseñanza.

1. Introducción

En el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas se presentan diversas dificultades que obstaculizan el apropiado aprendizaje de la disciplina por parte de los estudiantes, entre ellos, el poco interés por aprender, la didáctica empleada por el docente, así como la propia naturaleza de los objetos matemáticos, puesto que al ser abstractos solo pueden ser analizados a través de sus representaciones. En este

* Autor para la correspondencia. E-mail: wilbert.dejesus@cch.unam.mx, Tel. 55370557787.

43 contexto, se han planteado entre los profesores de matemáticas las siguientes interro-
44 gantes, ¿Cómo se puede generar interés en el alumnado para aprender matemáticas?
45 ¿Cómo abordar los conceptos matemáticos para lograr un aprendizaje significativo?
46 ¿Cómo implementar el uso de las tecnologías digitales para trabajar los objetos mate-
47 máticos a través de sus representaciones?

48
49 Las respuestas a estas interrogantes dieron pie al proceso de actualización de los Pro-
50 gramas de Estudio de Matemáticas I-IV en el Colegio de Ciencias y Humanidades
51 (ENCCCH, 2016); sin embargo, esto mismo generó una cierta incertidumbre en los pro-
52 fesores en la manera de abordar los aprendizajes empleando el nuevo enfoque pro-
53 puesto. Como respuesta a esta problemática, el Colegio planteó la necesidad de dise-
54 ñar materiales que se apeguen lo mejor posible a los nuevos programas, en donde se
55 contemple como eje medular la resolución de problemas y la implementación de las
56 TIC.

57
58 Ante este reto, se planteó en el grupo de trabajo denominado “*Dirichlet*” diseñar un
59 cuaderno de trabajo con un enfoque híbrido para la asignatura de Matemáticas IV, que
60 permita orientar a los profesores que imparten este curso bajo el enfoque planteado
61 en los nuevos programas de estudio y que cumpla su función como instrumento de
62 aprendizaje y de evaluación. Al ser la función el concepto fundamental de este curso
63 se considera conveniente integrar en el cuaderno de trabajo el enfoque de resolución
64 de problemas y actividades vinculadas con el uso de software como GeoGebra para
65 modelar algunos fenómenos y haciendo uso de los diferentes registros de representa-
66 ción algebraica, tabular y gráfica para lograr una mayor comprensión de este concepto
67 (Duval, 2006).

68 69 **2. Metodología o desarrollo**

70
71 Tras el cierre generalizado de las escuelas en el 2020 debido a la pandemia por el
72 COVID-19 y la apertura gradual de estas posteriormente, la educación en un formato
73 híbrido se ha convertido en una alternativa para darle continuidad al proceso educativo.
74 Graham (2006) presenta el *aprendizaje híbrido* como la convergencia de dos
75 ambientes de aprendizaje arquetípicos. Por un lado, están los ambientes tradicionales
76 de aprendizaje presencial y por otro, se tienen los ambientes de aprendizaje a distancia
77 que han empezado a crecer y a expandirse de manera exponencial a la par que la
78 expansión de las posibilidades tecnológicas de comunicación e interacción.

79
80 El aprendizaje híbrido es un método de enseñanza que combina la educación a
81 distancia con lo mejor de la instrucción presencial. Sin embargo, no hay que confundir
82 el término *blended learning* con *hybrid learning*. Como lo menciona Duarte et al (2008),
83 en el resultado de la mezcla (*blended*) se pueden distinguir las partes que la
84 componen, por otro lado, el concepto híbrido (*hybrid*) es el resultado del cruce de dos
85 elementos de origen diferenciado, cuyo resultado está totalmente integrado, es
86 inseparable. Así visto, el concepto híbrido constituye una posibilidad de continuo en el
87 proceso enseñanza-aprendizaje puesto que puede verse como la expansión y

88 continuidad espaciotemporal (presencial y no presencial, sincrónica y asincrónica) en
89 el ambiente de aprendizaje. Para Osorio (2010), los ambientes híbridos van más allá
90 de complementarse la presencialidad con la virtualidad, o la virtualidad con la
91 presencialidad, sino más bien se trata de la integración de ambas modalidades.

92
93 Para la elaboración del cuaderno de trabajo, además del enfoque disciplinario y
94 didáctico contemplado en el Programa de estudio de Matemáticas IV, se fundamenta
95 en el modelo híbrido (*hybrid learning*). Qi y Tian (2011) consideran que el aprendizaje
96 híbrido tiene cuatro propiedades: (1) combinación de aprendizaje grupal e individual,
97 (2) combinación de aprendizaje sincrónico y asincrónico, (3) una combinación de
98 aprendizaje a su propio ritmo (*self-paced learning*) y aprendizaje a ritmo de grupo
99 (*group-paced learning*), y (4) combinación de aprendizaje formal y aprendizaje informal
100 en términos de incorporación del aprendizaje a lo largo de toda la vida.

101
102 Con base en lo anterior, se identificaron algunas de las características principales que
103 debe tener un material didáctico para que funcione como un verdadero instrumento de
104 aprendizaje y de evaluación en un ambiente híbrido:

- 105
106 1. *Uso de las TIC*. El material didáctico debe plantear actividades de aprendizaje
107 en donde se haga uso de las herramientas y recursos tecnológicos que los
108 estudiantes tienen a su alcance.
- 109 2. *Trabajo presencial*. El material además de permitir el trabajo a distancia debe
110 contemplar actividades para usarse en el salón de clases de manera presencial.
- 111 3. *Aula invertida*. El material debe contener enlaces para que el estudiante estudie
112 antes de que inicie la clase presencial, puede incluir enlaces a páginas web con
113 información relevante, videos, *applets*, infografías, etc.
- 114 4. *Resolución de problemas reales, contextualizados e interdisciplinarios*. Se
115 deben plantear problemas que tengan un contexto real y cercano a los
116 estudiantes, lo que favorecerá su interés en el trabajo escolar. Las matemáticas
117 tienen muchas aplicaciones en otros campos, por lo que sería importante
118 plantear problemas de otras áreas del conocimiento para que los estudiantes
119 vean la utilidad que tienen las matemáticas.
- 120 5. *Aprendizaje Basado en Investigación o en Proyectos*. Es muy importante que
121 se plantee el desarrollo de proyectos de investigación para que los estudiantes
122 desarrollen habilidades que les permita el desarrollo de un pensamiento crítico.
- 123 6. *Aprendizaje Basado en Juegos*. Para motivar y generar interés en los
124 estudiantes es necesario implementar el uso de juegos y dinámicas divertidas,
125 sin descuidar los significados y el rigor matemático requerido, puesto que
126 muchos ven a las matemáticas como abstractas, monótonas o estáticas; sin
127 embargo, se puede aprender jugando. Actualmente, existen muchas
128 plataformas muy útiles para lograrlo, tales como *Kahoot*, *Genially*, *Socrative*,
129 entre otras.
- 130 7. *Autoevaluación*. Con el uso de los *Forms* o *Kahoot*, es relativamente sencillo
131 crear cuestionarios que le permitan a los alumnos poner a prueba sus
132 conocimientos y obtener sus evaluaciones de manera inmediata.

133 **3. Resultados y análisis**

134

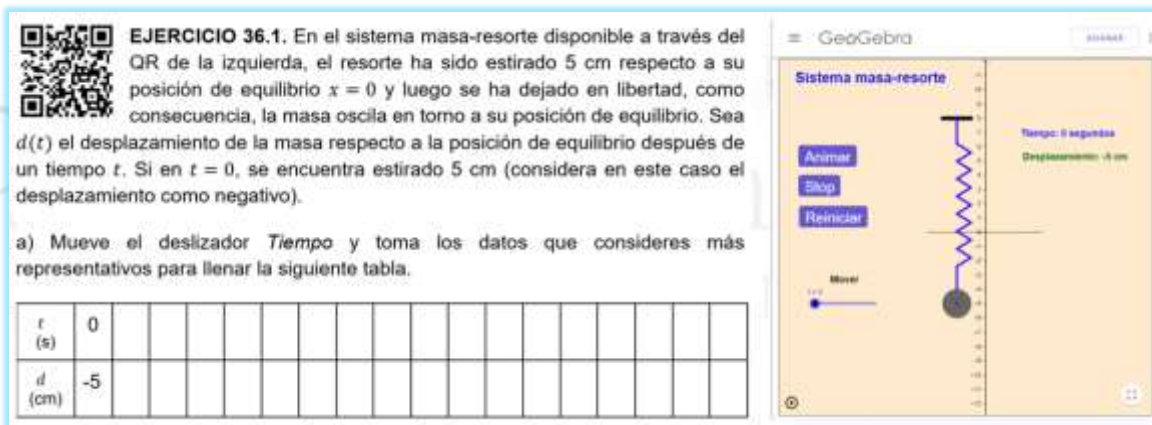
135 Tomando en cuenta los puntos anteriores, a continuación, se presentan algunos
 136 elementos que contiene el cuaderno de trabajo diseñado para matemáticas IV en el
 137 Colegio de Ciencias y Humanidades.

138

139 **3.1 Uso de las TIC.**

140

141 En el cuaderno de trabajo se incluyen elementos como QR que dan acceso a videos,
 142 páginas web con información relevante, así como a applets desarrollados en
 143 GeoGebra que le permiten al alumno obtener información para resolver un problema
 144 (Figura 1).



EJERCICIO 36.1. En el sistema masa-resorte disponible a través del QR de la izquierda, el resorte ha sido estirado 5 cm respecto a su posición de equilibrio $x = 0$ y luego se ha dejado en libertad. Sea $d(t)$ el desplazamiento de la masa respecto a la posición de equilibrio después de un tiempo t . Si en $t = 0$, se encuentra estirado 5 cm (considera en este caso el desplazamiento como negativo).

a) Mueve el deslizador *Tiempo* y toma los datos que consideres más representativos para llenar la siguiente tabla.

t (s)	0																		
d (cm)	-5																		

145

146

147

148

149

Figura 1. El uso de QR para acceder a un applet en línea para obtención de datos.

150

151

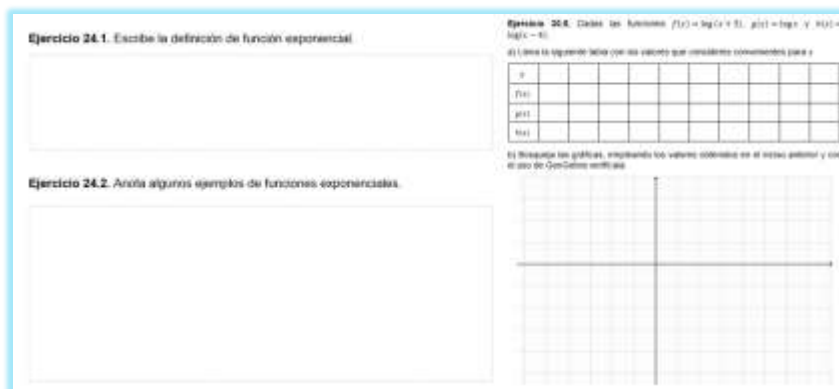
152

153

154

En el cuaderno de trabajo se incluyen problemas y actividades con espacios suficientes para que los alumnos las vayan realizando en las sesiones presenciales (Figura 2). Además, se incluyen herramientas como tablas o planos cartesianos para agilizar el trazado de las gráficas. Esto facilitará al profesor la revisión y evaluación del curso.

3.2. Trabajo presencial.



155

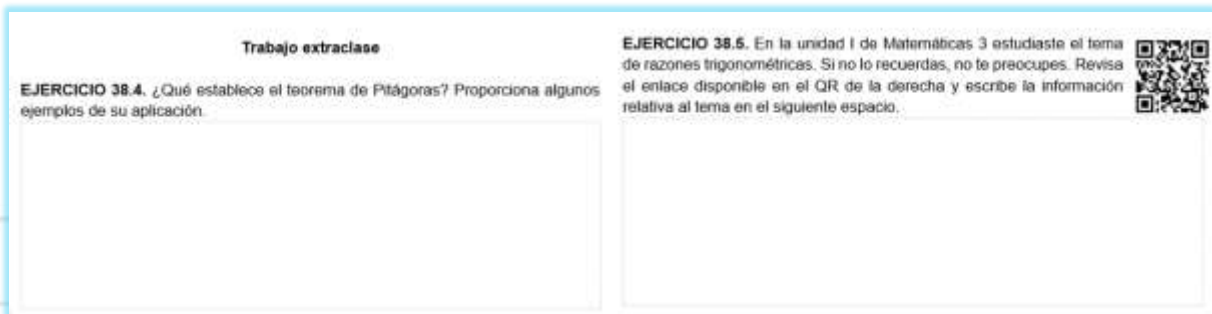
156

Figura 2. Actividades para las sesiones presenciales.

157
158
159
160
161
162
163
164
165

3.3. Aula invertida.

La metodología de clase invertida o aula invertida (*Flipped Classroom*) combina las tareas del aula y las actividades realizadas con el uso de las TIC. En este enfoque se propone que los alumnos, antes de la clase, estudien un tema específico para prepararse y acudir a esta con preguntas y dudas, que serán el punto de partida para las discusiones en el aula con sus compañeros y el profesor. En el cuaderno de trabajo se incluye este tipo de elementos como trabajo extraclase (Figura 3).



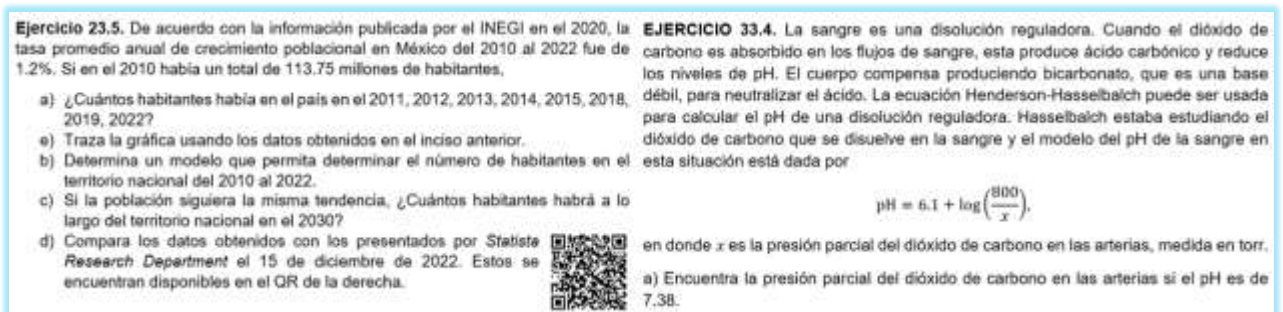
166
167
168
169
170
171
172
173
174
175
176
177
178
179
180
181
182

Figura 3. Estudio del teorema de Pitágoras y las razones trigonométricas antes de la sesión presencial.

Al solicitar a los estudiantes que analicen cierto tema antes de la sesión presencial, hace que el proceso de aprendizaje sea más eficiente, puesto que los alumnos llegan con ciertos conocimientos del tema y la sesión presencial se aprovecha para analizar algunas dudas, o bien, para reforzar algo que no haya quedado claro, permitiendo avanzar más rápido en el logro de los aprendizajes.

3.4. Resolución de problemas reales, contextualizados e interdisciplinarios.

En el cuaderno de trabajo se incluyen problemas de contextos reales e interdisciplinarios, para que los estudiantes valoren la importancia de las matemáticas en la vida, y por supuesto, su utilidad en otros campos.



183
184
185

Figura 4. Ejemplos de problemas reales e interdisciplinarios.

186 En la Figura 4 se muestran ejemplos de problemas en donde se utilizan datos reales
 187 proporcionados por el INEGI para modelarse empleando una la función exponencial y
 188 una aplicación de la función logarítmica para resolver un problema de química.

190 3.5. Aprendizaje Basado en Investigación o en Proyectos.

191
 192 En el cuaderno de trabajo se incluyen problemas que conllevan a un proyecto de
 193 investigación. De acuerdo con Vilá, Rubio & Berlanga (2014), la investigación puede
 194 ser una herramienta muy importante en el proceso enseñanza-aprendizaje y un medio
 195 para adquirir conocimientos disciplinarios, habilidades transversales y digitales.

EJERCICIO 24.2. Investiga lo siguiente:

1. ¿Cuántos watts consume un refrigerador al año?
2. ¿Cuál sería el costo al año por el consumo de electricidad?

Con base en la información anterior, contesta lo siguiente:

Si el fabricante A ofrece un refrigerador a un precio de \$10000.00 e indica que tiene una vida útil de 15 años.

- a) Determina su costo anual total considerando que los únicos costos asociados con el refrigerador son el costo de compra y la electricidad.
- b) Desarrolla una función que dé el costo anual de un refrigerador en función del número de años que posee el refrigerador.
- c) Dibuja una gráfica de esa función.
- d) Dado que esta es una función racional, determine las asíntotas.
- e) Explica el significado de la asíntota horizontal.
- f) Si otro fabricante ofrece un refrigerador que cuesta \$ 12000.00, pero dice que durará al menos veinte años y consume un 30% menos que el refrigerador del fabricante A, ¿vale la pena pagar la diferencia? Argumenta tu respuesta

196
 197 **Figura 5. Ejemplo de un problema que conlleva un proyecto de investigación.**

199 3.6. Aprendizaje Basado en Juegos.

200
 201 En el cuaderno de trabajo se plantea el uso de juegos para reafirmar algunos
 202 conocimientos. Por ejemplo, para que el alumno reconozca las diferentes
 203 representaciones de la función racional y la función con radical, se plantea un
 204 memorama, en donde ellos tienen que identificar las tres diferentes representaciones
 205 para una misma función (Figura 6).

$f(x) = \frac{1}{x+3}$	Dominio: $\mathbb{R} \setminus \{-3\}$ Asíntota V.: $x = -3$ Asíntota H.: $y = 0$ Imagen: $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ Disc.: $x = -3$		$f(x) = \sqrt{x-3}$	Dominio: $[3, +\infty)$ Imagen: $[0, +\infty)$ Ceros: No tiene	
$f(x) = \frac{x^2+x-6}{x^2+4x+3}$	Dominio: $\mathbb{R} \setminus \{-3, -1\}$ Asíntota V.: $x = -1$ Asíntota H.: $y = 1$ Imagen: $\mathbb{R} \setminus \{1, \frac{2}{3}\}$ Disc.: $x = -3 \vee x = -1$		$f(x) = \sqrt{x^2+4x+3}$	Dominio: $(-\infty, -3) \cup (-1, +\infty)$ Imagen: $[0, +\infty)$ Ceros: $x = -3 \vee x = -1$	
$f(x) = \frac{1}{x-3}$	Dominio: $\mathbb{R} \setminus \{3\}$ Asíntota V.: $x = 3$ Asíntota H.: $y = 0$ Imagen: $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ Disc.: $x = 3$		$f(x) = \sqrt{-x^2-4x-3}$	Dominio: $[-3, -1]$ Imagen: $[0, 1]$ Ceros: $x = -3 \vee x = -1$	

206
 207 **Figura 6. Uso de tarjetas para el trabajo con funciones racionales y con radicales.**

208
209
210
211
212
213
214
215

3.7. Autoevaluación.

En el material se presenta al final de cada unidad un cuestionario de preguntas y problemas para que el alumno ponga a prueba sus conocimientos. En este cuestionario se incluye una QR para que el alumno, después de responderlo realizando todo el procedimiento, pueda comprobar sus resultados a través del mismo cuestionario en *Microsfot Forms* o *Kahoot*.



Figura 7. Ejemplo de una autoevaluación empleando *Kahoot*.

216
217
218
219
220
221
222
223
224
225
226
227
228
229
230
231
232
233
234
235

La ventaja que proporcionan estas herramientas es que permiten que el alumno pueda realizar el cuestionario en cualquier momento y visualizar sus resultados de manera inmediata, no se requiere que el profesor revise el trabajo realizado. En la Figura 1 se muestra un cuestionario de autoevaluación realizada en *Kahoot* para evaluar la unidad 2 de matemáticas IV.

4. Conclusiones

Actualmente, el Colegio se encuentra en el quinto año de la aplicación de los nuevos programas de estudio. Esto implica que se han venido dando cambios en la planeación, el desarrollo y evaluación de los cursos curriculares, tanto en el aspecto disciplinario como en el pedagógico-didáctico. Sin embargo, esto mismo plantea la importancia de diseñar y elaborar materiales didácticos que contribuyan al desarrollo e instrumentación de los programas de estudio actualizados.

Las eventualidades externas como la contingencia por el COVID-19, han obligado a los profesores a replantear y reestructurar su labor. Ahora más que nunca se ha visto

236 la necesidad de contar con materiales de apoyo necesarios para que los alumnos
237 puedan seguir trabajando de manera presencial y a distancia, empleando las
238 diferentes TIC y TAC que tienen a su disposición y que puedan emplearlos
239 adecuadamente para el desarrollo de sus aprendizajes, poniendo en práctica el
240 Modelo Educativo del Colegio y encaminándose en su autonomía intelectual.

241

242 El alcance que podría tener un cuaderno de trabajo con un enfoque híbrido radica en
243 que puede ser empleado como material didáctico de apoyo para los profesores que
244 imparten el curso de manera presencial, semipresencial o completamente en línea, y
245 como un instrumento de aprendizaje para los alumnos que cursan esta materia ya sea
246 en ordinario o dentro del Programa de Apoyo al Egreso (PAE); incluso, podría ser de
247 utilidad para los estudiantes de matemáticas IV que se preparan para el examen
248 extraordinario. En general, se busca que este material impacte positivamente en el
249 trabajo de los profesores y alumnos del Colegio.

250

251 **Agradecimientos**

252

253 Los autores agradecen el apoyo recibido a través del proyecto INFOCAB PB101422,
254 el cual permitió culminar satisfactoriamente el diseño del cuaderno de trabajo para el
255 curso de Matemáticas IV.

256

257 **5. Índice de referencias**

258

259 • Duart, J., Gil, M., Pujol, M. y Castaño, J. (2008). *La universidad en la sociedad*
260 *red* (1ª ed.). Barcelona: UOC-Ariel.

261 • Duval, R. (2006). Un tema crucial en la educación matemática: la habilidad para
262 cambiar el registro de representación. *Gaceta de la Real Sociedad Matemática*
263 *Española*, 9 (1). 143-168.

264 • ENCCH (2016). *Programas de Estudio. Área Matemáticas. Matemáticas I-IV.*
265 UNAM.

266 • Graham, C. R. (2006). Blended learning systems. definition, current trends, and
267 future directions. *The Handbook of Blended Learning: Global Perspectives, Local*
268 *Designs* (pp. 3-18). San Francisco: Pfeiffer.

269 • Osorio, L. (2011). Ambientes híbridos de aprendizaje. *Actualidades*
270 *Pedagógicas*, (58), 29-44.

271 • Qi, L., & Tian, A. (2011). Design and Application of Hybrid Learning Platform
272 Based on Joomla. In M. Zhou, & H. Tan (Eds.), *Advances in Computer Science*
273 *and Education Applications* (pp. 549-556).

274 • Vilá, R., Rubio, M. y Berlanga, V. (2014). La investigación formativa a través del
275 aprendizaje orientado a proyectos: una propuesta de innovación en el grado de
276 pedagogía. *Innovación educativa*, 24, 2014: pp. 241-258.

SITUACIÓN DIDÁCTICA PARA ABORDAR LA FUNCIÓN CUADRÁTICA EMPLEANDO UN CUADERNO DE TRABAJO CON ENFOQUE HÍBRIDO

¹*Concepción Julieta Hernández Hidalgo, Wilbert De Jesús López, Alfonso Ortiz Gervasio y Maritza Vázquez Hernández
UNAM. Escuela Nacional Colegio de Ciencias y Humanidades. Plantel Vallejo

ID-POSM076

Resumen

En el regreso a clases en la nueva normalidad, el Colegio de Ciencias y Humanidades inició actividades bajo el esquema híbrido considerando una semana trabajando presencialmente y dos semanas a distancia, para integrar al Modelo Educativo del CCH al estudiante como actor principal en la construcción de su aprendizaje; González (1971) menciona .."aprender a aprender; a informarse, en los talleres de investigación documental, así como despertar la curiosidad por la lectura..", adoptando la concepción de aprendizaje como un proceso de construcción dinámico.

Ante este desafío, un grupo de profesores del plantel vallejo del área de Matemáticas, se dio a la tarea de elaborar un cuaderno de trabajo con enfoque híbrido para la asignatura Matemáticas 2 bajo la metodología educativa: Aula Invertida, que promueve la autonomía del alumno distinguiéndose como estrategia eficaz de aprendizaje, Parr (2000) señala "...el rendimiento académico favorable obedece a la interrelación entre el grado de integración de la tecnología en la clase y el uso de técnicas pedagógicas apropiadas"; potenciando el logro de aprendizajes optimizando tiempos disponibles de clase presencial y a distancia. El material digital resulta atractivo para los estudiantes al desarrollar actividades en línea con GeoGebra para funciones cuadráticas. En opinión de Merla (2016) "Es así como en el aula invertida las tareas o proyectos se concretan en el salón de clase y los contenidos temáticos son aprendidos fuera de la escuela".

Este trabajo presenta la experiencia al aplicar una situación didáctica en 2° semestre del turno vespertino plantel Vallejo, empleando el cuaderno de trabajo para modelar una función cuadrática, tema de la Unidad 2 del programa de estudio, para que el alumno: analice las condiciones que se establecen en el enunciado de un problema y expresa las relaciones entre lo conocido y lo desconocido a través de una ecuación de segundo grado (CCH, 2016).

Palabras clave: Matemáticas, situación didáctica, función cuadrática, cuaderno, enfoque híbrido.

1. Introducción

Una vez que se dieron por concluidas las clases a distancia en el ciclo escolar 2020-2021, el Colegio de Ciencias y Humanidades con la intención de preservar condiciones sanitarias seguras para la comunidad escolar, planteó para los trabajos del semestre

¹ *Autor para la correspondencia. E-mail: julietahh31@gmail.com Tel. 54-38-83-73,

43 2022-2 desarrollar un modelo híbrido con dos semanas de clases a distancia seguidas
44 de una semana presencial en el plantel, dividiendo al grupo para asistir cada sección
45 una vez por semana.

46 Lo anterior propició la necesidad de incorporar una metodología educativa como el
47 aula invertida, así como recursos que se adaptarán al modelo híbrido a fin de
48 aprovechar la experiencia adquirida por alumnos y profesores durante las clases a
49 distancia.

50 Fue de esta manera, que durante el semestre 2022-1 un grupo de trabajo de
51 profesores del plantel Vallejo del área de matemáticas elaboró un cuaderno de trabajo
52 con enfoque híbrido para la asignatura de matemáticas 2, implementando su uso en
53 un grupo de segundo semestre del turno vespertino.

54
55 La aplicación de la situación didáctica se enfocó a uno de los temas del programa de
56 estudio vigente con mayor grado de dificultad como lo es la función cuadrática, que
57 implica, un proceso de análisis para la comprensión de una expresión
58 común transitando a una expresión algebraica para que el alumno alcance un
59 aprendizaje significativo al manipular una herramienta de Geometría dinámica como
60 GeoGebra.

61
62 Moreno & Santos (2001) plantean:

63 Debemos proponernos un empleo innovador de la tecnología, y esta innovación
64 incluye un primer nivel de comprensión de un problema, a saber, el visual, pero
65 acompañado de instrumentos de control que suministra el medio dinámico como
66 son la medición y la verificación de propiedades (p. 81)

67
68 Y es el Aula invertida una metodología pertinente de acuerdo con Merla (2016):

69
70 Por lo tanto, es necesario que en la actualidad se desarrollen propuestas de
71 enseñanza acordes con los esquemas de interacción social y las exigencias de
72 un mundo globalizado con base en la gestión de información y conocimiento,
73 además, apoyada en el uso de tecnología. (2016, p. 70)

74
75 Ya que, empleando recursos como el cuaderno de trabajo híbrido, el alumno investiga
76 contenidos conceptuales durante las semanas de clase a distancia, y asistiendo a la
77 clase presencial revisa con sus compañeros y el profesor, el contenido procedimental,
78 reforzando su conocimiento del tema, además de desarrollar habilidades actitudinales
79 y digitales que se marcan en el perfil de egreso del estudiante del Colegio (ENCCH,
80 2016).

81 82 **2. Metodología o desarrollo**

83
84 En el perfil actual del egresado del CCH, el área de matemáticas contribuye en la
85 formación del estudiante al cumplir con un perfil en el que debe estar preparado para:

86

87 Incorporar a su lenguaje y modos de sistematización y argumentación
88 habituales, diversas formas de representación matemática (numérica, tabular,
89 gráfica, geométrica y algebraica) para comunicar sus ideas y consolidar su
90 pensamiento matemático y utilizar las tecnologías para favorecer la adquisición
91 de conocimientos (ENCCH, 2016, p. 8)

92 En tanto que en el Programa de Estudios vigente los propósitos generales de la materia
93 refieren:

94
95 Fomentar el trabajo en equipo como forma de dinamizar la construcción del
96 conocimiento en el contexto de la resolución de problemas, y desarrollar los
97 pensamientos inductivo y deductivo en el alumno, en actividades de exploración
98 y justificación, para incrementar las formas de argumentación del alumno de la
99 resolución de problemas (ENCCH, 2016, p.9)

100 Por lo anterior la actividad propuesta en la situación didáctica buscó cumplir con los
101 puntos arriba mencionados. Respecto a las distintas estrategias para adquirir los
102 aprendizajes del programa de generaciones anteriores, al menos en los últimos 8 años,
103 se ha observado que los procesos de aprendizaje de los alumnos requieren mejorar e
104 innovar las estrategias de enseñanza aprendizaje como lo describe Morales (2021) “La
105 innovación en los métodos educativos, conlleva sacar todo el provecho posible de las
106 herramientas que se dispone previamente”.

107 Siendo este el principal objetivo de la situación didáctica en Matemáticas II, usando
108 actividades digitales en el libro (enfoque híbrido) al trabajar con el grupo 247B dos
109 situaciones planteadas en distintos ejercicios referentes a problemas de optimización.
110 Se formaron equipos de tres integrantes, con la finalidad de que durante las semanas
111 de trabajo a distancia realizarán el análisis y resolución de una situación que se
112 modelaba como una función cuadrática; empleando el cuaderno de trabajo, tenían que
113 organizarse de tal manera que se deberían utilizar los registros Verbal, Geométrico,
114 Tabular, Gráfico y Algebraico; respondiendo a la situación planteada.

115 Una ventaja adicional con el uso del libro fue que, estando en la sesión presencial
116 permitió mostrar la situación modelada de manera dinámica en GeoGebra para
117 corroborar los resultados obtenidos anotados en sus libretas.

118 **2.1 Actividad con el primer problema.**

119
120 Bajo la metodología de aula invertida, se les envió a los alumnos en la plataforma
121 TEAMS el archivo PDF del Cuaderno de Trabajo con Enfoque Híbrido, conteniendo
122 los problemas de aplicación de la Función Cuadrática para que leyeran y conocieran
123 del tema, apoyándolos en el avance de su comprensión.

124 Ya en la sesión presencial (salón de clase), los equipos de tres personas atendieron
125 las siguientes instrucciones:

126 Lectura del primer problema que se refería a “*Encontrar las dimensiones de una malla*
127 *que se va a utilizar para cercar un terreno de forma rectangular que tenga un área*
128 *máxima*”

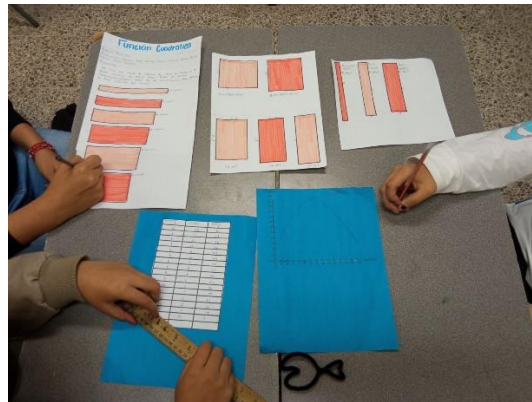
129

130 La primera etapa consistió en utilizar el *registro geométrico* mediante dibujos
131 coloreados y/o recortes de hojas de papel de colores (Kinestesia), recrearon distintas
132 opciones de medidas para mostrar cuáles eran las dimensiones que darían el área
133 máxima como se puede observar en la Figura 1; cada equipo analizó las posibles
134 áreas anotando en sus hojas cuáles dimensiones eran las más cercanas a la solución
135 del problema.
136



137
138 **Figura 1. Alumnos trabajando con hojas de colores**
139

140 En la segunda etapa se utilizó el *registro tabular*, realizando una tabla para organizar
141 la información, la variable independiente registrada en la primera columna
142 correspondía a la medida de un lado del rectángulo, y la variable dependiente en la
143 segunda columna representaba el área del rectángulo, como se ve en la Figura 2.
144



145
146 **Figura 2. Alumnos realizando el registro tabular**
147

148 Los equipos manejaron adecuadamente la regla en el trazo de las rectas, así como un
149 ordenado y organizado vaciado de la información en las tablas; sin perder de vista
150 qué en dicha representación se tenía una aproximación a la solución del problema.
151 En la tercera etapa se abordó el *registro gráfico* mostrado en la Figura 3, en el cual los
152 equipos graficaron la información de la tabla (adaptando la escala en los ejes
153 cartesianos), calculando correctamente sus proporciones, buscando que el trazo se
154 viera uniforme y preciso en forma de parábola; llevándolos a comprender que el

155 comportamiento de las variables de este problema generaba dicha gráfica. Se
156 resolvieron algunas dudas de los alumnos durante el desarrollo de la actividad, dando
157 pie a los equipos de identificar la solución, a partir del valor del vértice de la parábola.
158

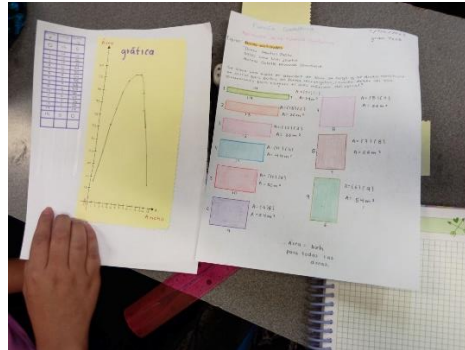


Figura 3. Alumnos trazando el registro gráfico

159
160
161

162 Para la cuarta etapa los estudiantes realizaron el registro algebraico, que fue el más
163 complicado para los equipos ya que tenían que pasar de cálculos aritméticos a una
164 representación algebraica para generalizar el problema.

165 Se respondieron las inquietudes de los alumnos, apoyando puntualmente con la
166 explicación de la construcción del modelo matemático. Resaltando la mayor dificultad
167 al transformar la función de su forma general a la forma estándar o canónica.

168 Quedó evidenciado que al expresar la función cuadrática a la forma estándar se
169 encontraba la coordenada del vértice y por ende la solución. Al final, los equipos
170 mostraron una mejor comprensión del procedimiento y de los resultados.

171 2.1 Actividad con el segundo problema.

172

173 Para el segundo problema de aplicación de la función cuadrática, el enunciado fue:
174 *“Se desea construir un corral para vacas de forma rectangular utilizando una malla de*
175 *alambre con una longitud de 120 metros. Considerar que una de las paredes del corral*
176 *es una barda y no lleva malla ¿Cuáles son las dimensiones que debe tener la malla*
177 *para obtener el área máxima”?*

178

179 La problemática fue muy similar, se les solicitó a los equipos que repitieran los
180 procedimientos del problema anterior. Posteriormente, se les presentó una
181 construcción en GeoGebra incluida en el cuaderno de trabajo cuyo acceso fue en su
182 teléfono celular mediante un código QR, que simulaba el comportamiento del problema
183 en un ambiente de geometría dinámica.

184 El uso de deslizadores permitió variar los valores, tanto de la longitud de la malla como
185 los de un lado del rectángulo e ir modificando tanto la figura, como la gráfica; que se
186 adaptaban a las condiciones seleccionadas según fuera el caso como se observa en
187 las Figuras 4 y 5.

188

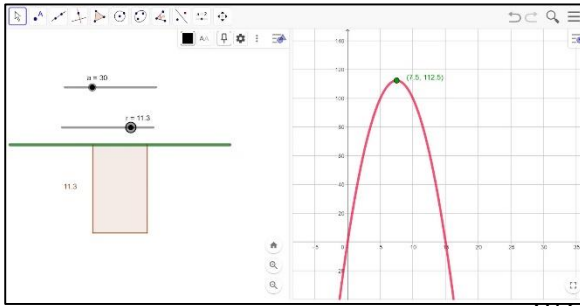


Figura 4. Construcción en GeoGebra

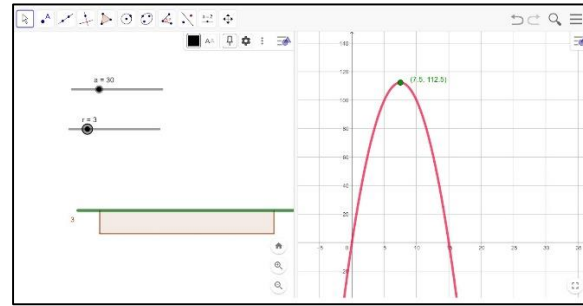


Figura 5. Variación de medidas en GeoGebra

190
191

192 Se evaluó con lista de cotejo algunos criterios fueron, trabajo colaborativo, realización
193 de los diferentes registros e interpretación de los resultados, entre otros.

194 En la parte final los alumnos contestaron una bitácora COL de primer nivel,
195 manifestando en tres preguntas su experiencia al realizar las actividades en equipo.

196

197 3. Resultados y análisis

198

199 Al realizar la revisión de los resultados, fue evidente una buena disposición de los
200 estudiantes para trabajar con la metodología del aula invertida; resultó favorable la
201 estrategia de investigación previa del tema a distancia para llegar a la sesión
202 presencial a compartir con sus compañeros la información revisada, además de
203 facilitar la comprensión del contenido procedimental. Para los alumnos fue atractivo un
204 material como el libro híbrido, que les mostraba los contenidos conceptuales y
205 posteriormente los direccionaba a actividades en línea para continuar explorando la
206 temática y a la vez evaluar sus avances. Con la situación didáctica implementada los
207 resultados fueron acordes al propósito establecido, destacando una correcta transición
208 entre las diferentes representaciones para una función y tener acceso a los objetos
209 matemáticos como describe Duval (2006) “la enseñanza-aprendizaje de las funciones
210 no se debe limitar al trabajo en uno solo de estos registros, sino que se debe incluir la
211 capacidad de traducir la información de una representación a otra”.

212 De los nueve equipos, siete de ellos realizaron las actividades bien y completas; los
213 otros dos fueron bien elaborados con errores mínimos por omisión de procedimientos.

214 La Figura 6 presenta uno de los mejores trabajos de los equipos.

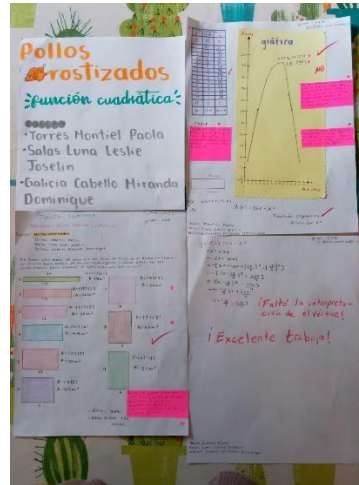


Figura 6. Trabajo final del equipo “pollos rostizados”

215
216
217

4. Conclusiones

218
219

El trabajar en equipo dentro del CCH es algo que distingue a la institución, al tener como uno de sus principios filosóficos “el aprender a aprender”, cuando los alumnos retornaron a la presencialidad, el ambiente de trabajo se vio favorecido por la interacción, la metodología de aula invertida, y el empleo de materiales atractivos en formato híbrido como el cuaderno de trabajo, GeoGebra y la plataforma TEAMS.

220

221

222

223

224

225

226

227

228

229

230

231

Considerando la propuesta pedagógica del Programa de estudio de Matemáticas, el planteamiento de la situación didáctica se hizo bajo la metodología de Pólya señalando cuatro etapas para la resolución de problemas, en donde no solo se obtiene un resultado, sino que el alumno con la metacognición tiene un panorama más completo de cómo se analiza y se resuelve un problema, bajo la premisa vigente de Pólya (1965) “un gran descubrimiento resuelve un gran problema, pero en la solución de un problema, hay un cierto descubrimiento”

232

233

234

235

236

De manera conjunta el equipo de trabajo de profesores al analizar los resultados y la opinión de los estudiantes, detectamos las áreas de oportunidad para la mejora de las actividades realizadas, y de esta manera en futuras ocasiones seguir brindando a los alumnos materiales innovadores y estrategias que les permitan consolidar aprendizajes significativos.

237

Agradecimientos

238

239

Los autores agradecemos el apoyo al Proyecto INFOCAB PB101322.

240

241

5. Índice de referencias

242

243

Libros

244

245

- Polya, G. (1965). Cómo plantear y resolver problemas (pp. 215). México: Trillas.

246

Información en línea

247

248

249

250

251

252

253

254

255

256

257

258

259

260

261

262

263

264

265

266

267

268

269

270

271

272

273

274

275

276

- Duval, R. (2006). Un tema crucial en la educación matemática: la habilidad para cambiar el registro de representación. *Gaceta de la Real Sociedad Matemática Española* 9. 1. http://dmle.icmat.es/pdf/GACETARSME_2006_9_1_05.pdf .
- Escuela Nacional Colegio de Ciencias y Humanidades. (2016). Programas de Estudio. Área de Matemáticas, Matemáticas I-IV. <https://www.cch.unam.mx/sites/default/files/programas2016/MATEMATICAS-I-IV.pdf>
- González, C. P. (1971, Febrero). SE CREO EL COLEGIO DE CIENCIAS Y HUMANIDADES, *Gaceta UNAM*, Tercera Época. Volumen II (Número extraordinario), p. 7. <https://www.cch.unam.mx/sites/default/files/actualizacion2012/Gacetamarilla.pdf>
- Merla, A. y Yáñez, C. (2016). El aula invertida como estrategia para la mejora del rendimiento académico. *Revista Mexicana de Bachillerato a Distancia* (Número 16, año 8). <https://www.cch.unam.mx/sites/default/files/Aula-Invertida.pdf>
- Morales, E. (2021). ¿Innovar en educación? Cátedra Fundación Mapfre Guanarteme de Tecnología y Educación, Universidad de la Laguna. <https://tecnoedu.webs.ull.es/2021/03/10/innovar-en-educacion/>
- Moreno, L. & Santos, L. (2001, Agosto). De la herramienta al instrumento: una perspectiva informática. *Educación Matemática* 13(2), 78-97. <http://www.revista-educacion-matematica.org.mx/descargas/Vol13/2/06Moreno.pdf>
- Parr, J. (2000). *A review of the literature on computer-assisted learning, particularly integrated learning systems, and outcomes with respect to literacy and numeracy*. Wellington, Nueva Zelanda: Ministry of Education. <https://www.educationcounts.govt.nz/publications/schooling2/digital-technology/5927>

IMPLEMENTACIÓN DEL MÉTODO UNISOFT MEDIANTE LA PLATAFORMA EDUCATIVA MOODLE

María Guadalupe Vázquez Salazar^{1, *}, Rosalba Nancy Rosas Fonseca², Miguel de Nazareth Pineda Becerril³, Clarisa Clemente Rodríguez⁴ y Omar García León⁵
Facultad de Estudios Superiores Cuautitlán. Carretera Cuautitlán-Teoloyucan 6 Km. 2.5, Col. San Sebastián Xhala, Cuautitlán Izcalli, Estado de México, CP. 54714.

ID-POSM077

Resumen

La enseñanza en áreas de conocimiento tales como la ingeniería de software, entre muchas otras implican un desafío cada vez más grande, los estudiantes universitarios hoy en día tienen acceso a infinidad de herramientas tecnológicas, así como a una cantidad exorbitante de información, por lo que la misión del docente es guiarlos y orientarlos usando la tecnología a su favor ayudando a los educandos a desarrollar el pensamiento crítico y las habilidades necesarias para realizar trabajos en equipo de manera colaborativa. Por otro lado, la industria de desarrollo de software se vuelve cada vez más exigente, lo que se traduce en la necesidad de crear productos más complejos en menos tiempo con especificaciones de calidad más estrictas. El objetivo de este trabajo es implementar a través de la plataforma educativa MOODLE el método UNISOFT, el cual guiará a los estudiantes de distintas licenciaturas, a trabajar de forma individual o en pequeños equipos para desarrollar software de calidad de manera rápida en un tiempo menor a un semestre. El método consiste en un conjunto de prácticas que tienen como base al estándar ISO/IEC29110 y al marco de desarrollo ágil Scrum. El método UNISOFT busca que los alumnos de la Facultad de Estudios Superiores Cuautitlán de la UNAM (FESC), se familiaricen con estándares, como el ISO/IEC29110 para crear software, evitando errores comunes como lo son: aplicaciones incompletas, programas que cumplen solo de forma parcial los objetivos y software desarrollado fuera de tiempo, por tal motivo el método que utilizamos se propone como guía de trabajo para orientar el desarrollo de aplicaciones de principio a fin, ayudando a los estudiantes a enfrentarse a la vida laboral, tomando en cuenta las necesidades y tendencias en la industria y por otro lado siendo compatible con las condiciones en el ámbito universitario.

Palabras clave: Método, UNISOFT, plataforma, MOODLE, software, calidad

1. Introducción

Hoy en día para los educadores en el área de la Ingeniería de Software, en el ámbito universitario, tienen el reto de lograr que los estudiantes tengan las mejores oportunidades para competir en un mundo globalizado. Las organizaciones de desarrollo de software son presionadas a alcanzar mayor eficiencia con menores costos y mayor calidad. Para poder lograr este objetivo, es necesario adoptar una

^{1*} Autor para la correspondencia. E-mail: guadalupevazquez25@gmail.com Tel.

43 *forma de trabajo que permita entender, controlar, comunicar, mejorar, predecir y*
44 *certificar el trabajo realizado.* (Ruvalcaba, 2005). Durante mucho tiempo diversos
45 organismos se han preocupado por generar normas y estándares que guíen a través
46 de procesos en el desarrollo de proyectos de software.

47

48 El propósito de éste trabajo fue crear un método iterativo, basado en estándares que
49 guíen a los estudiantes para trabajar con procesos, creando productos de software de
50 calidad; lo que implica, identificar y cumplir con los requerimientos, entregas en tiempo
51 y forma, documentar de manera precisa, adaptándose a las características del ámbito
52 universitario (Tiempos de entrega reducidos, trabajo en pequeños equipos y de forma
53 colaborativa, entregas continuas de avances).

54

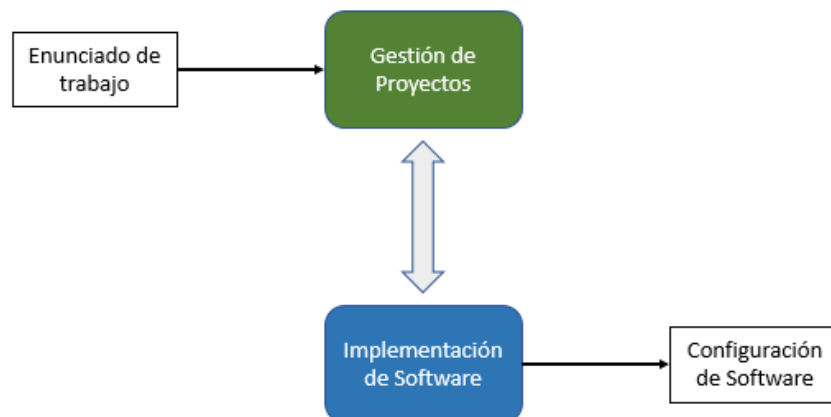
55 El método se basa principalmente en los dos procesos del estándar ISO/IEC29110,
56 de su perfil básico, el cuerpo de conocimientos de administración de proyectos
57 PMBOK® (PMI, 2017) y el cuerpo de conocimientos de SBOK (SCRUMstudy, 2016).
58 Para expresar el método se usó el marco de trabajo Kuali Beh.

59

60 1.1 Estándar ISO/IEC 29110

61 La familia ISO/IEC 29110 es una serie de normas internacionales que describen los
62 perfiles del ciclo de vida del desarrollo de software, En su perfil básico consta de dos
63 procesos: administración de proyectos e implementación de software, tal como se
64 muestra en la figura 1, dicho perfil se recomienda para las organizaciones pequeñas
65 que pueden ser empresas, departamentos o proyectos de hasta 25 personas. La Guía
66 se aplica en proyectos de desarrollo de software ya sea internos o externos
67 (subcontratados).

68



69

70

71

72 **Figura 1. Procesos del Perfil Básico ISO/IEC 29110-5-2-1. Fuente: (NTP-RT-ISO/IEC TR 29110-5-**

73

1-2, 2012, pág. 7)

74

75 **1.2 PMBOK (siglas de Project Management Body of Knowledge; o Cuerpo de Conocimiento de**
 76 **Gestión de Proyectos, en español)**

77
 78 La guía PMBOK® es un estándar de PMI (Project Management Institute), resultado de
 79 las mejores prácticas reconocidas por los expertos profesionales en gestión de
 80 proyectos. También proporciona información sobre conceptos clave, tendencias y
 81 consideraciones para adaptar los procesos a la gestión de proyectos, e información
 82 sobre cómo aplicar herramientas y técnicas a proyectos que siguen siendo relevantes,
 83 de acuerdo con los procedimientos estándar. (Project Management Institute, 2017)

84
 85 **1.3 SBOK (Cuerpo de conocimiento Scrum)**

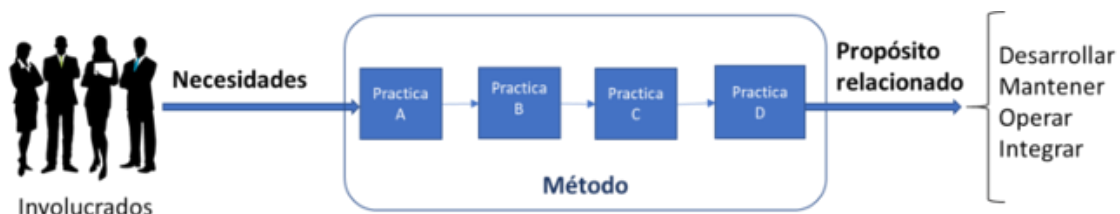
86 La guía SBOK™ (Scrum Body of Knowledge) es una guía dirigida a las organizaciones
 87 y profesionales de la administración de proyectos que desean trabajar con el marco de
 88 desarrollo ágil Scrum. Según la encuesta VersiónOne 2018 (Collabnet VersionOne,
 89 2018), Scrum es el framework de desarrollo ágil más utilizado en el mundo. Es iterativo,
 90 rápido, flexible y eficiente, y está diseñado para ofrecer valor rápidamente a lo largo
 91 de un proyecto. Scrum proporciona transparencia en la comunicación y crea un
 92 entorno de responsabilidad colectiva y mejora continua. (SCRUMstudy, 2016) .

93
 94 **1.4 Kualiti Beh**

95 Kualiti Beh, es un marco de trabajo para la expresión, comparación y mejora de las
 96 formas de trabajo de los practicantes de Ingeniería de Software, involucrados en
 97 proyectos de software. Este marco de trabajo forma parte del apéndice B de ESSENCE
 98 de OMG (Object Management Group), es un consorcio, formado en 1989, dedicado al
 99 cuidado y el establecimiento de diversos estándares de tecnologías orientadas a
 100 objetos (Jacobson, 2013).

101
 102 De acuerdo con las definiciones que proporciona Kualiti Beh, un método persigue un
 103 propósito relacionado con desarrollar, mantener, operar o integrar un producto de
 104 software, considerando las necesidades de los involucrados. El conjunto de prácticas
 105 que lo compone debe contribuir al logro de este propósito (Management, Group Object,
 106 2014) tal como se esquematiza en la figura 2

107



108 **Figura 2. Definición de método según Kualiti Beh** Obtenida de Tesis de maestría. “Desarrollo e
 109 **implementación del Método SOFUNI “Guía para desarrollo de Software”** Universidad Nacional
 110 **Autónoma de México. Vázquez, M. (2019)**
 111

112
 113 **2. Metodología o desarrollo**

114 La metodología se integra en 2 partes

- 115 • Diseño del método UNISOFT
- 116 • Implementación mediante la plataforma MOODLE del método UNISOFT

117
118
119

2.1 Diseño del método.

120 El método UNISOFT se integra de 11 prácticas, donde la salida de una es la entrada
 121 de la siguiente, proporcionando una guía completa para la gestión de proyectos e
 122 implementación de software que va desde la formación del equipo de trabajo hasta la
 123 entrega del producto y retroalimentación del equipo, como se muestra en la figura 3.
 124 También se puede apreciar que este método se basa en un ciclo de vida iterativo; por
 125 lo que las prácticas de la 6 a la 9 corresponden a la **Iteración** que se repite mientras
 126 sea necesario hasta completar todas las tareas de desarrollo del producto de software.



127
128
129

Figura 3. Método UNISOFT obtenida de la plataforma MOODLE

2.1.1 Los elementos que integran cada práctica son:

130
131
132
133
134
135
136
137
138
139
140
141
142
143
144

- Introducción. Muestra el objetivo de la práctica, entradas, salidas y las actividades a realizar.
- Herramientas. Para cada práctica se recomiendan herramientas para su realización, las herramientas pueden ser documentos, aplicaciones, repositorios, tecnologías, etc.
- Base de conocimientos. Se refiere a la base conceptual de ingeniería de software que los estudiantes deben poseer para llevar a cabo la realización de la práctica.
- Plantillas y ejemplos. Se propone una plantilla básica con las actividades a realizar, sobre la cual los estudiantes pueden llevar a cabo las adecuaciones necesarias según la naturaleza de su proyecto.
- Referencias. En cada práctica se proporciona un conjunto de referencias, para que los estudiantes puedan profundizar en el conocimiento si así lo requieren.

145

146 2.1 Implementación del Método UNISOFT mediante la plataforma educativa MOODLE

147

148 Según Tellería 2009, los continuos avances de la tecnología dan origen a diferentes
 149 procesos de comunicación que estimulan interacciones diversas que impulsan al
 150 sistema educativo a ofrecer nuevas alternativas para la formación, redimensionan los
 151 procesos de comunicación, de enseñanza, por lo que la herramienta digital debía
 152 aportar al método el propiciar el interés de los estudiantes, permitiendo actividades y
 153 herramientas colaborativas, y el uso de recursos multimedia por lo que se decidió usar
 154 MOODLE que cumple con los requisitos mencionados. Ver figura 4.

155 El método se integró en la plataforma MOODLE en doce secciones, una introducción, y
 156 once prácticas. Figura 5.



Figura 4 Portada del método UNISOFT, en la plataforma MOODLE

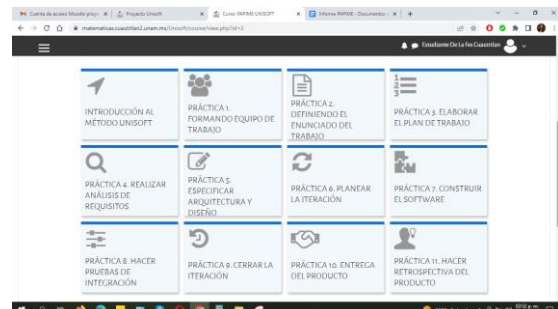


Figura 5 Secciones que integran al método UNISOFT en la plataforma MOODLE

157

158

3. Resultados y análisis

159 Para cada práctica en la plataforma se implementan los elementos estructurales que
 160 la forman, mediante enlaces, por ejemplo, para la práctica 2 se ve como en la figura 6

161

Congreso Internacional
 Sobre la Enseñanza y Aplicación de las Matemáticas

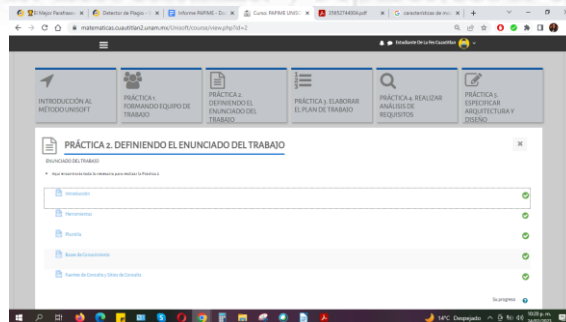


Figura 6. Práctica 2, muestra los enlaces a sus elementos que la conforman

162

163

164 Los enlaces de la práctica 2 corresponden a introducción, herramientas, plantilla, base
 165 de conocimientos y fuentes de información como lo muestra la figura 7.



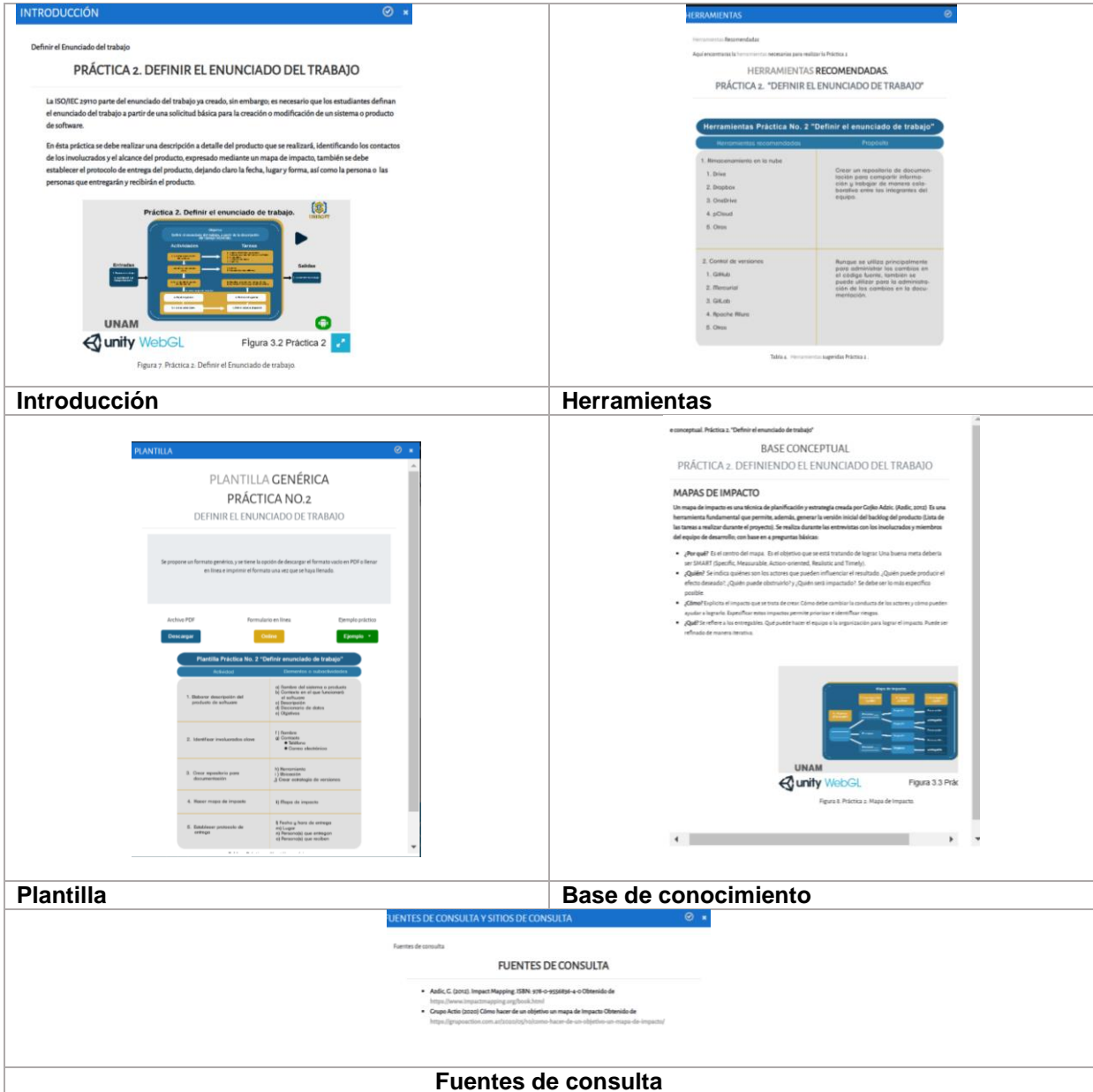


Figura 7. Elementos estructurales de la práctica 2. En la plataforma MOODLE

166
 167
 168
 169
 170
 171
 172
 173
 174

La evaluación se realizó en dos fases, en la primera se probó el método UNISOFT antes de implementarse con en la plataforma MOODLE, y en la segunda se evaluó el método ya implementado en la plataforma.

3. 1 Evaluación del método antes de la implementación en la plataforma MOODLE.

175 Se solicitó a dos grupos diferentes de la asignatura de Informática IV de la carrera de
176 Informática administrativa, que formarán equipos y a cada equipo se le asignó un
177 producto de software a desarrollar. Obteniendo los siguientes resultados:

178

179 En el primer grupo donde no se usó el método UNISOFT, encontramos que en 2 de
180 los 5 equipos la entrega se retrasó dos semanas, dado que la entrega era en la semana
181 16 y se realizó hasta la semana 18, los requerimientos sólo fueron atendidos en un
182 70%, en cuanto a la documentación, la constante fue inconsistencias con respecto al
183 producto y no se realizó al 100% (En todos los equipos faltó al menos un rubro a
184 documentar).

185

186 En el segundo grupo que utilizó el método UNISOFT, las entregas fueron en tiempo y
187 forma por parte de todos los equipos en cuanto a los requerimientos hubo un
188 cumplimiento del 90 al 100%, ya que estuvieron en constante comunicación con el
189 cliente, el mejor resultado se obtuvo en la documentación que se entregó al 100% con
190 un mínimo de inconsistencias.

191

192 3.2 Evaluación y retroalimentación del método UNISOFT implementado mediante la
193 plataforma MOODLE.

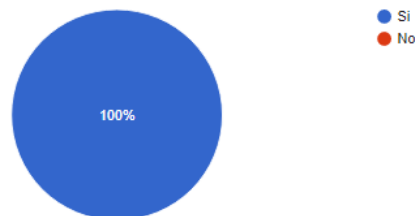
194

195 Para evaluar la aceptación del método implementado en la plataforma se llevó a cabo
196 una encuesta con alumnos de diferentes semestres de las carreras de Informática
197 administrativa e Ingeniería en Telecomunicaciones, Sistemas y Electrónica de la FES
198 Cuautitlán en la cual el 100% de los estudiantes afirma que usaría la plataforma (Ver
199 figura 8).

200

Usarías el método UNISOFT, a través de la plataforma MOODLE

14 respuestas



201

202

Figura 8. ¿Respuesta a la pregunta “¿Usarías el método UNISOFT, a través de MOODLE?”

203

204 Cabe señalar de uno de los elementos que más agradó a los estudiantes en la
205 implementación del método son las plantillas y ejemplos tal como lo muestra la figura
9.

¿Qué es lo que más te agrada de UNISOFT con MOODLE?

 Copiar

14 respuestas



Figura 9. Respuesta a la pregunta “¿Qué es lo que más te agrada de UNISOFT con MOODLE?”

4. Conclusiones

Hoy en día para crear productos de software de calidad es necesario hacer uso de estándares, procesos, métodos y herramientas que proporciona la ingeniería de software. El método UNISOFT, se integra de 11 prácticas que se basan principalmente en los procesos del estándar ISO/IEC29110, y en el marco de desarrollo ágil SCRUM, estas prácticas guían a los estudiantes a realizar productos de software de calidad, desde la formación del equipo de trabajo hasta la entrega del producto y la retroalimentación del equipo de trabajo. El método está pensado para que se adapte a las características de trabajo del ámbito universitario. Cada práctica está formada por una serie de actividades, que se especifican mediante plantillas que pueden ser adaptadas según las necesidades del equipo, al probar el método sin la plataforma, se obtuvieron mejoras en cumplimiento de requisitos, ya que se tuvo una constante comunicación con los clientes, mejoró el cumplimiento en cuanto a fechas de entrega pero la mayor mejora se pudo apreciar en la documentación que resultó ser más completa al realizarse durante el proyecto y no al final, además de ser más consistente con el producto entregado.

En el caso de la implementación en la plataforma, brinda a los estudiantes además de la plantilla estática una plantilla en línea que genera la documentación de forma automática y ejemplos de prácticas resueltas para disipar dudas, cada práctica tiene un vídeo multimedia que explica las actividades a realizar. La aceptación de la implementación del método en la plataforma fue muy buena por parte de los estudiantes, sin embargo, aún sigue en fase de prueba, para identificar áreas de oportunidad.

Agradecimientos

Los autores agradecemos el apoyo al proyecto PAPIME PE306021

239 5. Índice de referencias

240

241 • Collabnet VersionOne. (2018). *12th annual State of Agile report*. Obtenido de
242 [https://explore.versionone.com/state-of-agile/12th-annual-state-of-agile-report-](https://explore.versionone.com/state-of-agile/12th-annual-state-of-agile-report-overview)
243 [overview](https://explore.versionone.com/state-of-agile/12th-annual-state-of-agile-report-overview)

244

245 • Comité Técnico de Normalización y de Ingeniería de Software y Sistemas de
246 Información. (2012). *Norma Técnica Peruana NTP- ISO/IEC 29110 – 2012. Perú.*

247 • Jacobson, P. N. (2013). La Esencia de la Ingeniería de Software: *Revista*
248 *Latinoamericana de Ingeniería de Software*, 71-78.

249

250 • Management, Group Object. (2014). *KUALI-BEH: Software Project Common*
251 *Concepts. Normative Annex n ESSENCE–Kernel and Language for Software*
252 *Engineering Methods*. Obtenido de
253 [http://kualikaans.fciencias.unam.mx/images/kuali/documentos/KUALI-](http://kualikaans.fciencias.unam.mx/images/kuali/documentos/KUALI-BEH%20v1.1.pdf)
254 [BEH%20v1.1.pdf](http://kualikaans.fciencias.unam.mx/images/kuali/documentos/KUALI-BEH%20v1.1.pdf)

255

256 • PMI. (2017). *Guía de los Fundamentos Para la Dirección de Proyectos (Guía del*
257 *PMBOK®)*.

258 • Pressman, R. S. (2010). *Ingeniería del Software. Un enfoque práctico*. Mc-
259 Graw-Hill.

260 • Ruvalcaba M. (2005). Procesos de software, *SG Software Gurú conocimiento*
261 *en práctica año 1, No. 1* 20-25.

262

263 • SCRUMstudy. (2016). *Una guía para el cuerpo de conocimientos de Scrum*
264 *(Guía SBOK™)*

265

266 • Tellería M (2009). Las nuevas tecnologías: posibilidades para el aprendizaje y
267 la investigación. *Teoría y Didáctica de las Ciencias Sociales*

268

269 • Vázquez, M. (2019). Desarrollo e implementación del Método SOFUNI Tesis de
270 maestría. Universidad Nacional Autónoma de México.

ANÁLISIS DEL CONOCIMIENTO DEL PROFESOR EN FUNCIÓN CUADRÁTICA USANDO MKT Y CUARTETO DE CONOCIMIENTO

Miguel Angel Huerta Vazquez ^{*},¹

Laura Angélica Albarrán Iturbe, Martínez Pérez Sandra Areli
CCH-UNAM, Azcapotzalco. Av. Aquiles Serdán 2060
Ex-hacienda del Rosario, Azcapotzalco CDMX

IP-POSM078

Resumen

En este artículo se lleva a cabo un análisis del conocimiento de un profesor del CCH-Azcapotzalco con relación a la enseñanza de la función cuadrática. Se utilizan dos marcos teóricos para el análisis: el MKT de Ball et al. (2008) y el Cuarteto de Conocimiento de Rowland et al. (2005). Además, se hacen uso de investigaciones derivadas para complementarlo. En éste se busca encontrar evidencias del conocimiento del profesor, a partir de la planeación y ejecución de una clase en la que se usa un problema propuesto por otra profesora y en la que se busca que los alumnos transiten en los tres registros de la función cuadrática: tabular, gráfico y algebraico, con un registro previo de traducción verbal a geométrico. El objetivo es comparar y analizar los diferentes elementos de los marcos teóricos para comprender mejor el conocimiento del profesor y cómo aplica estos conocimientos en su enseñanza.

Palabras clave: Conocimiento del Profesor, Función Cuadrática

1. Introducción

La enseñanza de las matemáticas es un aspecto fundamental de la educación, ya que esta disciplina no solo es esencial para el desarrollo de habilidades lógicas y analíticas, sino que también se aplica en una amplia variedad de campos profesionales. En este sentido, el papel del profesor de matemáticas es crucial, ya que es el responsable de transmitir los conocimientos y habilidades necesarias para que los estudiantes puedan comprender y usar las matemáticas de manera efectiva. Por lo tanto, es importante que los docentes cuenten con una sólida formación en matemáticas y una comprensión profunda de los principios y conceptos fundamentales de esta disciplina, lo que les permitirá diseñar estrategias de enseñanza efectivas y adaptadas a las necesidades de cada estudiante.

En este artículo se describe lo encontrado en un análisis de la actuación de Mario un profesor del CCH Azcapotzalco acerca de la función cuadrática, a partir de un problema del área mínima un cuadrilátero, esta clase es la segunda etapa de una investigación mayor acerca de profesores que forman parte de una Comunidad

¹ ^{*} Autor para la correspondencia. E-mail: miguelangel.huertav@cch.unam.mx

41 Profesional de Aprendizaje que enseñan la función cuadrática. (Huerta-Vázquez,
42 Figueras, & Martínez Pérez Sandra Areli, 2022).
43 Este análisis es mucho más profundo que trabajos previos y el objetivo es caracterizar
44 el conocimiento de Mario, según los marcos teóricos para el conocimiento del profesor
45 de matemáticas, el del Conocimiento del Profesor de Matemáticas de Ball, Thames y
46 Phelps (2008), y el del Cuarteto del Conocimiento de Rowland, Huckstep, Thawaites
47 (2005), contrastar lo encontrado y ver cuáles son sus ventajas de cada Marco y como
48 se podrían complementar.

49

50 **2. Marco teórico**

51 Los marcos teóricos que se usan en este análisis parten de los trabajos previos de
52 Shulman(1986, 1987) en los que él sostiene que la enseñanza en general requiere
53 Conocimiento de la Materia (SMK) y el Conocimiento Pedagógico del Contenido
54 (PCK), para Shulman el conocimiento del Contenido de la Materia (SMK) se refiere a
55 la comprensión que tiene el profesor de la materia que enseña, mientras que del
56 Conocimiento Pedagógico de la Materia (PCK) implica las interpretaciones y
57 transformaciones que hacen los profesores del conocimiento de la materia en el
58 contexto de facilitar el aprendizaje de los alumnos.

59 El trabajo de Shulman se refiere al conocimiento de la enseñanza en general mientras
60 que Ball y Rowland usan sus ideas para centrarlas en el conocimiento de enseñanza
61 de las matemáticas.

62

63 **2.1 Conocimiento Matemático del Profesor para su Enseñanza (MKT)**

64

65 El marco teórico del Conocimiento Matemático del Profesor para su Enseñanza (MKT)
66 fue desarrollado por Ball et al. (2008) se enfoca en determinar cuál es el conocimiento
67 matemático necesario para enseñar de manera efectiva.

68 El objetivo es que los profesores tengan un conocimiento profundo y flexible de las
69 matemáticas que les permita adaptarse a las necesidades de sus estudiantes y diseñar
70 estrategias pedagógicas efectivas.

71 Este conocimiento se divide en dos dominios: el Conocimiento de la Materia (SMK) y
72 el Conocimiento pedagógico del contenido (PCK).

73 El SMK se subdivide en tres subdominios:

74

- 75 • El Conocimiento Común del Contenido (SMK-CCK) abarca conocimientos y
76 habilidades necesarias para la planificación y ejecución de la instrucción en
77 matemáticas.
- 78 • El Conocimiento Especializado del Contenido (SMK-SCK) se refiere a
79 conocimientos y habilidades propias de la profesión de profesor.
- 80 • El Conocimiento del Horizonte Matemático (SMK-HCK) se refiere a la
81 conciencia de cómo están relacionados los temas matemáticos.

82 El PCK también se subdivide en tres subdominios:

83

- 84 • El Conocimiento del Contenido y de los Alumnos (PCK-KCS) incluye la habilidad
85 de los profesores para comprender lo que los alumnos piensan y sienten.

- 84 • El Conocimiento del Contenido y de la Enseñanza (PCK-KCT) comprende
 85 conocimientos y habilidades para planificar y ejecutar una instrucción
 86 matemática.
 87 • El Conocimiento Curricular (PCK-KCC) abarca conocimiento y comprensión
 88 sobre el currículo escolar y cómo enseñarlo de forma efectiva.
 89

90 2.2 El Cuarteto de Conocimientos (KQ)

91
 92 El Cuarteto de Conocimientos es un marco teórico desarrollado por Rowland y
 93 colaboradores para analizar y desarrollar la enseñanza de las matemáticas(2005). El
 94 marco se ha utilizado para determinar la relación entre los conocimientos de contenido
 95 matemático de los profesores y sus prácticas docentes, así como para observar y
 96 evaluar las clases de matemáticas en la práctica.

97 Consta de cuatro dimensiones:

- 98 • Fundamentación, consiste en conocimientos, creencias y comprensión
 99 adquiridos por los alumnos para su papel en el aula. Componentes clave
 100 incluyen conocimiento de matemáticas y de investigación sistemática sobre la
 101 enseñanza y el aprendizaje. Creencias se refieren a posturas filosóficas y
 102 valores.
 103 • Transformación, se refiere al conocimiento en acción, como se muestra en la
 104 planificación de la enseñanza y en enseñar. Incluye habilidad de transformar
 105 conocimiento de contenido de manera pedagógicamente poderosa.
 106 • Conexión, se refiere a coherencia de planificación o enseñanza entre lecciones.
 107 Incluye secuenciación de temas, tareas y ejercicios para reflejar deliberaciones
 108 y elecciones.
 109 • Contingencia, se refiere a acontecimientos del aula imposibles de planificar.
 110

111 3. Metodología

112 En este artículo se reporta la clase de Mario, quién enseña la función cuadrática con
 113 el siguiente problema que se muestra en la Figura 1.

Dado el rectángulo $ABCD$ con base de 6 cm y altura de 4 cm Sea P un punto en el lado \overline{AB} ,
 M un punto en el lado \overline{BC} , N un punto en \overline{CD} y S un punto en \overline{DA} , tal que las distancias de
 \overline{BM} , \overline{CN} , \overline{DS} y \overline{AP} son iguales. Obtener el área mínima del cuadrilátero que se forma con los
 puntos P, M, N y S .

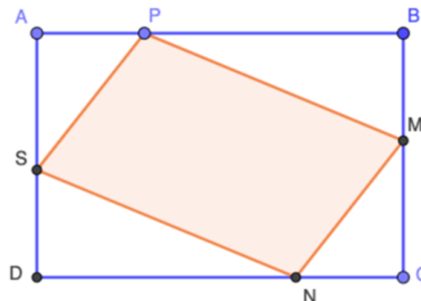


Figura 1: El problema del área mínima del cuadrilátero

118 Y para la enseñanza de dicho problema el desea que los estudiantes transiten por los
 119 siguientes registros (Figura 2):

Registro	Acciones para tener el registro
Verbal	Traducir del texto al dibujo geométrico, el problema demanda hacer la conversión del texto al cuadrilátero $PMNS$ y el rectángulo $ABCD$ (Figura 1)
Geométrico	
Tabular	Encontrar el área del cuadrilátero cuyos vértices son los puntos $PMNS$ en función de diferentes valores de \overline{AP} , para hacer lo siguiente es necesario calcular el área para cada valor propuesto de \overline{AP}
Gráfico	Representar la parábola asociada a los valores de la representación tabular, haciendo la conversión de la tabla a la gráfica
Algebraico	Encontrar la expresión algebraica que relaciona el área del cuadrilátero $PMNS$ $A(x)$ en función de valores de $x = AP$ $A(x) = 2x^2 - 10x + 24$ Forma general de la función cuadrática $A(x) = 2(x - 2.5)^2 + 11.5$ Ecuación estándar de la parábola vertical

120

121 **Figura 1: Registros del problema del área mínima del cuadrilátero**

122

123

123 Cada uno de los pasos en los registros se denominan actividades siendo 4, verbal-
 124 geométrico, tabular, gráfico y algebraico.

125

125 La clase es videograbada, para después ser transcrita y con esos datos se hace el
 126 análisis en los dos marcos teóricos descritos anteriormente.

127

128 4. Resultados y discusión

129

130 4.1 Breve relato de lo ocurrido en la clase

131

132 Como planeación Mario solo toma en cuenta dos cosas, que el lleva resuelto el
 133 problema y que su objetivo es hacer que los estudiantes hagan el tránsito en los
 134 diferentes registros de representación (Duval, 2004).

135

135 La forma de enseñanza de Mario en la clase implicaba la transición entre registros de
 136 la función cuadrática para el problema del cuadrilátero.

137

137 Su primera actividad fue la traducción de verbal a geométrico y los estudiantes tienen
 138 problemas para hacer un rectángulo que les permitiera resolver el problema ya que
 139 colocan los puntos \overline{AP} , \overline{BM} , \overline{CN} y \overline{DS} como puntos medios del rectángulo lo que llevó
 140 a una situación de contingencia que obligó a terminar abruptamente para pasar a la
 141 actividad de tabulación.

142

142 Después de la traducción, Mario continuó con las siguientes actividades de tabulación,
 143 graficación y representación algebraica.

144

144 Una pregunta de un estudiante hizo que Mario introdujera la diferencia entre una
 145 función y una ecuación, algo que no estaba planeado

146

146 Con la ayuda de Mario, los estudiantes pudieron hacer una representación geométrica
 147 del texto del problema, calcular el área del cuadrilátero a partir de la variación de la
 148 longitud del segmento \overline{AP} y hacer una tabla.

149

149 Los estudiantes hicieron la gráfica con los datos y la representación algebraica del área
 150 del cuadrilátero en función de la longitud del segmento \overline{AP} , lo que dio como resultado
 151 la función cuadrática planeada por Mario.

152 Pero Mario solo tuvo en cuenta dos aspectos en su planificación: las actividades de
153 tabulación, graficación y representación algebraica, y encontrar el área mínima del
154 cuadrilátero.
155 Mario no consideró la actividad de traducción verbal a geométrica, lo que llevó a que
156 los estudiantes llevarán más de 10 minutos hacer esta representación y, finalmente,
157 fallaron, lo que demuestra que no estaban comprendiendo el problema.

158

159 4.2 Acerca de las evidencias de encontradas

160

161 En las cuatro actividades en las que se divide la clase podemos encontrar elementos
162 de cada uno de los subdominios tanto del MKT como las dimensiones del KQ pero
163 resaltamos los siguientes:

164 • **Actividad de traducción de lo verbal a lo geométrico**, se presentan
165 evidencias del *Conocimiento del Contenido y de la Enseñanza (PCK-KCT)* del
166 MKT ya que Mario tiene como idea que los estudiantes logren hacer una
167 representación como la de la figura 1, aunque no lo logra por lo que podemos
168 decir que tenemos una evidencia *Contingencia* visto desde el marco del KQ,
169 porque no tenía planeado que se tardaran tanto en esa actividad, así que decide
170 continuar a la siguiente.

171 • **Actividad de tabulación**, en esta actividad Mario presenta evidencias del
172 *Conocimiento del Contenido y los Estudiantes (PCK-KCS)* del MKT ya que los
173 va guiando con preguntas para que los estudiantes vayan encontrando el área
174 del cuadrilátero mientras varían la longitud del segmento AP. También presenta
175 elementos de la dimensión de *Fundamentación del KQ* ya que conoce una
176 manera de encontrar el área de manera indirecta, a través de las áreas de los
177 triángulos externos de al cuadrilátero.

178 • **Actividad de graficación**, aquí Mario muestra elementos del *Conocimiento*
179 *Común del Contenido (SMK-CCK)* del MKT ya que muestra que conoce de
180 manera detallada como hacer una gráfica que le permita observar toda la
181 parábola, también muestra elementos de la dimensión de *Transformación* ya
182 que Mario conduce a los estudiantes a hacer la gráfica conduciéndoles con
183 preguntas, además se observan evidencias de la dimensión de *Conexión* ya
184 que durante la explicación a los estudiantes retoma los conceptos de variable
185 independiente, dependiente para acomodar las tablas y los ejes.

186 • **Actividad de algebrización**: en esta actividad Mario presenta elementos del
187 *Conocimiento Común del Contenido (SMK-CCK)* del MKT ya que muestra
188 habilidades para plantear la función cuadrática, además señala a los
189 estudiantes los elementos de la función cuadrática como el mínimo como el
190 vértice de la parábola y la diferencia de la función y la ecuación cuadrática, de
191 las dimensiones del KQ destaca la *Contingencia* ya que cambia la planeación
192 de clase para incluir la diferencia de la función y ecuación cuadrática.

193

194 En la clase de Mario al enseñar la función cuadrática con el problema de la figura 1
195 aparecen evidencias de todos los subdominios y dimensiones de los dos marcos

196 teóricos pero por razones de espacio se muestran estos ejemplos, en general
197 podemos afirmar que Mario tiene el conocimiento de los procedimientos de la función
198 cuadrática (Conocimiento Común del Contenido (SMK-CCK) del MKT y
199 Fundamentación del KQ), además conoce las relaciones que hay con otras
200 asignaturas o conceptos (Conexión del KQ), además tiene habilidades para hacer
201 preguntas que ayuden a conducir la clase según sus planificación (Transformación del
202 KQ y Conocimiento del Contenido y de la Enseñanza (PCK-KCT) y Contenido del
203 Contenido y de los Alumnos (PCK-KCS) del MKT), además tiene la habilidad de
204 cambiar la planeación de clase (Contingencia del KQ). Las anteriores relaciones están
205 fundamentadas en el trabajo de Turner (2012, p. 257) en las que relaciona ambos
206 marcos teóricos.

207

208 Acerca de la clase Mario podemos decir que quizá la falta de planeación afecto
209 principalmente que pudiera anticipar la falta de comprensión de los estudiantes en la
210 actividad de traducción de lo verbal a lo geométrico, dándoles más tiempo o
211 enfatizando que observaran de mejor manera la colocación de los puntos \overline{AP} , \overline{BM} , \overline{CN}
212 y \overline{DS} , que fue una de las principales contingencias que Mario encuentra en el desarrollo
213 de su clase

214

215 5. Conclusión

216 El estudio del conocimiento del profesor de matemáticas es un área de investigación
217 de la Matemática Educativa que está siendo usado con varios fines, el primero es
218 mejorar la efectividad de la enseñanza del profesor de matemáticas, el segundo es
219 influir en su desarrollo profesional.

220 En particular este tipo de análisis ayuda a trascender la creencia común de muchos
221 profesores y autoridades educativas que un profesor de matemáticas con tan solo
222 saber acerca de matemáticas es suficiente para que sea buen profesor, y es claro que
223 este tipo de investigaciones muestra que no siempre es así, en el caso de Mario es
224 claro que sabe acerca de los procedimientos acerca de la función cuadrática, pero que
225 desconoce hasta el momento de enseñar la función cuadrática con el problema del
226 área mínima los posibles dificultades que presenta su enseñanza.

227 Es claro que la planeación es necesaria para poder cubrir los posibles apuros que
228 pudiera tener en su enseñanza.

229 Por otro lado el uso de los dos marcos teóricos del conocimiento del profesor de
230 matemáticas dan dos lentes para tener un análisis más profundo, las ventajas iniciales
231 que observamos es que el marco del Cuarteto de Conocimientos (KQ) de Rowland
232 presenta menos ambigüedades, solo son 4 dimensiones y están bien diferenciadas, a
233 diferencia del MKT de Ball que son 6 subdominios y algunos son un poco confusos,
234 pero el KQ está construido para lo visto en clase, en el caso del MKT podemos obtener
235 información de los dichos de los profesores, quizá lo haga mucho más adecuado en
236 entrevistas o en reuniones de profesores, que es lo que se ha hecho en el trabajo que
237 engloba este análisis.

238 Para cerrar podemos decir este tipo de investigaciones dan luz acerca del
239 conocimiento que se observa de un profesor, y que dicha información sería útil para

240 ver áreas de oportunidad en la enseñanza, así como formas de generar herramientas
241 para que las autoridades puedan hacer cursos, diplomados o comunidades de
242 reflexión que permitan acrecentar el conocimiento de los profesores de matemáticas y
243 así puedan los profesores tener una enseñanza más efectiva.

244

245

246 **5. Índice de referencias**

247 Ball, D., Thames, M. H., & Phelps, G. (2008). Content Knowledge for Teaching: What
248 Makes It Special? *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389–407.

249 <https://doi.org/10.1177/0022487108324554>

250 Duval, R. (2004). *Semiosis y pensamiento humano: registros semióticos y*
251 *aprendizajes intelectuales*. Universidad del Valle.

252 Huerta-Vázquez, M. Á., Figueras, O., & Martínez Pérez Sandra Areli. (2022). Impacto
253 de la Reflexión en los Conocimientos de Profesores Miembros de una
254 Comunidad de Aprendizaje. En A. E. Lischka, Dyer Elizabeth B., Jones Ryan
255 Seth, J. N. Lovett, J. Strayer, & S. Drown (Eds.), *Proceedings of the 44th Annual*
256 *Meeting of The North American Chapter of The International Group for The*
257 *Psychology Of Mathematics Education* (pp. 643–652). Nashville,: Middle
258 Tennessee State University.

259 Rowland, T., Huckstep, P., & Thwaites, A. (2005). Elementary Teachers' Mathematics
260 Subject Knowledge: The Knowledge Quartet and the Case of Naomi. *Journal of*
261 *Mathematics Teacher Education*, 8(3), 255–281. [https://doi.org/10.1007/s10857-](https://doi.org/10.1007/s10857-005-0853-5)
262 [005-0853-5](https://doi.org/10.1007/s10857-005-0853-5)

263 Shulman, L. (1986). Those Who Understand: Knowledge Growth in Teaching.
264 *Educational Researcher*, 15(2), 4–14.
265 <https://doi.org/10.3102/0013189X015002004>

266 Shulman, L. (1987). Knowledge and Teaching: Foundations of the New Reform.
267 *Harvard Educational Review*, 57(1), 1–23.
268 <https://doi.org/10.17763/haer.57.1.j463w79r56455411>

269 Turner, F. (2012). Using the Knowledge Quartet to develop mathematics content
270 knowledge: the role of reflection on professional development. *Research in*
271 *Mathematics Education*, 14(3), 253–271.
272 <https://doi.org/10.1080/14794802.2012.734972>

PLATAFORMA INFORMÁTICA GAMIFICADA COMO APOYO AL APRENDIZAJE DE ESTUDIANTES EN EL NIVEL UNIVERSITARIO

Iván Miguel García López^{1*}, Elizabeth Acosta Gonzaga² y Elena Fabiola Ruiz Ledesma³

¹⁻³*Instituto Politécnico Nacional. Unidad Profesional Interdisciplinaria de Ingeniería y Ciencias Sociales y Administrativas. Av. Té 950, Granjas México, Iztacalco, 08400 Ciudad de México, CDMX.*

EN-POSM079

Resumen

En la actualidad ha sido necesario que el docente actualice su forma de trabajo utilizando nuevas tecnologías porque a raíz de la pandemia sanitaria del 2020, se incorporaron nuevas herramientas tecnológicas al proceso de enseñanza diaria del docente que benefician el aprendizaje del discente, herramientas como Classcraft, la cual fue utilizada en este trabajo en un grupo de nivel universitario para medir e comprobar el nivel de conocimientos de una unidad temática de la asignatura de cálculo aplicado mediante la calificación obtenida con la intención de contrastar la mejoría que experimentó el grupo antes y después de trabajar con la plataforma. Se desarrolló toda la unidad mencionada utilizando la plataforma gamificada para entrega de actividades, resolución de ejercicios y aplicación de pruebas respecto la asignatura. Los resultados exponen que sí existe mejoría entre el inicio y termino de la unidad, que pudo deberse a la estrategia de gamificación utilizada aunado a otros factores de estudio propios de los discentes.

Palabras clave: gamificación, classcraft, aprendizaje, enseñanza

1. Introducción

La pandemia sanitaria del año 2020 provocó que se produjeran grandes cambios en materia de innovación educativa, ya que los docentes tuvieron que migrar al modelo en línea de la noche a la mañana, ello hizo que adquiera nuevas habilidades, por ejemplo trabajar con plataformas informáticas que apoyen al proceso de enseñanza y por ende el estudiante pueda contar con alternativas que le permitan mejorar su aprendizaje (Pérez, 2020). Actualmente en un regreso presencial, las aplicaciones se han convertido en grandes aliados para los docentes pues “llegaron para quedarse”. Classcraft por lo tanto, es una de tantas aplicaciones informáticas que representan una alternativa de apoyo a la estrategia tradicional de enseñanza, la peculiaridad que tiene es que esta basa en gamificación, por lo que permite la resolución de actividades en ambientes que originalmente no son lúdicos, lo cual resulta interesante para los alumnos (Zichermann & Cunningham, 2011). Por lo anterior, el objetivo de este trabajo es contribuir a la literatura en la materia demostrando que mediante el uso de tecnologías de la información y comunicación (TIC), en conjunto con la técnica de

¹ * Autor para la correspondencia. E-mail: ivanmiguelgarcialopez@gmail.com Tel. 55-77-88-17-76

42 gamificación puede tenerse un efecto positivo el proceso de aprendizaje estudiantil
43 que se ve reflejado en el rendimiento académico de estudiantes de nivel universitario.
44 Por tanto, la intención es verificar en un grupo de nivel universitario el impacto que
45 puede tener una aplicación gamificada en este nivel académico.

46

47 **Marco teórico**

48

49 La gamificación en entornos académicos tiene como finalidad objetivos de aprendizaje
50 y de enseñanza, pues persigue que el alumno tenga una alternativa de aprendizaje
51 que le permita mejorar su experiencia mediante el uso de elementos originalmente no
52 lúdicos, es por ello que la gamificación, permite que el estudiante o discente se
53 visualice como un jugador que tiene como finalidad cumplir con los objetivos que le
54 presenta el docente (Khanna, 2015), esto puede lograrse de forma tradicional, es decir
55 por ejemplo realizando equipos de trabajo en el aula, o mediante el uso de tecnologías
56 de información (TIC), como en este caso a través de una aplicación informática. Ames
57 (1990) y Pintrich (2003), exponen que el estudiante avanza en un proceso de
58 aprendizaje una vez que ha terminado las actividades tras culminar exitosamente una
59 unidad, módulo o actividad, mientras que el aprendizaje es evaluado mediante una
60 serie de juegos como experiencias.

61

62 Sobre esa línea, Rengifo-Millán (2017), expone que la gamificación es una técnica que
63 permite solventar las necesidades de motivación hacia una actividad, es decir, con
64 fundamento en la teoría de la autodeterminación de Deci & Ryan (2008), cada discente
65 debe cubrir los siguientes tres aspectos psicológicos: autonomía, relaciones sociales
66 y competencia para mantener su atención hacia una tarea y con ello que se encuentre
67 en un nivel contante de motivación.

68

69 De lo anterior, que plataformas como Classcraft incorporen la gamificación para ser
70 usadas en el aula directamente, esta plataforma nace en el año de 2013 en Canadá,
71 es desarrollada por un docente de física que buscaba mejorar la experiencia de
72 aprendizaje de sus estudiantes de forma divertida. Actualmente ha sido traducida a
73 más de 90 idiomas y se encuentra en versión móvil y web, adicionalmente, cuenta con
74 una versión gratuita o freemium que limita las funcionalidades que pueden gestionarse
75 en la plataforma, también cuenta con una versión de pago que desbloquea todas a las
76 funcionalidades que ofrece (Classcraft, 2022).

77

78 Por lo tanto, esta plataforma es una aplicación educativa que, gamifica el proceso de
79 enseñanza-aprendizaje en el aula, esto representa la oportunidad de que los discentes
80 estén inmersos en una alternativa de aprendizaje llamativa que les atraiga e incorpore
81 elementos nuevos para ellos propios de los juegos, por ello, Classcraft persigue los
82 siguientes objetivos (Flexas, 2017):

83

- 84 • Aumento del nivel de motivación del alumno presentándole riesgos y
85 recompensas.

- 86 • Fomento de valores en los discentes, agrupándolos para trabajar en equipo,
87 para que el éxito de una actividad sea colaborativa.
88 • Crea un entorno de aprendizaje divertido que permite beneficiar el
89 comportamiento en el aula
90
- 91 Classcraft por ello, es una herramienta de apoyo para la clase y estrategia de
92 enseñanza del docente, lo cual, le presenta a los discentes, actividades en entornos
93 atractivos que apoyan al aumento de su involucramiento y motivación.
94
- 95 De lo anterior que las generaciones de nativos digitales están en constante contacto
96 con la tecnología y plataformas como Classcraft representan una alternativa completa
97 basada en gamificación para utilizar en el aula, ya que sus bondades son que solo se
98 requiere de un dispositivo y conexión a internet para trabajar con la plataforma (Flexas,
99 2017), lo cual permita impactar de forma significativa en el aprendizaje de los alumnos
100 (Ryan & Deci, 2000) (Rogers, 2017).
101
- 102 Classcraft permite implementar elementos en el desarrollo de la clase, es decir, el
103 docente tiene la libertad de gestionar y desarrollar sus propias actividades para
104 personalizarlas acorde a la materia y necesidades del grupo, asimismo los alumnos
105 que interactúan con la plataforma lo hacen con un personaje o avatar. De lo anterior
106 que el alumno debe entregar sus actividades en forma para poder adquirir puntaje
107 dentro de la plataforma, más allá solo de la ponderación nominal de la asignatura o
108 unidad temática, estos puntos dentro de Classcraft le permiten acceder a habilidades
109 especiales utilizables en la plataforma, lo cual permite aumentar su nivel de interés en
110 entregar las actividades Metropolitan & Prado de la Guardia (2021).
111
- 112 Por último, algunas ventajas que brinda Classcraft de acuerdo con Mora Márquez &
113 Camacho Torralbo (2019), son las siguientes:
114
- 115 • Motiva al discente utilizando de actividades gamificadas.
 - 116 • Implementa sistema de riesgos y recompensas con base al progreso individual.
 - 117 • Fomenta trabajo colaborativo
 - 118 • Genera competitividad sana.
 - 119 • Usa de restricciones (restar puntaje por mal comportamiento)
 - 120 • Usa de actividades aleatorias definidos por el docente.
 - 121 • Personaliza actividades a resolver.
 - 122 • Personaliza el personaje de cada alumno con el que interactúa en la plataforma.
- 123
- 124 Por ello algunos otros autores han utilizado Classcraft en el nivel universitario para
125 medir su nivel de eficacia en apoyo al proceso de enseñanza-aprendizaje, a pesar de
126 ello, es incipiente encontrar trabajos relacionados en México que utilicen Classcraft en
127 el área de matemáticas el nivel universitario. Algunos trabajos son los siguientes:
128

129 Alonso-García et al., (2021), implementan distintas aplicaciones de gamificación, una
130 de ellas es Classcraft que, de acuerdo con sus resultados, exponen que en el nivel
131 universitario tuvo un impacto benéfico en el rendimiento académico del grupo
132 experimental.

133

134 Por otro lado, Armando & Diaz (2020), muestran que debe existir innovación constante
135 en el método de enseñanza, por lo que trabajan con Classcraft para tener un
136 aprendizaje atractivo.

137

138 Mora Márquez & Camacho Torralbo, (2019), presentan un trabajo donde utilizan la
139 aplicación Classcraft y resaltan los beneficios de utilizarla en conjunto con la didáctica
140 de determinada asignatura, ellos la utilizan para la enseñanza de un segundo idioma.

141

142 Finalmente, Metropolitano & Prado de la Guardia (2021), mencionan cómo mediante
143 el uso de la plataforma Classcraft apoyaron a una institución académica para apoyar
144 al desarrollo de las habilidades lectoras del discente, enfatizando en componentes de
145 gamificación.

146

147 **Planteamiento del problema**

148

149 La Matemática se subdivide en disciplinas variadas como el cálculo, cada una de esas
150 subdisciplinas tiene su propio nivel de complejidad y es percibida de forma distinta por
151 los alumnos respecto su utilidad, (Camarena, 2006). Por ello, poder aprender y asimilar
152 los nuevos saberes del área de matemáticas, tradicionalmente representan un reto
153 para los alumnos o discentes, (Leal Huise & Anderson, 2015), por la complejidad
154 mencionada, en adición a las estrategias de enseñanza del docente o poca innovación
155 educativa (Pérez, 2020), incluso por los hábitos de estudio del alumnado, entre otros
156 factores. Lo anterior provoca en los alumnos un nivel de motivación bajo, pues les
157 parece aburrido aprender por métodos tradicionales, pues se habla de nativos
158 digitales, es decir que se sienten más cómodos aprendiendo con el apoyo de la
159 tecnología a diferencia de hacerlo solamente “a papel”.

160

161 El cálculo resulta una asignatura básica para los alumnos pues les permite generar un
162 pensamiento matemático adecuado, además que, por su aplicabilidad a otras áreas
163 como informática o medio ambiente, hace que sea una asignatura para poner especial
164 énfasis en un entendimiento y aprendizaje (Grisales Aguirre, 2018).

165

166 **2. Metodología o desarrollo**

167

168 Se diseñó un plan de trabajo con actividades inherentes a la unidad temática I de la
169 materia de cálculo aplicado, mismas que fueron incorporadas en la plataforma
170 Classcraft para la resolución de las actividades a manera de tareas, con ello se
171 determinó la evaluación de toda la unidad temática, posteriormente para la siguiente
172 unidad temática se realizaron las actividades inherentes de forma tradicional, es decir

173 sin trabajar con la plataforma Classcraft para poder identificar el nivel de avance o
174 mejoría de los saberes adquiridos.

175

176 Se diseñó un cuestionario de evaluación para poder medir el nivel de conocimiento de
177 los alumnos evaluados con la intención de contrastar los cambios en el rendimiento
178 académico (calificación) entre el inicio y termino de la unidad temática trabajada.

179

180 El estudio es de tipo cuasiexperimental porque el grupo de nivel universitario ya estaba
181 previamente constituido por la institución (Hernández-Sampieri, 2018), es decir, se
182 trabajó con un grupo intacto porque fue el grupo al que se tuvo acceso. Su alcance es
183 de tipo descriptivo pues únicamente se exponen las variables del experimento a
184 manera de resultados sin buscar al momento una correlación entre ellas.

185

186 El estudio fue realizado durante el semestre B22 que comprende de agosto a
187 diciembre de 2022.

188

189 3. Resultados y análisis

190

191 Derivado de la ponderación y del trabajo con la plataforma Classcraft durante la
192 primera unidad temática trabajada y después de haber, posteriormente trabajado sin
193 la plataforma en el mismo grupo experimental, se presentan los valores resultantes del
194 proceso de análisis de datos utilizando la estadística descriptiva:

195

196

Tabla 1. Contraste de algunos valores de las calificaciones al inicio y termino de la unidad I.

Diagnóstico		Evaluación	
Media	5	Media	7.025
Mediana	5	Mediana	7.175
Moda	3	Moda	7.2
Calificación mayor	7	Calificación mayor	9.25
Calificación menor	2	Calificación menor	6.5

197

198 3.1 Análisis

199

200 Se constata que utilizar la plataforma de Classcraft tuvo un impacto bueno en los
201 alumnos pues en el aula se observó que permitió atraer y tener su atención, es decir,
202 se mostraron más involucrados y animados a desarrollar actividades, incluso algunos
203 estudiantes desarrollaban elementos adicionales que no les fueron solicitados, por
204 ejemplo, una alumna realizó dibujos para ejemplificar el planteamiento de la solución
205 del problema, lo cual permite ver que mientras se aprende jugando, el alumno
206 desarrolla otras habilidades que le parecen atractivas.

207

208 Respecto de los valores resultantes de la ponderación de la evaluación nominal entre
209 el inicio y termino de la unidad temática, se puede decir que existe una mejora en el
210 nivel de compromiso de los alumnos, pues les permitió contar con saberes

211 secuenciales que se ven reflejados en su rendimiento académico, por ejemplo se
212 observa que el valor mínimo aumenta considerablemente tras utilizar la aplicación,
213 asimismo, el promedio (media aritmética) aumentó casi en dos puntos del inicio de la
214 unidad al termino. No se presentan desmejoras en sus resultados, sin embargo, debe
215 resaltarse que este fue un grupo en modalidad mixta, por lo que les tocó el cambio
216 entre lo virtual y tuvieron que asistir algunas veces a la semana en modalidad
217 presencial, lo cual pudo haber impactado en su rendimiento considerando que son
218 factores que modifican el statu quo del alumno, incluso algunos de ellos nunca habían
219 asistido a la Universidad presencialmente porque la pandemia inicia cuando ellos aun
220 estudiaban la preparatoria.

221

222 **4. Conclusiones**

223

224 Como se constató, existe un avance en el nivel de conocimientos de los alumnos en
225 la materia de cálculo aplicado, asimismo, se pudo verificar que la gamificación permite
226 atraer la atención de los alumnos lo cual permite fortalecer habilidades tras utilizar
227 aplicaciones digitales como Classcraft. Se entiende que el estudio tiene limitantes
228 porque solo fue aplicado a un grupo y será conveniente replicar el experimento para
229 poder contrastar los resultados, sin embargo, estos resultados permiten compartir la
230 experiencia de lo trabajado para exponer los beneficios de implementar herramientas
231 de gamificación en el nivel universitario, lo cual representa un buen precedente pues
232 a nivel nacional es incipiente presentar trabajos relacionados y sobre todo que utilicen
233 la aplicación Classcraft.

234

235 **5. Índice de referencias**

236

237 Libros

- 238 • Hernández-Sampieri, R., & Mendoza, C. (2018). Metodología de la
239 investigación. Las rutas cuantitativa, cualitativa y mixta (2018th ed.). Editorial
240 Mc Graw Hill Education.

241

242 Revistas

- 243 • Ames, C. A. (1990). Motivation: What teachers need to know. Teachers
244 College Record, 91(3), 409–421.
- 245 • Zichermann, G., & Cunningham, C. (2011). Gamification by Design:
246 Implementing Game Mechanics in Web and Mobile Apps. O'Reilly Media.

247

248 Información en línea

- 249 • Alonso-García, S., Martínez-Domingo, J. A., Berral-Ortiz, B., & Cruz-Campos,
250 J. C. D. la. (2021). Gamificación en Educación Superior. Revisión de
251 experiencias realizadas en España en los últimos años. Hachetetepe. Revista
252 Científica de Educación y Comunicación, 23, 1–21.
253 <https://doi.org/10.25267/hachetetepe.2021.i23.2205>

- 254 • Armando, W., & Diaz, D. (2020). Classcraft: una herramienta divertida para
255 aprender. *Informática, Educación y Pedagogía*, 10, 58–63.
256 <https://doi.org/10.22267/runin>
- 257 • Camarena, P. (2006). La matemática en el contexto de las ciencias en los
258 retos educativos del siglo XXI. *Científica*, 10(4), 167-173.[fecha de Consulta 7
259 de Marzo de 2023]. ISSN: 1665-0654. Recuperado de:
260 <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=61410403>
- 261 • Classcraft. (2022). Inicio. Classcraft. Recuperado de
262 <https://www.classcraft.com/>
- 263 • Deci, E. L., & Ryan, R. M. (2008). Self-determination theory: A macrotheory of
264 human motivation, development, and health. *Canadian
265 Psychology/Psychologie Canadienne*, 49(3), 182–185.
266 <https://doi.org/10.1037/a0012801>
- 267 • Flexas, M. (2017). Classcraft: gamifica el comportamiento en el aula. Iles
268 Balears, España. Recuperado de: [http://www.miquelflexas.com/classcraft-](http://www.miquelflexas.com/classcraft-gamifica-el-comportamiento-en-el-aula/)
269 [gamifica-el-comportamiento-en-el-aula/](http://www.miquelflexas.com/classcraft-gamifica-el-comportamiento-en-el-aula/)
- 270 • Grisales Aguirre, A. M. (2018). Uso de recursos TIC en la enseñanza de las
271 matemáticas: retos y perspectivas. *Entramado*, 14(2), 198–214.
272 <https://doi.org/10.18041/1900-3803/entramado.2.4751>
- 273 • Khanna, M. M. (2015). Ungraded Pop Quizzes: Test-Enhanced Learning
274 Without All the Anxiety. *Teaching of Psychology*, 42(2), 174–178.
275 <https://doi.org/10.1177/0098628315573144>
- 276 • Leal Huise , S., & Bong Anderson , S. (2015). La resolución de problemas
277 matemáticos en el contexto de los proyectos de aprendizaje. *Revista de
278 Investigación*, 39(84), 71-93.[fecha de Consulta 7 de Marzo de 2023]. ISSN:
279 0798-0329. Recuperado de:
280 <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=376140399004>
- 281 • Metropolitano T. y Prado, E. (2021). Propuesta pedagógica mediada por el uso
282 de la plataforma Classcraft: Una posible contribución al proceso de la
283 alfabetización científica y la comprensión lectora en los jóvenes. Recuperado
284 de: <http://hdl.handle.net/20.500.12622/5195>.
- 285 • Mora Márquez, M., & Camacho Torralbo, J. (2019). Classcraft: English and
286 role play in the primary school classroom. *Apertura*, 11(1), 56–73.
287 <https://doi.org/10.32870/ap.v11n1.1433>
- 288 • Pérez, J. C. y Nova, C. D. (2020). Herramienta software basada en
289 gamificación para la enseñanza de la lógica de programación en educación
290 básica primaria. Recuperado de: <http://hdl.handle.net/20.500.12749/11656>.
- 291 • Pintrich, P. R. (2003). A Motivational Science Perspective on the Role of
292 Student Motivation in Learning and Teaching Contexts. *Journal of Educational
293 Psychology*, 95(4), 667–686. <https://doi.org/10.1037/0022-0663.95.4.667>
- 294 • Rengifo-Millán, M. (2017). Calidad en la educación superior desde las ciencias
295 sociales y administrativas. *Revista Latinoamericana de Ciencias Sociales,
296 Niñez y Juventud*, 15(2), 1251–1270.
297 <https://doi.org/10.11600/1692715x.1523113092016>

- 298
299
300
301
302
303
- Rogers, R. (2017). The motivational pull of video game feedback, rules, and social interaction: Another self-determination theory approach. *Computers in Human Behavior*, 73, 446–450. <https://doi.org/10.1016/j.chb.2017.03.048>
 - Ryan, R. M., & Deci, E. L. (2000). Self-determination theory and the facilitation of intrinsic motivation, social development, and well-being. *American Psychologist*, 55(1), 68–78. <https://doi.org/10.1037/0003-066X.55.1.68>

MEMORIAS DEL
Congreso Internacional
Sobre la Enseñanza y Aplicación de las Matemáticas

LA PARADOJA YULE-SIMPSON, BUENO PARA ELLAS Y ELLOS, PERO MALO PARA TODOS

Pedro Ivan Ramirez Montes^{1,*}, Omar García León², Miguel de Nazareth Pineda
Becerril³, Armando Aguilar Márquez⁴

¹ *Facultad de Estudios Superiores Cuautitlán, Universidad Nacional Autónoma de México. Carr. Cuautitlán-Teoloyucan Km. 2.5, San Sebastian Xhala, 54714 Cuautitlán Izcalli, Edo. de Méx.*

ID-POSM080

Resumen

En este trabajo se presentan brevemente los aspectos probabilísticos de la llamada paradoja de Yule Simpson, empleando dos ejemplos se describe un método gráfico que permite determinar si existe interacción de segundo orden entre factores, la propuesta de actividades se plantea como un primer acercamiento a el análisis y uso de datos agregados y desagregados para estudiantes de probabilidad y estadística.

Palabras clave: estadística, paradoja, probabilidad, Yule, Simpson.

1. Introducción

La estadística es definida por la Asociación Americana de Estadística (ASA) como la ciencia de la adquisición de conocimiento a través de datos, la medida, control y comunicación de la incertidumbre. (Wild *et al.*, 2018).

En la sociedad de la información se encuentran disponibles una cantidad enorme de datos que se generan y registran día con día, por lo que algunos autores señalan la necesidad de una alfabetización estadística que permita a la persona entender y utilizar dichos cúmulos de información estadística (Ruiz-Barrantes, 2023).

Por otro lado, la industria nacional e internacional han puesto una enorme atención en la implementación de métodos estadísticos con el objetivo de lograr la manufactura de productos de alta calidad. Su estudio en las universidades deriva de su utilidad para ayudarnos a realizar juicios científicos frente a la incertidumbre y a la variación (Walpole *et al.*, 2012).

En el contexto particular de la Facultad de Estudios Cuautitlán, el aprendizaje de los contenidos de probabilidad y estadística incluidos en los diversos planes de estudio, además de contribuir en la formación de ciudadanos críticos, aportan técnicas y procedimientos útiles en la posterior práctica profesional de los estudiantes como control de calidad, estimación, prueba de hipótesis, etc.

¹ * Autor para la correspondencia. E-mail: pedroivan_86@hotmail.com Tel. 5556231886.

41 Considerando lo anterior es difícil negar la importancia de los contenidos de
42 probabilidad y estadística en distintos contextos por lo que en este trabajo se hace una
43 propuesta de actividad en el aula para presentar a los estudiantes la llamada paradoja
44 de Yule-Simpson que puede ocurrir cuando se hacen observaciones sobre datos
45 agregados y dichas observaciones se revierten cuando los datos se analizan de
46 manera desagregada.

47

48 2. Desarrollo

49

50 Durante la emergencia sanitaria causada por la COVID-19 un periódico local holandés
51 hacia la siguiente observación, la tasa de mortalidad para las mujeres era más alta que
52 para los hombres, sin embargo, para cada uno de los grupos de edad (0-24, 25-44,
53 45-64, etc.) la tasa de mortalidad por la COVID-19 era más alta para hombres que para
54 mujeres, esta observación aparentemente contradictoria se conoce como la Paradoja
55 de Yule-Simpson y existen ejemplos similares para estudios quirúrgicos, pruebas
56 clínicas, estudios ecológicos, análisis de citas científicas entre otros (Wang y
57 Rousseau, 2021).

58 De acuerdo con la definición de Blyth (1972), La llamada paradoja de Yule-Simpson
59 consiste en la situación que puede llegar a ocurrir cuando dos poblaciones se
60 comparan con respecto de algún atributo, si de forma simultánea las poblaciones se
61 separan de acuerdo con alguna categoría descriptiva, la población con una mayor
62 incidencia general del atributo podría llegar a exhibir una menor incidencia de dicho
63 atributo en cada una de las categorías. En términos probabilísticos puede mostrarse
64 que la paradoja ocurre cuando:

65

$$P(A | B) < P(A | B') \quad (1)$$

66 y al mismo tiempo se tiene que:

67

$$P(A | BC) \geq P(A | B'C) \quad (2)$$

$$P(A | BC') \geq P(A | B'C') \quad (3)$$

68 y se origina en la interacción entre B y C (Blyth, 1972).

69 De manera análoga a los ejemplos previamente reportados en la literatura por Baker
70 y Kramer (2001) y Bickel, *et al.* (1975) se elaboraron juegos de datos *ad hoc* que
71 muestran la paradoja de Yule-Simpson, para ayudar a la comprensión de cómo se
72 origina se presenta el método gráfico propuesto por Baker y Kramer (2001) que permite
73 entender los resultados de una manera más natural y resolver la aparente paradoja.

74 2.1 Ejemplo donde no se presupone una interacción entre factores

75 Un estudio pretende comparar entre dos tratamientos médicos distintos (A y B) para
76 ello se seleccionan 400 pacientes asignándose 200 pacientes a el tratamiento A y el
77 resto a el tratamiento B, los resultados agregados al final del estudio se muestran en
78 la Tab. (1). De acuerdo con lo mostrado en la Tab. (1) podría preferirse el tratamiento

79 B ya que este tiene un porcentaje mayor de supervivencia para los pacientes. Sin
 80 embargo, como se muestra en la Tab. (2) cuando se observan los datos desagregados
 81 puede concluirse que el tratamiento A tiene un porcentaje mayor de supervivencia
 82 tanto para hombres como para mujeres.

83
 84

Tabla 1. Datos agregados para el ejemplo 1.

Tratamiento	Pacientes	Sobrevivientes	No Sobrevivientes	% Supervivencia
A	200	141	59	70.5
B	200	149	51	74.5

85
 86

Tabla 2. Datos desagregados para el ejemplo 1.

	Mujeres		Hombres	
Pacientes	200		200	
Tratamiento	A	B	A	B
Sobrevivientes	57	119	84	30
No Sobrevivientes	3	21	56	30
% Supervivencia	95 %	85 %	60 %	50 %

87

2.2 Ejemplo donde se presupone una interacción entre factores

88

89 Se desea conocer si existe alguna diferencia en la admisión a estudios de posgrado
 90 entre hombres y mujeres de cierta universidad, para ello se recopilan los datos de
 91 porcentaje de ingreso a los dos programas de posgrado en algún año en particular que
 92 ofrece dicha universidad, los resultados agregados al final del estudio se muestran en
 93 la Tab. (3). De acuerdo con lo mostrado en la Tab. (3) podría decirse que el porcentaje
 94 de admisión de los hombres es mayor al de las mujeres. Sin embargo, como se
 95 muestra en la Tab. (4) cuando se observan los datos desagregados puede concluirse
 96 que no hay una diferencia en la admisión a estudios de posgrado entre hombres y
 97 mujeres.

98

99

Tabla 3. Datos agregados para el ejemplo 2.

Tratamiento	Solicitudes	Admisiones	No Admisiones	% Admisión
Mujeres	300	105	195	35
Hombres	700	285	415	41

100

101

Tabla 4. Datos desagregados para el ejemplo 2.

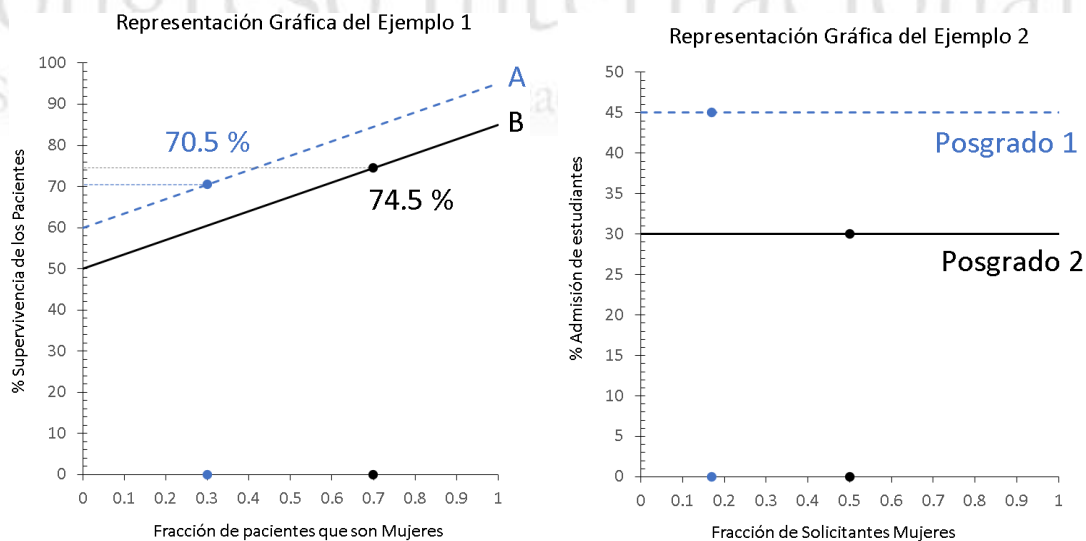
	Posgrado 1	Posgrado 2
--	------------	------------

Tratamiento	Mujeres	Hombres	Mujeres	Hombres
Admisiones	45	225	60	60
No Admisiones	55	275	140	140
% Admisión	45 %	45 %	30 %	30 %

102
 103
 104
 105
 106
 107
 108
 109
 110
 111
 112
 113

3.2 Representación gráfica de la paradoja de Yule-Simpson.

La descripción y explicación de las condiciones necesarias para que pueda observarse la paradoja de Yule-Simpson considerando las diferentes probabilidades asociadas, así como algunas de sus consecuencias en términos de pruebas de hipótesis han sido desarrollada extensamente por Simpson (1951) y Blyth, C. R. (1972). sin embargo, la explicación gráfica de esta aparente paradoja tal como proponen Baker y Kramer (2001) permite su presentación de manera atractiva permitiendo además ayudar a intuir algunas situaciones adicionales que podrían surgir de manera similar. En la Fig. (1) se muestran las gráficas correspondientes a los ejemplos 1 y 2.



114
 115
 116
 117
 118

Figura 1. Representación gráfica de los datos para el ejemplo 1 y ejemplo 2.

3. Resultados y análisis

Cómo puede apreciarse de la gráfica para el ejemplo 1 la paradoja se origina de que la fracción de mujeres no es la misma para ambos tratamientos A, se puede observar claramente también que el porcentaje de sobrevivencia para hombres y mujeres no es el mismo, los autores señalan que esta situación hace necesario ajustar por la variable de sexo o hacer análisis separados, cabe señalar que la pendiente de alguna de las líneas podría tener signo contrario lo que haría interceptar las líneas. también se

126 señala que en el caso de que los estudios sean aleatorios esto permitiría proteger los
127 resultados de este tipo de paradojas ya que para fracciones relativamente cercanas
128 alrededor de la fracción de 0.5 la distancia vertical si puede interpretarse como una
129 ventaja de un tratamiento con respecto de otro.

130 En cuanto a el ejemplo 2 la gráfica, muestra claramente que tanto hombres como
131 mujeres son admitidos en el mismo porcentaje, es decir no hay una interacción. En
132 este caso la aparente paradoja se origina debido a que la mayoría de las mujeres
133 solicitantes lo hace para el posgrado que posee la tasa de aceptación más baja y la
134 mayoría de los hombres solicita el posgrado con la tasa de aceptación más alta.

135

136 4. Conclusiones

137 Las actividades propuestas permiten presentar casos donde ocurre la paradoja de
138 Yule-Simpson cuando se estudian datos agregados, el método gráfico facilita la
139 comprensión de el origen de la aparente paradoja y permite distinguir los casos donde
140 si existe interacción entre dos factores y los casos donde no existe tal interacción,
141 proporcionando herramientas útiles a los estudiantes para el análisis y aplicación
142 apropiada de datos agregados. Como perspectiva de este trabajo las actividades
143 propuestas podrían usarse como una introducción a temas más avanzados como
144 interacción de dos factores en regresiones y ANOVA.

145

146 Índice de referencias

- 147 • Baker, S. G., y Kramer, B. S. (2001). Good for women, good for men, bad for people:
148 Simpson's paradox and the importance of sex-specific analysis in observational
149 studies. *Journal of women's health & gender-based medicine*, 10(9), 867-872.
- 150 • Bickel, P. J., Hammel, E. A., y O'Connell, J. W. (1975). Sex Bias in Graduate
151 Admissions: Data from Berkeley: Measuring bias is harder than is usually assumed,
152 and the evidence is sometimes contrary to expectation. *Science*, 187(4175), 398-
153 404.
- 154 • Blyth, C. R. (1972). On Simpson's paradox and the sure-thing principle. *Journal of*
155 *the American Statistical Association*, 67(338), 364-366.
- 156 • Ruiz-Barrantes, E., y Gallardo-Allen, E. (2023). La alfabetización y el pensamiento
157 estadístico en la sociedad de la información: una reflexión desde el ejercicio
158 docente. *Revista Innovaciones Educativas*, 25(38), 198-210.
- 159 • Simpson, E. H. (1951). The interpretation of interaction in contingency
160 tables. *Journal of the Royal Statistical Society: Series B (Methodological)*, 13(2),
161 238-241.
- 162 • Walpole, R. E., Myers, R. H., Myers, S. L., & Keying, Y. (2012). Probabilidad y
163 estadística para ingeniería y ciencias (Novena edición). Pearson Educación.
- 164 • Wang, Z., y Rousseau, R. (2021). COVID-19, the Yule-Simpson paradox and
165 research evaluation. *Scientometrics*, 126(4), 3501-3511.
- 166 Wild, C. J., Utts, J. M., & Horton, N. J. (2018). What Is Statistics? En D. Ben-Zvi, K.
167 Makar, & J. Garfield (Eds.), *International Handbook of Research in Statistics Education*



168 (pp. 5–36). Springer International Publishing. https://doi.org/10.1007/978-3-319-16966195-7_1

MEMORIAS DEL
Congreso Internacional
Sobre la Enseñanza y Aplicación de las Matemáticas



CACHIBOL MATEMÁTICO, PREDEPORTE PARA POTENCIAR EL DESARROLLO DEL CÁLCULO MENTAL EN ALUMNOS DE EDUCACIÓN PRIMARIA

Monjardín Gopar Ana Marcela^{1,*}, Dozal Huizar Cecilia²,
Aguilera Betancourt Luis³, Heras Caballero Oscar⁴

¹ Servicios Educativos del Estado de Chihuahua. marcela.monjardin@seech.edu.mx
^{2, 3 y 4} Instituto Chihuahuense del Deporte y Cultura Física. cecilia.dozal@chihuahua.gob.mx

AP-POSM081

Resumen

El deporte ayuda a perfeccionar y progresar la ejecución de habilidades motoras, además de favorecer la socialización y cooperación entre las personas; asimismo, puede ser una estrategia que apoye al desarrollo de las habilidades cognitivas relacionadas con el cálculo mental en las y los alumnos que cursan su educación básica. Este trabajo describe el pilotaje y los resultados preliminares obtenidos en la aplicación del proyecto denominado Cachibol matemático, diseñado por el Instituto Chihuahuense del Deporte y Cultura Física, en una muestra de 10 escuelas ubicadas en distintos municipios del Estado de Chihuahua. Los resultados sugieren que la estrategia incide de manera positiva en el logro de los aprendizajes esperados para el desarrollo y uso del cálculo mental mencionados dentro de los planes y programas de estudio de Educación Básica.

Palabras clave: matemáticas, deporte, enseñanza, primaria, cachibol.

1. Introducción

La enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en México ha sido desde hace años un asunto complejo, pues en ocasiones se presentan dificultades en el aula en donde es probable que se incida de manera negativa en el aprendizaje y la comprensión de las mismas. En las pruebas estandarizadas internacionales, los resultados obtenidos por México en matemáticas muestran un importante rezago. El Programa para la Evaluación Internacional de Estudiantes (PISA) del 2015, define la competencia matemática como “la capacidad del individuo para formular, emplear e interpretar las matemáticas en una variedad de contextos. Incluye el razonamiento matemático y el uso de conceptos, procedimientos, datos y herramientas para describir, explicar y predecir fenómenos” (INEE, 2017). En México, los propósitos del estudio de las matemáticas para la educación básica es que éstas permitan afrontar los problemas de la vida diaria, como el poder realizar operaciones matemáticas básicas con ayuda de diferentes técnicas o recursos que permitan eficientar los procedimientos de resolución (SEP, 2012). Los planes y programas nacionales de estudio para la educación básica señalan que, durante esta fase de su educación, los alumnos

^{1*} Autor para la correspondencia. E-mail: marcela.monjardin@seech.edu.mx

43 “utilicen el cálculo mental, la estimación de resultados o las operaciones escritas con
44 números naturales, así como la suma y la resta con números fraccionarios y decimales
45 para resolver problemas aditivos y multiplicativos” (SEP, 2012. p.60). Además de lo
46 anterior, el cálculo mental es una base para el desarrollo del pensamiento matemático,
47 pues permite afrontar situaciones cotidianas en donde es necesario realizar
48 operaciones matemáticas, por lo que esta es una habilidad fundamental para afrontar
49 los retos de la vida diaria, ya que al adquirirla las personas son capaces de responder
50 de manera flexible, rápida y adecuada a distintas situaciones de la vida cotidiana (Soto
51 y Arreola, 2021). Gómez (2005) menciona al cálculo mental como “el uso de métodos
52 de cálculo alternativos a los de columnas. Estos métodos encuentran su fundamento
53 en las propiedades de las operaciones y en las propiedades de los números derivadas
54 de los principios del sistema de numeración de base diez” (Gómez, 2005. p.18).

55 En la búsqueda de una estrategia que fomente el deporte en las y los estudiantes y
56 que además apoye a combatir el rezago educativo en lo referente a las habilidades de
57 cálculo mental, surge esta propuesta que permite conjuntar la práctica del deporte, que
58 por sí mismo ya es una actividad lúdica y recreativa que genera múltiples beneficios,
59 con el cálculo mental. Block señala que “en la medida en que la actividad de aprender
60 matemáticas consista en enfrentar situaciones que nos presentan un reto, en crear
61 nuevas herramientas a partir de lo que sabemos para superarlo, esta actividad puede
62 ser tan grata y apasionante como jugar. Por ello, un buen juego puede ser un modelo
63 ideal de situación didáctica” (Block, 1999. p. 25). La enseñanza de las matemáticas
64 utilizando el juego como una estrategia didáctica en reemplazo de los métodos
65 didácticos convencionales aplicados en el aula de clase, logra la transformación del
66 proceso de enseñanza-aprendizaje y la forma en que docentes y estudiantes acceden
67 al conocimiento en las cuatro operaciones básicas del pensamiento numérico (Soto y
68 Arreola, 2021).

69

70 El deporte permite ampliar el acervo motor de habilidades motrices
71 deportivas, perfeccionar y progresar en la ejecución de habilidades, fomentar una
72 buena disposición para la iniciación deportiva, favorecer la socialización y cooperación,
73 entre otras. Mediante el deporte es posible que los alumnos logren aprendizajes que
74 van más allá de la técnica, la táctica o la competencia misma, como: a) conocer las
75 normas y reglas básicas de convivencia, b) desarrollar la ética del juego limpio, c)
76 mejorar la autoestima y las relaciones interpersonales, d) mejorar la salud y la
77 condición física, así como enfatizar sus capacidades perceptivo motrices, e) construir
78 su personalidad conviviendo en ambientes lúdicos y de amistad, donde todos
79 participan entre iguales, f) conocerse mejor al incrementar su competencia motriz y,
80 por consiguiente, sus desempeños motores, y g) desempeñarse no sólo en un deporte
81 sino en la vivencia y experimentación de varios, sobre todo en los de conjunto, de
82 acuerdo con las condiciones del contexto escolar y el interés de los alumnos (SEP,
83 2017).

84 El cachibol matemático es un predeporte en el que se conjuga la práctica de actividad
85 deportiva, las matemáticas y el fomento de valores, el cual permite desarrollar estilos
86 de vida saludable, el gusto por la actividad física, iniciación deportiva y el deporte, el
87 cálculo mental, potencializa la creatividad y el pensamiento estratégico, la agilidad
88 mental, y resolución de problemas, incrementar y desarrollar habilidades y destrezas
89 motrices: caminar, lanzar, atrapar, girar, entre otras, patrones básicos del movimiento,
90 las capacidades perceptivo-motrices, lateralidad, equilibrio, ubicación espacio-tiempo,
91 coordinación, capacidades socio motrices, comunicación, integración, convivencia, in-
92 clusión, equidad y valores universales. Este juego basa su forma en el estilo del volei-
93 bol, con reglas muy similares: 2 equipos de 6 integrantes y con una cancha de super-
94 ficie plana, son permitidos 3 toques como máximo antes de pasar el balón por encima
95 de la red. La diferencia entre estos dos deportes es que los jugadores deben tomar el
96 balón con ambas manos (máximo 3 segundos) y pasarlo por encima de la red de igual
97 manera, a diferencia del voleibol que se toca el balón con las yemas de los dedos y no
98 se permite retención.

99
100 En México, el cachibol se utiliza en algunas instituciones de salud como método de
101 rehabilitación para problemas físicos y mentales, dado que ayuda a los adultos
102 mayores a ejercitarse y fortalecer algunas aptitudes físicas (Urban, 2013).

103

104 **2. Metodología o desarrollo**

105

106 El proyecto de cachibol matemático es una opción para coadyuvar con el proceso
107 educativo en el desarrollo del cálculo mental y de valores, para permitir el acceso de
108 la comunidad escolar al deporte, la recreación, el aprovechamiento del tiempo libre, la
109 educación extraescolar y la educación física.

110 La implementación de la fase piloto del proyecto se realizó en escuelas de educación
111 básica, primaria y secundaria, ubicadas en 13 municipios del estado de Chihuahua,
112 que tuvieran las condiciones propicias y que se ajustaran a la convocatoria, durante el
113 ciclo escolar 2021-2022. Una vez identificadas las escuelas participantes, se
114 desarrollaron diversas capacitaciones sobre los fundamentos, objetivos y reglas de
115 operación de la propuesta de cachibol matemático a directores, docentes de educación
116 física y de aula, así como a supervisores de zona y de sector; se hizo entrega de
117 materiales: hojas de registro y el kit de cachibol que consiste en 1
118 balón de voleibol, 1 red y 1 juego de números, todo esto proporcionado por el Instituto
119 Chihuahuense del Deporte y Cultura Física (ICHDF).

120 El juego inicia con el servicio de uno de los equipos, el alumno que esté en esa posición
121 dirá en voz alta el número que le corresponde y lo lanza a la cancha contraria. El
122 alumno que recibe dirá el signo de la operación matemática que se esté trabajando en
123 ese momento (por ejemplo, la palabra “más” seguido por el número que corresponda
124 a su posición y dirá en voz alta el resultado de la suma, si el resultado es correcto pasa
125 el balón a otro compañero y se sigue la misma dinámica hasta completar dos pases y

126 enviar el balón a la cancha contraria para continuar con el juego. Los resultados de
 127 cada suma son acumulativos hasta que se cometa un error en la operación y/o falta
 128 técnica, en tal caso se reinicia la operación matemática. La secuencia de los pases
 129 entre jugadores es de manera alternada, es decir, hombre-mujer-hombre o mujer-hom-
 130 bre-mujer dependiendo de quién haya hecho la recepción del balón. El equipo pierde
 131 un punto y el turno cuando la respuesta de la operación realizada por medio del cálculo
 132 mental sea incorrecta, caiga el balón, otro compañero o persona del público diga el
 133 resultado en lugar del que tiene el balón en mano, no se diga el resultado y continúe
 134 lanzando el balón o se cometa alguna infracción propia del juego.

135 Durante el desarrollo del juego se toman en cuenta las respuestas correctas de las
 136 operaciones matemáticas realizadas, las actitudes y valores de los alumnos,
 137 específicamente los valores de honestidad, solidaridad, respeto, equidad,
 138 presentación y puntualidad.

139

140 3. Resultados y análisis

141

142 El pilotaje del programa se realizó en 52 escuelas ubicadas en 13 municipios del
 143 estado: Saucillo, Ojinaga, Jiménez, Juárez y Cuauhtémoc con 4 escuelas cada uno,
 144 Balleza, Guachochi, Parral y Delicias con 5, Casas Grandes y Nuevo Casas Grandes
 145 con 2 cada una, Santa Bárbara con 1 y Chihuahua con 7 escuelas. Dentro de los
 146 centros escolares beneficiados se encuentran escuelas primarias federales y
 147 estatales, Albergues Escolares Rurales, Centros de Atención Múltiple, Centros
 148 Regionales de Educación Integral; espacios que atienden a grupos vulnerables tanto
 149 en zonas urbanas como rurales.

150

151 Para realizar el siguiente análisis de resultados preliminar se tomó una muestra del
 152 20% de las escuelas participantes, cada escuela realizó 4 juegos en diferentes fechas
 153 entre los meses de noviembre de 2022 y febrero de 2023. Los grupos participantes
 154 fueron alumnas y alumnos de quinto grado del nivel de primaria. La tabla 1 muestra el
 155 número de respuestas correctas e incorrectas en cada uno de los juegos, por escuela.

156

157

Tabla 1. Respuestas correctas e incorrectas por escuela y juego

Municipio	Escuela	juego 1		juego 2		juego 3		juego 4	
		C	I	C	I	C	I	C	I
Aldama	1	13	2	34	0	18	3	50	3
	2	33	6	92	4	91	4	53	4
	3	28	4	81	4	63	2	11	2
	4	15	2	93	2	110	7	78	7
	5	48	0	75	2	68	3	62	5
Chihuahua	6	12	4	14	2	18	3	20	3
	7	12	2	16	3	18	3	20	3
	8	12	3	16	4	11	3	19	3

	9	12	4	12	3	17	3	18	4
	10	11	3	12	4	14	4	14	3

C Número de respuestas correctas I Número de respuestas incorrectas

158

159 Es de llamar la atención que las cinco primeras escuelas, correspondientes al
 160 municipio de Aldama, hayan obtenido puntajes mucho mayores de respuestas
 161 correctas en comparación con las escuelas del 6 al 10, pertenecientes al municipio de
 162 Chihuahua. Una explicación a esto puede deberse a que en las cinco primeras
 163 escuelas participantes las y los alumnos pueden haber realizado más pases entre los
 164 miembros de un mismo equipo antes de enviar el balón al equipo contrario, mientras
 165 que en las escuelas de Chihuahua realizaron en su mayoría un solo pase, es decir,
 166 recibían el balón, realizaban el cálculo mental y deban su respuesta, y pasaban el
 167 balón al equipo contrario, o cometían alguna falta técnica propia del juego.

168

169 La media de respuestas correctas e incorrectas por juego se muestra en la tabla 2.

170

171

Tabla 2. Media de respuestas correctas e incorrectas por juego

juego 1		juego 2		juego 3		juego 4	
C	I	C	I	C	I	C	I
20	3	45	2.8	43	3.5	35	3.7

172

173 Como se puede observar en la tabla 2, durante el primer juego se obtuvo una media
 174 de 20 respuestas correctas, 45 en el segundo, 43 en el tercero y 35 en el cuarto y
 175 último juego. Estos resultados se pueden interpretar de la siguiente forma: durante el
 176 primer evento, los estudiantes se familiarizaron con las reglas del juego y realizar el
 177 cálculo mental a contratiempo, durante el segundo y el tercer juego comenzaron a
 178 mejorar el desarrollo de los procesos del cálculo mental, dando la mayoría de las
 179 respuestas correctas y, al finalizar su participación en el cuarto juego, la media cae a
 180 35 respuestas correctas, por lo que una explicación para esto es que el nivel de
 181 dificultad de las operaciones ya no constituía un reto por sí mismas, siendo insuficiente
 182 la motivación por responder adecuadamente. Además, las alumnas y los alumnos
 183 participantes están cursando el quinto grado de educación primaria, en este nivel los
 184 Planes y Programas de Estudio señalan que el aprendizaje esperado para el desarrollo
 185 del cálculo mental es con números fraccionarios y decimales, por lo que el cálculo
 186 mental de sumas queda a un nivel inferior para ellos, ya que las sumas mentales es
 187 un aprendizaje esperado para el primer y segundo grados. Sin embargo, el juego de
 188 cachibol matemático incide directamente en el fomento a las actitudes hacia el estudio
 189 de las matemáticas, pues los Planes y Programas de Estudio nacionales indican que
 190 las alumnas y alumnos deben desarrollar un concepto positivo de sí mismos como
 191 usuarios de las matemáticas, el gusto y la inclinación por comprender y utilizar la
 192 notación, el vocabulario y los procesos matemáticos (SEP, 2012).

193

194

4. Conclusiones

195

196 La formalidad del aprendizaje de las matemáticas no debe de resultar incompatible
197 con el juego, Fuenlabrada menciona que en un juego, para comenzar a ganar, se
198 precisa construir una estrategia en la cual se prueban ideas, se rectifican, se precisan
199 y se utilizan determinados conocimientos matemáticos y se van construyendo nuevos,
200 por lo que el valor didáctico del aprendizaje lúdico es invaluable en esta etapa de
201 formación, pues al jugar, el jugador sabe por qué perdió o ganó, esto le permite jugar
202 cada vez mejor, mejorar sus estrategias y construir otras para alcanzar la meta y, en
203 consecuencia, ir aprendiendo (Fuenlabrada, Block, Balbuena y Carbajal, 1991), en
204 este sentido la propuesta de cachibol matemático es promotora de lo anterior.

205 La formación matemática de las personas es determinante para transitar con éxito los
206 diferentes desafíos durante toda la vida, pues las experiencias obtenidas por los
207 alumnos tendrán consecuencias sobre el gusto o el rechazo a las matemáticas y la
208 búsqueda de soluciones creativas para la resolución de diversos problemas (SEP,
209 2012), por lo que la propuesta de cachibol matemático puede ser un gran aliado en la
210 enseñanza lúdica del cálculo mental y, por ende, de las matemáticas en general,
211 además de incidir en el fomento de un estilo de vida activo y saludable, el gusto por la
212 actividad física y el deporte mediante procesos de inclusión, equidad, práctica de
213 valores universales, comunicación, integración y convivencia.

214 Dentro de las propuestas de mejora a este proyecto es agregar actividades
215 matemáticas relacionadas al cálculo mental de restas, multiplicaciones, números
216 decimales, fracciones y aproximaciones, aunado a lo anterior, se propone el estudio
217 de la motivación de las y los alumnos del nivel de primaria hacia el deporte y las
218 matemáticas.

219 5. Índice de referencias

- 220
- 221 Block, D. (1999). *La enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria. Taller*
222 *para maestros. Primera parte*. México: SEP.
- 223 Fuenlabrada, I. Block, D. Balbuena, H. y Carbajal, A. (1991). *Juega y aprende*
224 *matemáticas. Propuestas para divertirse y trabajar en el aula*. Libros del rincón. SEP.
- 225 Gómez, B. (2005). La enseñanza del cálculo mental. *Revista Iberoamericana de*
226 *Educación Matemática*. (No.4. 17-29). Recuperado de
227 <http://funes.uniandes.edu.co/14573/1/G%C3%B3mez2005La.pdf>
- 228 INEE (2017). *México en PISA 2015*. México: INEE
- 229 SEP (2012). *Programas de Estudio 2011. Guía para el maestro. Educación Básica*
230 *Primaria*. (59-63). SEP.
- 231 SEP (2017) *Programa de Estudio de Educación Física*. México: SEP
- 232 Soto, M. y Arreola, G. (2021). El cálculo mental en la escuela primaria. *Estudio sobre*
233 *los agentes educativos. 7º Congreso Interinstitucional “Transformación e Innovación*
234 *de la Práctica Docente”*. (36-53). Universidad Pedagógica de Durango. Recuperado
235 de <http://www.upd.edu.mx/PDF/Libros/AgentesEducativos.pdf>
- 236 Urban DF, (2013). Cachibol, ideal actividad física del adulto mayor. Recuperado en
237 <http://fccf.uach.mx/informacion/2013/11/05/cachibol/>